א. (1) נתונה מערכת המשוואות:

$$(a+3)^2x+(a-3)y=18-4a^2$$

$$(a+3)^2x-(a-3)y=2a^2$$

נביע את פתרון המערכת באמצעות a עבור $a\neq\pm3$,

ותוך כדי כך את התנאים לקיומו עבור סעיפים (2) ו- (3).

$$+\begin{cases}(a+3)^2x+(a-3)y=18-4a^2\\(a+3)^2x-(a-3)y=2a^2\end{cases}$$

$$2(a+3)^2x=18-2a^2$$

$$(a+3)^2x=9-a^2$$

$$(a+3)^2x=(3-a)(3+a)$$

עבור $a=-3$ נקבל פסוק אמת, ($0x=0$) ונבדוק את המשמעות בהמשך.

$$\boxed{x=\frac{3-a}{a+3}}$$

$$(a+3)^2\cdot\frac{3-a}{a+3}+(a-3)y=18-4a^2$$

$$(a+3)(3-a)+(a-3)y=18-4a^2$$

$$(a-3)y=18-4a^2-(a+3)(3-a)$$

$$(a-3)y=18-4a^2-(3+a)(3-a)$$

$$(a-3)y=18-4a^2-(9-a^2)$$

$$(a-3)y=18-4a^2-9+a^2$$

$$(a-3)y=9-3a^2$$

עבור $a=3$ נקבל פסוק שקר, ($0y=-18$) ונבדוק את המשמעות בהמשך.

$$\boxed{y=\frac{9-3a^2}{a-3}}$$

$$\boxed{(\frac{3-a}{a+3},\frac{9-3a^2}{a-3}),\quad a\neq\pm3}$$

תשובה: $(\frac{3-a}{a+3},\frac{9-3a^2}{a-3}),\quad a\neq\pm3$

(2) נציב $a=-3$ בשתי המשוואות

$$(-3+3)^2x+(-3-3)y=18-4(-3)^2 \quad \to -6y=-18 \quad \to y=3$$
$$(-3+3)^2x-(-3-3)y=2(-3)^2 \quad \to 6y=-18 \quad \to y=3$$

תשובה: $a=-3$ אינסוף פתרונות (כל הנקודות שעל הישר $y=3$)

(3) נציב $a=3$ בשתי המשוואות

$$(3+3)^2x+(3-3)y=18-4\cdot 3^2 \quad \to 36x=-18 \quad \to x=-0.5$$
$$(3+3)^2x-(3-3)y=2\cdot 3^2 \quad \to 36x=18 \quad \to x=0.5$$

תשובה: $a=3$ אין פתרון (שני הישרים מקבילים).

ב. נמצא את הערך של a שעבורו הפתרון היחיד של המערכת ($(\frac{3-a}{a+3},\frac{9-3a^2}{a-3}),\quad a\neq\pm3$) מקיים $xy=3$.

$$\frac{\overset{-1}{\cancel{3-a}}}{a+3}\cdot\frac{9-3a^2}{\cancel{a-3}}=3 \quad /(a+3)$$
$$3a^2-9=3(a+3)$$
$$3a^2-9=3a+9$$
$$3a^2-3a-18=0$$
$$a_{1,2}=\frac{3\pm15}{6}$$
$$\boxed{a=-2} \quad \cancel{a=3}$$

תשובה: $a=-2$

א. נתון כי האיבר הנמצא במקום ה- n בסדרה מקיים $a_n = 6n+9$.

$$a_{n+1} - a_n = 6(n+1)+9-(6n+9)$$
$$a_{n+1} - a_n = 6n+6+9-6n-9$$
$$a_{n+1} - a_n = 6$$

בהתאם הפרש בין שני איברים עוקבים בסדרה אינו תלוי ב- n ,

ולכן הסדרה חשבונית, כאשר $d=6$, $a_1 = 6\cdot1+9=15$

הוכַח.

ב. נתון כי סכום $2n$ האיברים הראשונים בסדרה גדול פי 1.92 מסכום האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים.

סדרת האיברים במקומות הזוגיים היא חשבונית, כי $a_{n+2} - a_n = 6(n+2)+9-(6n+9)=12$,

כאשר $d=12$, $a_2 = 6\cdot2+9=21$ ומספר האיברים בה הוא $\frac{2n}{2}=n$.

$$1.92\cdot\frac{\cancel{n}}{\cancel{2}}(2\cdot21+12(n-1)) = \frac{2\cancel{n}}{\cancel{2}}(2\cdot15+6(2n-1))$$
$$1.92\cdot(42+12n-12) = 2\cdot(30+12n-6)$$
$$1.92\cdot(30+12n) = 2\cdot(24+12n)$$
$$57.6+23.04n = 48+24n$$
$$-0.96n = -9.6$$
$$\boxed{n=10}$$

תשובה: $n=10$ (בסדרה 20 איברים).

ג. סדרת האיברים במקומות המתחלקים ב- 4 היא חשבונית, כי $a_{n+4} - a_n = 6(n+4)+9-(6n+9)=24$,

כאשר $d=24$, $a_4 = 6\cdot4+9=33$ ומספר האיברים בה הוא $\frac{4n}{4}=\frac{4\cdot10}{4}=10$.

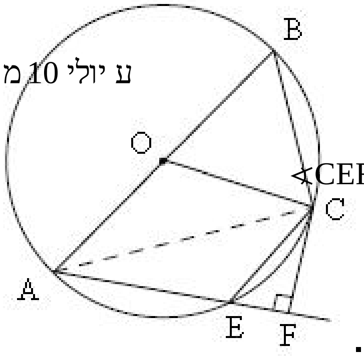
$$S^* = \frac{10}{2}(2\cdot33+24(10-1))$$
$$S^* = 1,410$$

$$S_{40} = \frac{40}{2}(2\cdot15+6(40-1))$$
$$S_{40} = 5,280$$

ולכן סכום הסדרה הארוכה, לאחר שמחקו בה את האיברים במקומות המתחלקים ב- 4

הוא $5,280-1,410=3,870$

תשובה: $3,870$.



3

נתונים

1. AB **הוא קוטר במעגל שמרכזו** O **2.** $\sphericalangle EFC = 90°$ **3.** $\sphericalangle CEF = \sim$

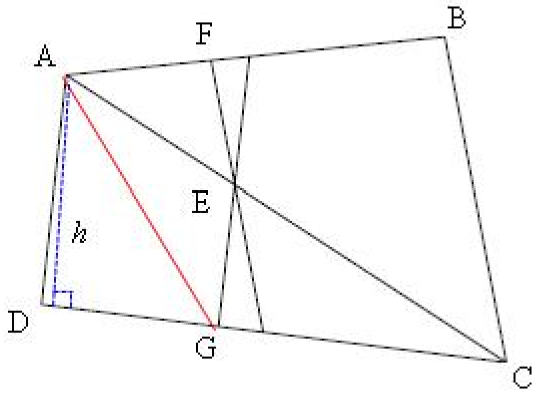
עבור ג':

4. $BC = BO$ **5.** $EF =$ 2 **ס"מ**.

צ"ל: א. $\sphericalangle AOC = 2\sim$ **ב.** $\Delta EFC \sim \Delta BCA$ **ג. האורך של** CF.

הסבר	מס'	טענה	נימוק
3	6	$\sphericalangle CEF = \sim$	נתון
6	7	$\sphericalangle CEA = 180° - \sim$	זוויות צמודות משלימות ל- $180°$
7	8	$\overset{\frown}{CBA} = 360° - 2\sim$	הקשת כפולה מהזווית ההיקפית הנשענת עליה
8	9	$\overset{\frown}{CEA} = 2\sim$	זווית עגולה שווה ל- $360°$
1	10	O מרכז המעגל	נתון
9, 10	11	$\sphericalangle AOC = 2\sim$	הקשת שווה לזווית ההיקפית הנשענת עליה
מ.ש.ל. א			
10	12	$OA = OC$	רדיוסים שווים במעגל
11, 12	13	$\sphericalangle OAC = 90° - \sim$	זוויות בבסיס שוות במש"ש וסכום זוויות $180°$ ב- ΔOAC
2	14	$\sphericalangle EFC = 90°$	על קשתות שוות מונחות זוויות היקפיות שוות
6, 14	15	$\sphericalangle FCE = 90° - \sim$	סכום זוויות $180°$ ב- ΔFCE
13, 15	16	$\sphericalangle FCE = \sphericalangle OAC$ (ז)	כלל המעבר
1	17	AB הוא קוטר	נתון
17	18	$\sphericalangle BCA = 90°$	זווית היקפית הנשענת על קוטר היא ישרה
14, 18	19	$\sphericalangle EFC = \sphericalangle BCA$ (ז)	כלל המעבר
16, 19	20	$\Delta EFC \sim \Delta BCA$	משפט דמיון **ז**וויות **ז**ווית
מ.ש.ל ב			
20	21	$BC = BO$	נתון
10, 17	22	$AB = 2OB$	הקוטר שווה לשני רדיוסים
21, 22	23	$AB = 2BC$	הצבה
18, 23	24	$\sphericalangle OAC = 30°$	אם הניצב שווה למחצית היתר אז הזווית מולו $30°$
16, 24	25	$\sphericalangle FCE = 30°$	כלל המעבר
5	26	$EF =$ 2 ס"מ	נתון
14, 25	27	$EF =$ 4 ס"מ	במשולש ישר זווית מול זווית $30°$ ניצב שווה למחצית היתר
16, 27	28	$CF =$ $2\sqrt{3}$ ס"מ	משפט פיתגורס ΔCEF
מ.ש.ל. ג			

ע יולי 10 מועד קיץ ב שאלון 35005



נתונים

1. $FE \parallel BC$ **2.** $EG \parallel AD$

עבור ב. **3.** $\frac{EF}{BC}=\frac{2}{5}$

צ"ל: א. (1) $\frac{EF}{BC}=\frac{AE}{AC}$ **(2)** $\frac{EF}{BC}+\frac{EG}{AD}=1$

ב. (1) $\frac{GC}{DG}$ **(2)** $\frac{S_{\Delta AGC}}{S_{\Delta ADG}}$

הסבר	מס'	טענה	נימוק
1	4	$FE \parallel BC$	נתון
4	5	$\frac{EF}{BC}=\frac{AE}{AC}$	משפט תאלס הרחבה 1
מ.ש.ל. א (1)			
2	6	$EG \parallel AD$	נתון
6	7	$\frac{EG}{AD}=\frac{CE}{AC}=\frac{CG}{CD}$	משפט תאלס הרחבה 1
5, 7	8	$\frac{EF}{BC}+\frac{EG}{AD}=\frac{AE}{AC}+\frac{CE}{AC}$	כלל החיבור
8	9	$\frac{EF}{BC}+\frac{EG}{AD}=\frac{AE+CE}{AC}$	חישוב
9	10	$\frac{EF}{BC}+\frac{EG}{AD}=\frac{AC}{AC}=1$	סכום קטעים וחישוב
מ.ש.ל א (2)			
3	11	$\frac{EF}{BC}=\frac{2}{5}$	נתון
10, 11	12	$\frac{EG}{AD}=\frac{3}{5}$	הצבה וחישוב
7, 12	13	$\frac{CG}{CD}=\frac{3}{5}$	כלל המעבר
13	14	$\frac{CG}{CD}=\frac{3}{2}$	חישוב
מ.ש.ל. ב (1)			
14	15	$\frac{S_{\Delta AGC}}{S_{\Delta ADG}}=\frac{3}{2}$	לשני המשולשים גובה משותף (h) לצלעות שביחס $3:2$
מ.ש.ל ב (2)			

א. הבחירה באחת משלוש הקופסאות היא אקראית ולכן ההסתברות לבחירתה היא $\frac{1}{3}$.

(1) מטבע זהב ניתן להוציא באחת משתי קופסאות, זו עם 2 מטבעות זהב, או זו עם מטבע זהב ומטבע כסף:

$$P=\frac{1}{3}\cdot 1+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$$

תשובה: ההסתברות היא $\frac{1}{2}$.

(2) ידוע שהוצא מטבע זהב –

יש למצוא את ההסתברות שנשאר מטבע זהב, כלומר שיצא מהקופסה עם 2 מטבעות זהב.

$$P(\text{1 gold coin was left / gold coin was chosen})=\frac{P(\text{1 gold coin was lef}\cap\text{gold coin was chosen})}{P(\text{gold coin was chosen})}=$$

$$=\frac{\frac{1}{3}\cdot 1}{\frac{1}{2}}=\frac{2}{3}$$

תשובה: ההסתברות היא $\frac{2}{3}$.

ב. הבחירה באחת משלוש הקופסאות היא אקראית ולכן ההסתברות לבחירתה היא $\frac{1}{3}$.

מטבע זהב נשאר בקופסה, אם הוצאנו מטבע כסף מהקופסה עם מטבע זהב ומטבע כסף,

או אם הוצאנו מטבע זהב מהקופסה עם 2 מטבעות זהב

$$P=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\cdot 1=\frac{1}{2}$$

תשובה: ההסתברות היא $\frac{1}{2}$.

ג. בסעיף זה הדעות חלוקות, עקב הניסוח של השאלה.

<u>דעתי היא</u>

מדובר בשני מאורעות, שני ניסויים, שונים זה מזה – ולכן המאורעות בלתי תלויים. נמחיש בעזרת נוסחה.

בסעיף א (1) בוחרים קופסה ומוציאים מטבע.

בסעיף ב (2) בוחרים קופסה, מוציאים מטבע (ומחזירים אותו), בוחרים קופסה ומוציאים מטבע.

מאורע של חיתוך המאורעות הוא: הוצאת מטבע זהב מהקופסה עם 1 או 2 מטבעות זהב,

ולאחר החזרתו הוצאת מטבע זהב מהקופסה עם 2 מטבעות זהב או מטבע כסף מהקופסה עם מטבע 1 כסף.

$P(A1)\cdot P(B2)=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$, $P(A1\cap B2)=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}\cdot 1+\frac{1}{3}\cdot 1+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$ **כלומר,** $P(A1\cap B2)=P(A1)\cdot P(B2)$

תשובה: המאורעות בלתי תלויים.

א. נגדיר את הקבוצות הבאות:

S - קבוצת הנבדקים

A - קבוצת המצליחים בבחינות $\quad$ $\overline{A}$ - קבוצת הנכשלים בבחינות

B - קבוצת המתכוננים לבחינות $\quad$ $\overline{B}$ - קבוצת ה*לא* מתכוננים לבחינות

נציב בטבלה ונשלים נתונים.

	A - מצליחים בבחינות	$\overline{A}$ - נכשלים בבחינות	
B - מתכוננים לבחינות	0.91	0.04	0.95
$\overline{B}$ - *לא* מתכוננים לבחינות	0.03	0.02	0.05
	0.94	0.06	1

הרקע לטענת התלמיד, על פי המתואר בשאלה

שיעור התלמידים ש*לא* מתכוננים לבחינות מבין הנכשלים בבחינות: $P(\overline{B}/\overline{A})=\frac{P(\overline{B}\cap\overline{A})}{P(\overline{A})}=\frac{0.02}{0.06}=\frac{1}{3}$

שיעור התלמידים שמתכוננים לבחינות מבין הנכשלים בבחינות: $P(B/\overline{A})=\frac{P(B\cap\overline{A})}{P(\overline{A})}=\frac{0.04}{0.06}=\frac{2}{3}$

אולם על פי הכותרת " כאשר *לא* מתכוננים לבחינות מקטינים את הסיכוי לכישלון בבחינה",
יש לבדוק בדרך שונה, כי הנתון הידוע הוא :" *לא* מתכוננים לבחינות":

שיעור התלמידים הנכשלים בבחינות מבין ש*לא* מתכוננים לבחינות: $P(\overline{A}/\overline{B})=\frac{P(\overline{A}\cap\overline{B})}{P(\overline{B})}=\frac{0.02}{0.05}=0.4$

שיעור התלמידים הנכשלים בבחינות מבין שמתכוננים לבחינות: $P(\overline{A}/B)=\frac{P(\overline{A}\cap B)}{P(B)}=\frac{0.04}{0.95}=0.0423$

ניתן לראות כי כאשר *לא* מתכוננים לבחינות מגדילים את הסיכוי לכישלון בבחינה והכותרת שגויה.

תשובה: טענת ההנהלה נכונה.

ב. נתון כי בבית הספר יש 24 תלמידים שמתכוננים לבחינות אך אינם מצליחים בהן $N(\overline{A}/B)=24$

בהתאם: $N(A\cap B)=\frac{0.91}{0.04}\cdot 24=546$

תשובה: 546 תלמידים מבית הספר מתכוננים לבחינות ומצליחים בהן.