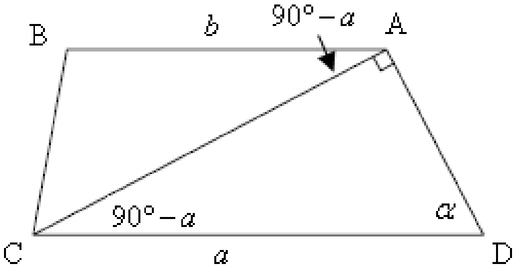
א. (1) $\angle CAD = 90°$ **(נתון)** $\angle ADC = \alpha$ **(נתון)**

$\angle ACD = 90° - \alpha$ **(סכום זוויות** ΔCAD **הוא** $180°$**)**

$AB \parallel CD$ **(נתון)** $\angle BAC = 90° - \alpha$ **(זוויות מתחלפות בין ישרים מקבילים)**

תשובה: $\angle BAC = 90° - \alpha$



(2) משולש ABC **ישר זווית**

$\underline{\Delta ABD}$

$$\cos\alpha = \frac{AD}{a}$$

$$\boxed{AD = a\cos\alpha}$$

ניעזר במשפט קוסינוסים ב- משולש ABC

$\underline{\Delta DCF}$

$$(BC)^2 = (AB)^2 + (AC)^2 - 2AB\cdot AC\cdot\cos\angle BAC$$

$$(BC)^2 = b^2 + (a\sin\alpha)^2 - 2\cdot b\cdot a\cdot a\sin\alpha\cdot\cos(90-\alpha)$$

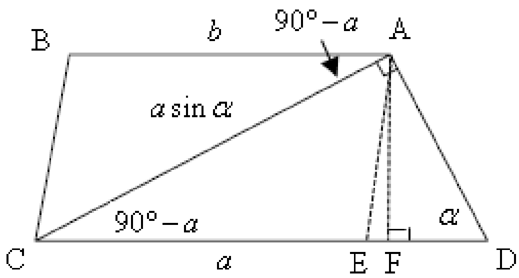
$$(BC)^2 = b^2 + a^2\sin^2\alpha - 2ab\sin^2\alpha$$

$$\boxed{BC = \sqrt{b^2 + a^2\sin^2\alpha - 2ab\sin^2\alpha}}$$

תשובה: $AD = a\cos\alpha$ **,** $BC = \sqrt{b^2 + a^2\sin^2\alpha - 2ab\sin^2\alpha}$

ב. המרובע $ABCE$ **הוא מקבילית (שני זוגות של צלעות נגדיות מקבילות)**

ששטחה מכפלת הצלע בגובה: $b\cdot AF$**, כאשר** $AF \perp BC$ **(בניית עזר)**



$\underline{\Delta AFD}$

$$\sin\angle D = \frac{AF}{AD}$$

$$\sin\alpha = \frac{AF}{a\cos\alpha}$$

$$AF = a\sin\alpha\, a\cos\alpha$$

$$\boxed{AF = 0.5a\sin 2\alpha}$$

נתון כי שטח המרובע $ABCE$ **הוא** $a^2\frac{\sqrt{3}}{8}$ **ו-** $a = 2b$ **.**

$$a^2\frac{\sqrt{3}}{8} = b\cdot 0.5a\sin 2\alpha \quad \rightarrow (2b)^2\sqrt{3} = 4b\cdot 2b\sin 2\alpha$$

$$4b^2\sqrt{3} = 8b^2\sin 2\alpha \qquad \rightarrow \sin 2\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin 60°$$

$$2\alpha = 60° + 360°k \quad 2\alpha = 120° + 360°k$$

$$\alpha = 30° + 180°k \qquad \alpha = 60° + 180°k$$

וכיוון ש- α **זווית חדה, הרי שמתקבלות שתי אפשרויות.**

תשובה: $\alpha = 30°, \quad \alpha = 60°$

א. נתונה הפונקציה $f(x) = \cos^3 x + 5\cos x$ **בתחום** $-\frac{p}{2} \le x \le 3\frac{p}{2}$ **.**

נמצא נקודות קצה ולאחר מכן נקודות קיצון.

$$f(-\frac{p}{2}) = \cos^3(-\frac{p}{2}) + 5\cos(-\frac{p}{2}) = 0 \quad \to (-\frac{p}{2}, 0)$$

$$f(\frac{3p}{2}) = \cos^3(\frac{3p}{2}) + 5\cos(\frac{3p}{2}) = 0 \quad \to (\frac{3p}{2}, 0)$$

$$\boxed{f'(x) = -3\cos^2 x \sin x - 5\sin x}$$

$$0 = \sin x(-3\cos^2 x - 5)$$

$$\sin x = 0 \qquad -3\cos^2 x - 5 = 0 \to \varnothing \leftarrow -1 \le \cos x \le 1$$

$$x = pk$$

k	$x = pk$
0	0
1	p

$$f(0) = \cos^3 0 + 5\cos 0 = 6 \quad \to (0, 6)$$

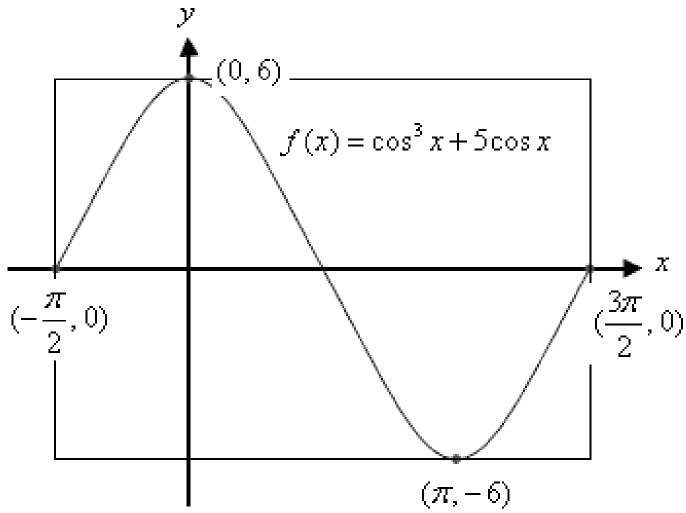
$$f(p) = \cos^3(p) + 5\cos(p) = -6 \quad \to (p, -6)$$

נמצא את סוג הקיצון, בעזרת ערכי הפונקציה:

x	$-\frac{p}{2}$		0		p		$\frac{3p}{2}$
y	0		6		–6		0
y'							0
מסקנה	**Min**	↗	**Max**	↘	**Min**	↗	**Max**

תשובה: $(\frac{3p}{2}, 0)$ **מקסימום ,** $(p, -6)$ **מינימום ,** $(0, 6)$ **מקסימום ,** $(-\frac{p}{2}, 0)$ **מינימום.**

ב. הסקיצה המתאימה:



ג. המרחק בין שתי הצלעות האופקיות של המלבן הוא 12 **יח'** $= 6-(-6)$

המרחק בין שתי הצלעות האנכיות של המלבן הוא $2p$ **יח'** $= \frac{3p}{2}-(-\frac{p}{2})$

תשובה: היקף המלבן הוא $24+4p$ **יח'**

ד. הערך המקסימאלי (המוחלט) של הפונקציה $f(x)=\cos^3 x+5\cos x$ **הוא** 6 **.**

תשובה: אין פתרון למשוואה $\cos^3 x+5\cos x=7$ **.**

א. (1) נתונה הפונקציה $f(x)=\dfrac{x^2+3m^2}{x-m}$ **,** $m>0$ **.**

תחום ההגדרה הוא $x \neq m$ **, כי** $x=m$ **מאפס את מכנה הפונקציה.**

תשובה: $x \neq m$

(2) $x=m$ **הי האסימפטוטה האנכית, כי** $x=m$ **מאפס מכנה ולא מונה (נתון כי** $m>0$ **)**

תשובה $x=m$

ב. הנקודה $(0,-3m)$ **, היא נקודת החיתוך של ציר ה-** y **עם גרף הפונקציה.**

לכן, בהינתן $m>0$ **יהיה המרחק מנקודה זו ל לראשית הצירים** $3m$ **.**

$3m=3 \quad \rightarrow \boxed{m=1}$

תשובה $x=1$

ג. נציב $m=1$ **ונקבל שהפונקציה היא:** $f(x)=\dfrac{x^2+3}{x-1}$

(1) נמצא את נגזרת הפונקציה:

$$f'(x)=\frac{2x(x-1)-(x^2+3)}{(x-1)^2}=\frac{2x^2-2x-x^2-3}{(x-1)^2}$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{x^2-2x-3}{(x^2-8x+16)^2}}$$

$$0=x^2-2x-3 \quad \rightarrow x_{1,2}=\frac{2\pm4}{2}$$

$$x=3 \quad \rightarrow (3,6) \quad \leftarrow f(3)=\frac{3^2+3}{3-1}=\frac{12}{2}=6$$

$$x=-1 \quad \rightarrow (-1,-2) \quad \leftarrow f(-1)=\frac{(-1)^2+3}{-1-1}=\frac{4}{-2}=-2$$

נמצא את סוג נקודות הקיצון (מכנה הנגזרת חיובי)

$$f'(-2)=(-2)^2-2\cdot(-2)-3>0, \quad f'(0)=0^2-2\cdot0-3<0,$$
$$f'(2)=2^2-2\cdot2-3<0, \quad f'(4)=4^2-2\cdot4-3>0$$

x	4	3	2	1	0	-1	-2
$f'(x)$	+	0	-		-	0	+
מסקנה	↗	**Min**	↘		↘	**Max**	↗

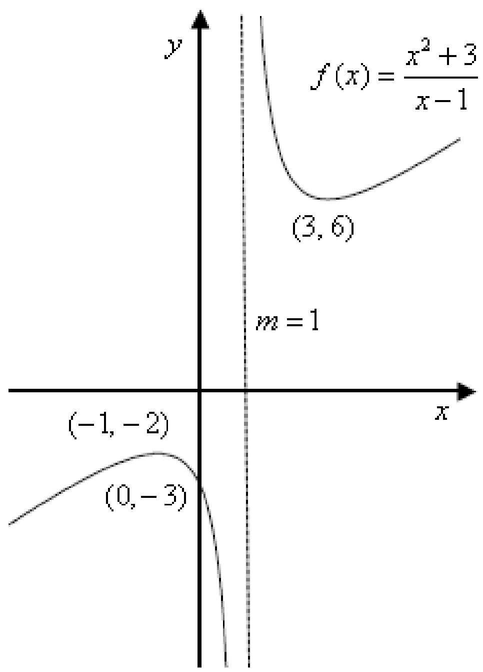
תשובה: $(3,6)$ **מינימום ,** $(-1,-2)$ **מקסימום**

ד. בנקודת החיתוך עם ציר ה- y **מתקיים** $x=0$ **ו**

לכן שיעורי נקודת החיתוך $(0,-3)$ **(גם על פי סעיף ב.)**

תשובה: $(0,-3)$ **.**

ה. הסקיצה המתאימה מצד שמאל:



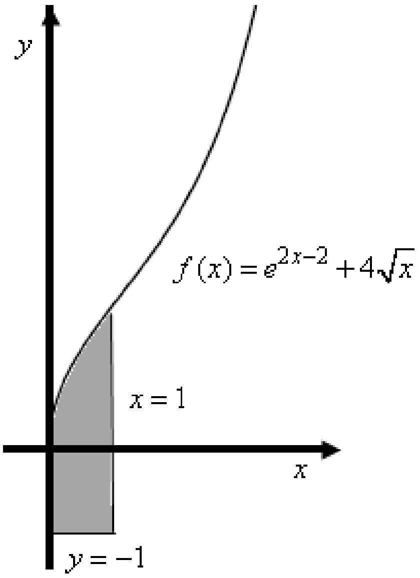
א. נתונה הפונקציה $f(x)=e^{2x-a}+4\sqrt{x}$ **שתחום ההגדרה שלה הוא** $x\geq 0$

ישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x=1$ **מקביל לישר** $y=4x+5$ **, כלומר** $f'(1)=4$

$$f'(x)=2e^{2x-a}+\frac{4}{2\sqrt{x}}$$
$$4=2e^{2\cdot 1-a}+\frac{4}{2\sqrt{1}}$$
$$2=2e^{2-a}$$
$$1=e^{2-a}$$
$$e^{0}=e^{2-a}$$
$$0=2-a$$
$$\boxed{a=2}$$

תשובה: $a=2$ **.**

ב. נציב $a=2$ **והפונקציה היא** $f(x)=e^{2x-2}+4\sqrt{x}$



$$S=\int_0^1(e^{2x-2}+4\sqrt{x}-(-1))dx$$
$$S=\int_0^1(e^{2x-2}+4x^{0.5}+1)dx$$
$$S=\frac{e^{2x-2}}{2}+\frac{4x^{1.5}}{1.5}+x\Big]_0^1$$
$$S=\left(\frac{e^{2\cdot 1-2}}{2}+\frac{4\cdot 1^{1.5}}{1.5}+1\right)-\left(\frac{e^{2\cdot 0-2}}{2}+\frac{4\cdot 0^{1.5}}{1.5}+0\right)$$
$$S=4\frac{1}{6}-\frac{1}{2e^{2}}$$
$$\boxed{S=4.099}$$

תשובה: 4.099 **יח"ר.**

נוסחת הגידול והדעיכה: $M_t = M_0 \cdot a^t$ **, כאשר** M_0 **- הכמות ההתחלתית**
a **הוא גורם הגידול,** M_t **הכמות לאחר זמן** t**.**

א. חומר I **יורד מכמות** M_0 **לכמות** $0.83M_0$ **במשך** 12 **שנים**

$$0.83M_0 = M_0 \cdot a^{12} \quad / : M_0$$
$$0.83 = a^{12}$$
$$\sqrt[12]{0.83} = a$$
$$\boxed{a_{\mathrm{I}} = 0.9846}$$

חומר II **יורד מכמות** M_0 **לכמות** $0.71M_0$ **במשך** 10 **שנים**

$$0.71M_0 = M_0 \cdot a^{10} \quad / : M_0$$
$$0.71 = a^{10}$$
$$\sqrt[10]{0.71} = a$$
$$\boxed{a_{\mathrm{II}} = 0.9663}$$

נמצא בעוד כמה שנים כמות חומר II **קטנה פי** 3 **מכמות חומר** I

$$3 \cdot M_0 \cdot 0.9663^t = M_0 \cdot 0.9846^t \quad / : M_0$$
$$3 \cdot 0.9663^t = 0.9846^t$$
$$3 = \frac{0.9846^t}{0.9663^t}$$
$$3 = \left(\frac{0.9846}{0.9663}\right)^t$$
$$\ln 3 \quad \to \ln 1.0189^t$$
$$\ln 3 = t \ln 1.0189$$
$$\frac{\ln 3}{\ln 1.0189} = t$$
$$\boxed{t = 58.56}$$

תשובה: כעבור 58.56 **שנים.**