א. נסמן ב- x את מהירות הולך רגל ב' (קמ"ש).

לכן $x+1$ מהירות הולך רגל א' (קמ"ש).

$s=vt$ **- המרחק (s) שווה למהירות (v) כפול זמן (t)**

נשלים את הנתונים בטבלה.

הולכי רגל	זמן t שעות	מהירות v קמ"ש	דרך-מרחק - s ק"מ
א	2.5	$x+1$	$2.5(x+1)$
ב	2	x	$2x$

שני הרוכבים עברו ביחד, עד לפגישה את 25 הק"מ שבין שני המקומות

לכן, המשוואה המתאימה: $2.5(x+1)+2x=25$

נפתור את המשוואה:

$$2.5(x+1)+2x=25$$
$$2.5x+2.5+2x=25$$
$$4.5x=22.5$$
$$\boxed{x=5}$$

תשובה: מהירות רוכב א' 6 קמ"ש, מהירות רוכב ב' 5 קמ"ש.

ב. הולך רגל א' הלך 2.5 שעות במהירות 6 קמ"ש והמרחק הוא: $2.5\cdot 6=15$ **ק"מ**

הולך רגל ב' הלך 2 שעות במהירות 5 קמ"ש והמרחק הוא: $2\cdot 5=10$ **ק"מ**

תשובה: הולך א' -15 ק"מ, הולך ב' - 10 ק"מ.

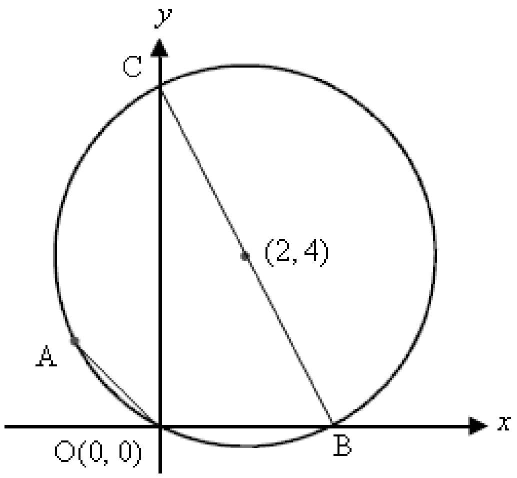
א. מרכז המעגל $(2,4)$ **,** $O(0,0)$ **נקודה על המעגל.**

נמצא את אורך הרדיוס, באמצעות נוסחת המרחק שבנוסחאון

$d^2=(4-0)^2+(2-0)^2=20$ **(אורך הרדיוס** $\sqrt{20}$ **יח').**

נציב את אורך הרדיוס במשוואת המעגל:

תשובה: משוואת המעגל היא $(x-2)^2+(y-4)^2=20$ **.**



ב. (1) נציב $y=2$ **במשוואת המעגל** $(x-2)^2+(y-4)^2=20$

$$(x-2)^2+(2-3)^2=20 \quad \rightarrow (x-2)(x-2)+1=20$$
$$x^2-2x-2x+4+1=20 \quad \rightarrow x^2-4x-15=0$$
$$x_{1,2}=\frac{4\pm 8}{2}$$
$$\boxed{x_A=-2} \quad \rightarrow \boxed{A(-2,2)}$$

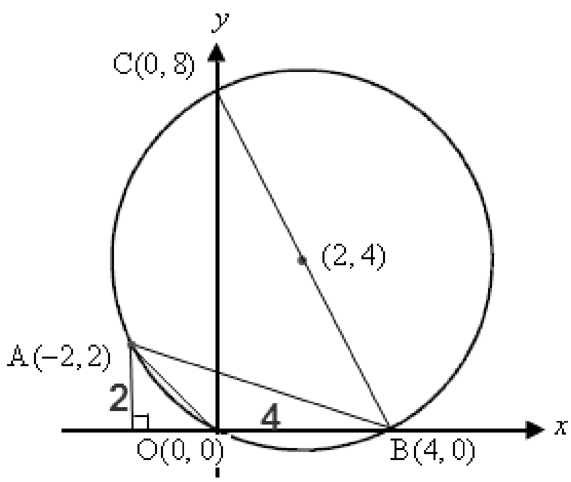
הפתרון השני לא נותן נקודה ברביע השני, שבו $x<0$ **ולכן נפסל.**

תשובה: $x_A=-2$

(2) נציב $x=0$ **במשוואת המעגל** $(x-2)^2+(y-4)^2=20$

$$(0-2)^2+(y-4)^2=20 \quad \rightarrow 4+(y-4)(y-4)=20$$
$$4+y^2-4y-4y+16=20 \quad \rightarrow y^2-8y=0$$
$$y(y-8)=0$$
$$y_C=8 \quad C(0,8), \quad y_O=0$$

נציב $y=0$ **במשוואת המעגל** $(x-2)^2+(y-4)^2=20$



$$(x-2)^2+(0-4)^2=20 \quad \rightarrow (x-2)(x-2)+16=20$$
$$x^2-2y-2y+4+16=20 \quad \rightarrow x^2-4y=0$$
$$x(x-4)=0$$
$$x_B=4 \quad B(4,0), \quad y_O=0$$

$$m_{BC}=\frac{8-0}{0-4}=\frac{8}{-4}=-2, \quad m_{AO}=\frac{2-0}{-2-0}=\frac{2}{-2}=-1$$

תשובה: המיתרים לא מקבילים כי השיפועים שונים.

הערה: $SCOB=90°$ **(הצירים מאונכים זה לזה),**

ולכן המיתר BC **הוא קוטר ועובר דרך מרכז המעגל** $(2,4)$**.**

ג. משולש AOB **קהה זווית ולכן לצלע** OB **שאורכה** 4 **יש גובה חיצוני שאורכו** 2 **.**

בהתאם: $S_{\Delta AOB}=\frac{AO\cdot h}{2}=\frac{4\cdot 2}{2}=4$ **יח"ר**

תשובה: שטח משולש AOB **הוא** 4 **יח"ר .**

א. נתונה הפונקציה $f(x)=x(x-3)^2$ **.**

בנקודת החיתוך עם ציר ה- x **מתקיים** $y=0$

$$0=x(x-3)^2$$

$$x=0 \qquad (x-3)^2=0$$

$$\boxed{(0,0)} \qquad x=3$$

$$\boxed{(3,0)}$$

ולמעשה, קבלנו גם את נקודת החיתוך עם ציר ה- y **שהיא** $(0,0)$

תשובה: $(0,0)$, $(3,0)$

ב. נמצא את שיעורי נקודת הקיצון.

$$f(x)=x(x-3)(x-3)=x(x^2-3x-3x+9)=x^3-6x^2+9x$$

$$\boxed{f'(x)=3x^2-12x+9}$$

$$0=3x^2-12x+9$$

$$x_{1,2}=\frac{12\pm 6}{6}$$

$$x=2 \quad \to (3,0)$$

$$x=1 \quad \to (1,4) \quad \leftarrow y=1^3-6\cdot 1^2+9\cdot 1=4$$

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון

$$f'(0)=3\cdot 0^2-12\cdot 0+9>0$$

$$f'(2)=3\cdot 2^2-12\cdot 2+9<0$$

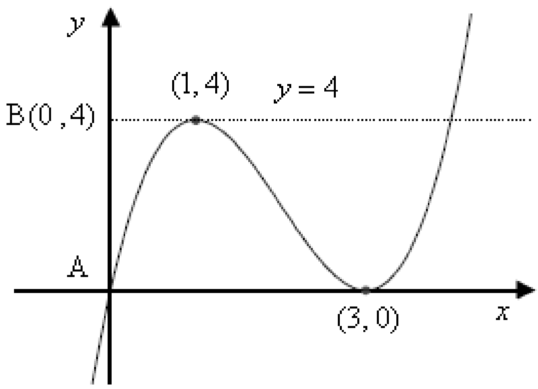
$$f'(4)=3\cdot 4^2-12\cdot 4+9>0$$

x	4	3	2	1	0
y'	+	0	-	0	+
מסקנה	↗	**Min**	↘	**Max**	↗

ב- $x=1$ **עוברים מעלייה לירידה ולכן מקסימום , ב-** $x=3$ **עוברים מירידה לעלייה ולכן מינימום.**

תשובה: $(3,0)$ **מינימום ,** $(1,4)$ **מקסימום.**

ג. הסקיצה המתאימה, משמאל:



ד. בנקודת קיצון משוואת המשיק היא פונקציה קבועה,

במקרה זה $y=4$ **.**

ולכן הוא חותך את ציר ה- y **, שבו** $x=0$ **, בנקודה** $B(0,4)$.

בנקודת המינימום המשיק הוא ציר ה- x

שחותך את ציר ה- y **בראשית הצירים, בנקודה** A **.**

בהתאם אורך הקטע AB **הוא** $4-0=4$

תשובה: אורך הקטע AB 4 **יח'.**

א. (1) נתונה הפרבולה $f(x)=x^2+4$.

נציב $x=1$ **ונקבל את שיעורי הנקודה** $A(1,5)$

נגזרת הפונקציה: $f'(x)=2x$

נציב $x=1$ **ונקבל את השיפוע:** 2 .

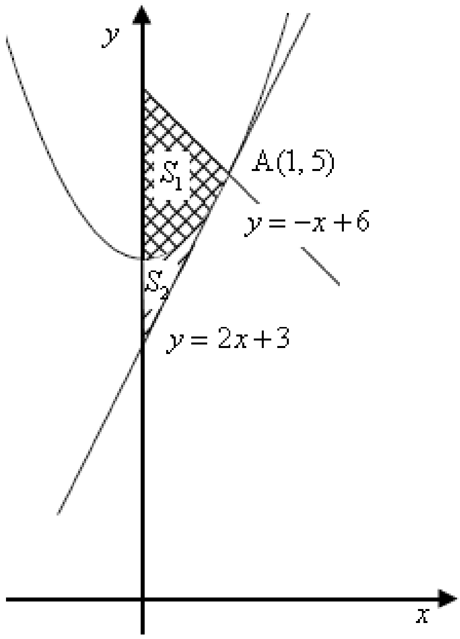
משוואת המשיק: $y-5=2(x-1) \quad \rightarrow \boxed{y=2x+3}$

תשובה: משוואת המשיק $y=2x+3$

(2) שיפוע הישר האחר: -1 .

משוואת הישר: $y-5=-1(x-1) \quad \rightarrow \boxed{y=-x+6}$

תשובה: משוואת הישר $y=-x+6$



ב.

$$S_2=\int_0^1 (x^2+4-(2x+3))\,dx$$

$$S_2=\int_0^1 (x^2+4-2x-3)\,dx$$

$$S_2=\int_0^1 (x^2-2x+1)\,dx$$

$$S_2=\frac{x^3}{3}-\frac{2x^2}{2}+x\Big]_0^1$$

$$S_2=(\frac{1^3}{3}-\frac{2\cdot1^2}{2}+1)-(\frac{0^3}{3}-\frac{2\cdot0^2}{2}+0)$$

$$\boxed{S_2=\frac{1}{3}}$$

	S_1	S_2
פונקציה עליונה	$y=-x+6$	$f(x)=x^2+4$
פונקציה תחתונה	$f(x)=x^2+4$	$y=2x+3$
x **גדול**	$x=1$	$x=1$
x **קטן**	$x=0$	$x=0$

$$S_1=\int_0^1 (-x+6-(x^2+4))\,dx=\int_0^1 (-x+6-x^2-4)\,dx=\int_0^1 (-x^2-x+2)\,dx$$

$$S_1=-\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2}+2x\Big]_0^1$$

$$S_1=(-\frac{1^3}{3}-\frac{1^2}{2}+2\cdot1)-(-\frac{0^3}{3}-\frac{0^2}{2}+2\cdot0)$$

$$\boxed{S_1=1\frac{1}{6}}$$

והיחס המבוקש: $\frac{S_1}{S_2}=\frac{1\frac{1}{6}}{\frac{1}{3}}=3.5$

תשובה: היחס הוא $\frac{S_1}{S_2}=3.5$.

א. הסכום של **שני מספרים הוא** 24 **.**

הפונקציה שיש להביא ל*מקסימום* היא *מכפלת מספר אחד בריבוע המספר השני!*

נסמן את המספר השני ב- x **, ובהתאם המספר הראשון הוא (** $24-x$ **).**

$f(x)=x^2(24-x)$

$\boxed{f(x)=24x^2-x^3}$

$\boxed{f'(x)=48x-3x^2}$

$0=48x-3x^2$

$0=x(48-3x)$

$\cancel{x=0} \quad \leftarrow x>0$

$48-3x=0 \quad \rightarrow 3x=48 \quad \rightarrow x=16 \quad \rightarrow 24-16=8$

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון

$f'(15)=48\cdot 15-3\cdot 15^2>0, \quad f'(17)=48\cdot 17-3\cdot 17^2<0$

x	17	16	15
$f'(x)$	**-**	0	**+**
מסקנה	↘	**Max**	↗

ב- $x=16$ **עוברים מעלייה לירידה וחכן מקסימום .**

תשובה: שני המספרים הם 8 **ו-** 16**, עבורם מכפלת האחד בריבוע של השני היא מקסימאלית.**

ב. נחשב את המכפלה המקסימלית:

$8\cdot 16^2=2,048$

תשובה: המכפלה המקסימלית היא $2,048$ **.**

א. נתונות שתי פונקציות $f(x)=x^2+ax+3$ **ו-** $g(x)=\frac{2}{x}-1$

לשתי הפונקציות אותו שיפוע בנקודה שבה $x=1$ **, כלומר** $f'(1)=g'(1)$ **כי השיפוע שווה לערך הנגזרת בנקודה.**

$$f'(x)=2x+a \qquad g'(x)=-\frac{2}{x^2}$$

$$f'(1)=2\cdot1+a \qquad g'(1)=-\frac{2}{1^2}$$

$$2+a=-2$$

$$\boxed{a=-4}$$

תשובה: $a=-4$

נציב $a=-4$ **ובהתאם** $\boxed{f(x)=x^2-4x+3}$

ב. נמצא את נקודות ההשקה, עבור :

$$f(1)=1^2-4\cdot1+3=0 \quad \rightarrow (1,0)$$

$$g(1)=\frac{2}{1}-1=2 \quad \rightarrow (2,1)$$

נקודות ההשקה שונות, עבור אותו ה- x **, ולכן לפונקציות אין אותו משיק עבור** $x=1$

תשובה: לפונקציות אין אותו משיק עבור $x=1$