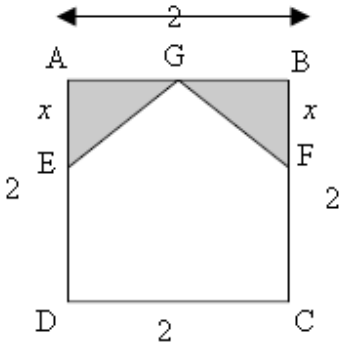


נחשב את השטח הכולל של המשולשים AGE **ו-** BGF**, שעשויים מזכוכית צבעונית**

$$S=\frac{x\cdot AG}{2}+\frac{x\cdot GB}{2}=\frac{x}{2}(AG+GB)=\frac{x}{2}\cdot 2=x$$ **מ"ר**

השטח של הזכוכית הרגילה הוא, בהתאם, $4-x$ **מ"ר** $=2^2-x$

מטר מרובע של זכוכית צבעונית עולה 20 **₪ ולכן הנחה של** 22% **שווה** 4.4 **₪** $=20\cdot\frac{22}{100}$ **למ"ר**

מטר מרובע של זכוכית רגילה עולה 10 **₪ ולכן ההנחה של** 10% **שווה** 1 **₪** $=10\cdot\frac{10}{100}$ **למ"ר**

סך כל ההנחה על שני סוגי הזכוכית הדרושים לבניית החלון היא 14%**, כלומר** 0.14 **מהעלות המקורית.**

המשוואה המתאימה: $4.4\cdot x+1\cdot(4-x)=0.14\cdot(20\cdot x+10\cdot(4-x))$**.**

נפתור את המשוואה

$$4.4x+4-x=0.14\cdot(20x+40-10x)$$
$$3.4x+4=2.8x+5.6-1.4x$$
$$2x=1.6\quad /:2$$
$$\boxed{x=0.8}$$

תשובה: האורך של AE **הוא** 0.8 **מטר (**80 **ס"מ).**

א. (1) משוואת האלכסון BD **היא** $x+3y=0$ **, או** $y=-\frac{1}{3}x$ **ולכן שיפוע האלכסון הוא** $-\frac{1}{3}$ **.**

אלכסוני הריבוע ניצבים זה לזה ועל פי תנאי ניצבות: $m_{mC}=3$

תשובה: שיפוע האלכסון AC **הוא** 3 **.**

(2) נמצא את משוואת האלכסון השני

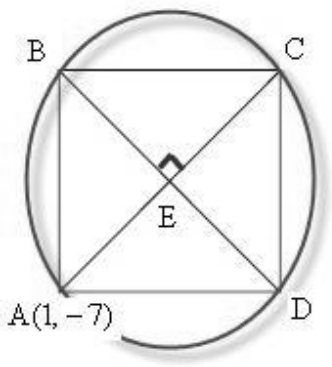
$$AC \equiv y+7=3(x-1)$$
$$AC \equiv y=3x-10$$

נמצא את שיעורי נקודת מפגש האלכסונים E

$$\begin{cases} y=-\frac{1}{3}x \\ y=3x-10 \end{cases} \rightarrow 3x-10=-\frac{1}{3}x \rightarrow 3\frac{1}{3}x=10 \rightarrow x=3 \rightarrow y=-\frac{1}{3}\cdot 3=-1 \rightarrow \boxed{E(3,-1)}$$

תשובה: $E(3,-1)$

ב. הריבוע הוא צורה משוכללת ומפגש האלכסונים הוא מרכז המעגל החוסם וגם מרכז המעגל החסום.



משוואת המעגל החוסם $(x-3)^2+(y+1)^2=R^2$

נציב את שיעורי הקדקוד $A(1,-7)$

$$(1-3)^2+(-7+1)^2=R^2 \rightarrow R^2=40$$

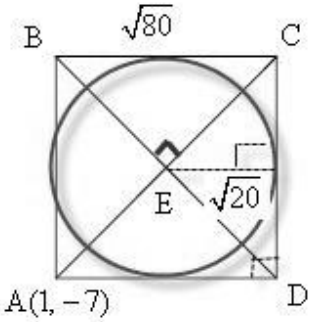
תשובה: משוואת המעגל החוסם $(x-3)^2+(y+1)^2=40$

ג. כיוון ש- $AE=BE=R=\sqrt{40}$ **,**

הרי שבאמצעות משפט פיתגורס במשולש BEC **:**

$$(AB)^2=40+40 \rightarrow AB=\sqrt{80}$$

תשובה: אורך צלע הריבוע $\sqrt{80}$ **.**



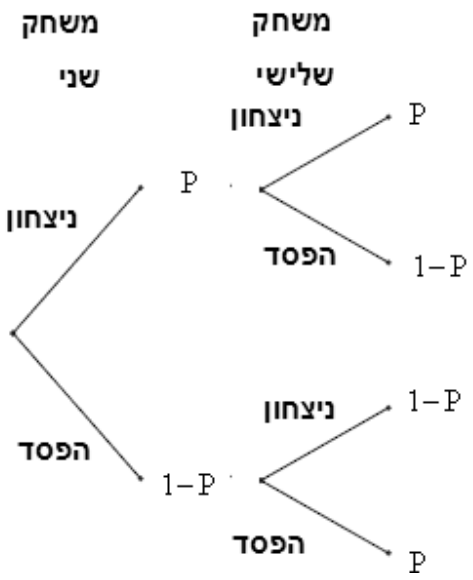
ד. רדיוס המעגל החסום משיק לצלע CD **, ולכן מאונך לה ומקביל לצלע** AD **.**

כיוון שהוא יוצא מאמצע האלכסון AC **הרי שהוא קטע אמצעים ב-** ΔACD **,**

ושווה למחצית הצלע שממול, כלומר $r=\frac{\sqrt{80}}{2}=\frac{\sqrt{4\cdot 20}}{2}=\frac{2\sqrt{20}}{2}=\sqrt{20}$

תשובה: משוואת המעגל החסום $(x-3)^2+(y+1)^2=20$ **.**

א. (1) ידוע כי יוסי ניצח במשחק הראשון ולכן זה עץ האפשרויות שעומד בפניו



$$P(\text{looses the 2nd, wins the 3rd}) = (1-P)(1-P) = (1-P)^2$$

תשובה: ההסתברות שיוסי יפסיד במשחק השני וינצח במשחק השלישי היא $(1-P)^2$**.**

(2) ההסתברות שיוסי ינצח במשחק השלישי היא $\frac{13}{25}$**.**

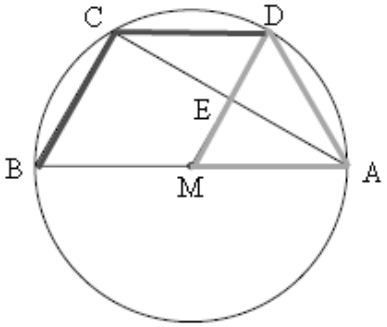
$$\frac{13}{25} = (1-P)^2 + P\cdot P$$
$$13 = 25(1-2P+P^2) + 25P^2$$
$$13 = 25 - 50P + 25P^2 + 25P^2$$
$$50P^2 - 50P + 12 = 0$$
$$P_{1,2} = \frac{50 \pm 10}{100}$$
$$\boxed{P = 0.6} \quad \leftarrow P > 0.5$$

תשובה: $P = 0.6$

ב. נסמן ב- x **את ההסתברות שיוסי מנצח במשחק הראשון.**

$$0.144 = x \cdot 0.6^2$$
$$x = 0.4$$

תשובה: ההסתברות שיוסי מנצח במשחק הראשון היא 0.4 **.**



נתונים

1. מרובע $ABCD$ חסום במעגל

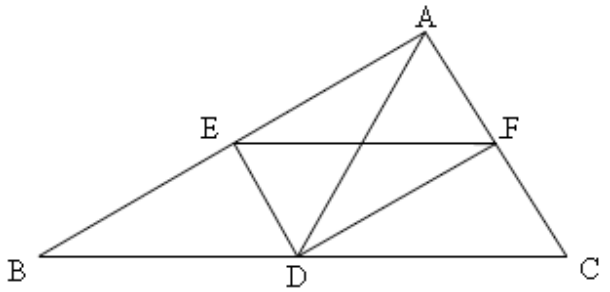
2. M מרכז המעגל

3. $AD = AM$ **4.** $CD = CB$

צ"ל:

א. $ME = ED$. **ב.** $CB \parallel DM$. **ג.** $CD \parallel BM$.

הסבר		טענה	נימוק
4	5	$CD = CB$	נתון
5	6	$\overset{\frown}{DAC} = \overset{\frown}{BAC}$	על מיתרים שווים נשענות קשתות שוות
6	7	$S DAC = S BAC$	על קשתות שוות נשענות זוויות היקפיות שוות
4, 5	6	$AD = AM$	נתון
6, 7	8	$ME = ED$	במש"ש AMD חוצה זווית הראש הוא גם תיכון לבסיס
מ.ש.ל. א.			
1	9	M מרכז המעגל	נתון
9	10	$DM = AM$	רדיוסים שווים זה לזה
8, 10	11	$AD = AM = DM$	כלל המעבר
11	12	$S DMA = 60°$	זוויות שוות ל- $60°$ במש"ץ AMD
11	13	$S DAM = 60°$	זוויות שוות ל- $60°$ במש"ץ AMD
7, 13	14	$S DAE = 30°$	חישוב
14	15	$\overset{\frown}{CD} = 60°$	קשת שווה לכפליים הזווית ההיקפית
12	16	$\overset{\frown}{AD} = 60°$	קשת שווה לזווית המרכזית
15, 16	17	$\overset{\frown}{CDA} = 120°$	חיבור קשתות
17	18	$S CBA = 60°$	קשת שווה לכפליים הזווית ההיקפית
12, 18	19	$S CBA = S DMA$	כלל המעבר
19	20	$CB \parallel DM$	אם זוויות מתאימות שוות אז הישרים מקבילים
מ.ש.ל. ב.			
1	21	מרובע $ABCD$ חסום במעגל	נתון
13, 21	22	$S DCB = 120°$	במרובע חסום במעגל סכום זוויות נגדיות $180°$
18, 22	23	$CD \parallel BM$	אם זוויות חד צדדיות משלימות ל- $180°$ אז הישרים מקבילים
מ.ש.ל. ג			



נתונים

1. $DB = DC$ **2.** DE **חוצה זווית** $\angle ADB$

3. DF **חוצה זווית** $\angle ADC$

עבור ב: 4. $\angle BED = 90°$

צ"ל: א. (1) $\frac{AE}{EB} = \frac{AD}{DC}$ **(2)** $\frac{AE}{EB} = \frac{AF}{FC}$

(3) $\angle AEF = \angle ABC$ **ב. (1)** $AE = BE$ **(2)** $ED = \frac{1}{2}AC$

הסבר		טענה	נימוק
2	5	DE **חוצה זווית** $\angle ADB$	**נתון**
5	6	$\frac{AE}{EB} = \frac{AD}{DB}$	**משפט חוצה זווית** ΔADB
1	7	$DB = DC$	**נתון**
7 ,6	8	$\frac{AE}{EB} = \frac{AD}{DC}$	**הצבה**
מ.ש.ל. א (1)			
3	9	DF **חוצה זווית** $\angle ADC$	**נתון**
9	10	$\frac{AD}{DC} = \frac{AF}{FC}$	**משפט חוצה זווית** ΔADC
10 ,8	11	$\frac{AE}{EB} = \frac{AF}{FC}$	**כלל המעבר**
מ.ש.ל. א (2)			
11	12	$EF \parallel BC$	**משפט תאלס הפוך**
12	13	$\angle AEF = \angle ABC$	**זוויות מתחלפות שוות בין ישרים מקבילים**
מ.ש.ל. א (3)			
4	14	$\angle BED = 90°$	**נתון**
14 ,5	15	ΔADB **שווה שוקיים**	**חוצה זווית מתלכד עם הגובה**
15 ,14	16	$AE = BE$	**הגובה לבסיס במש"ש** ΔADB **הוא גם תיכון**
מ.ש.ל. ב (1)			
16 ,7	17	ED **קטע אמצעים** ΔACB	**מחבר אמצעי שתי צלעות**
17	18	$ED = \frac{1}{2}AC$	**קטע אמצעים מקביל לצלע השלישית**
מ.ש.ל. ב (2)			

א. (1) $\mathbf{S}CAB = 70°$ **(נתון)**

$\mathbf{S}C = 90°$ **(נתון)**

$\mathbf{S}ABC = 20°$ **(סכום זוויות חדות במשולש ישר זווית הוא** $90°$**)**

$\mathbf{S}OBC = 10°$ **(מרכז מעגל חסום הוא מפגש חוצי זוויות)**

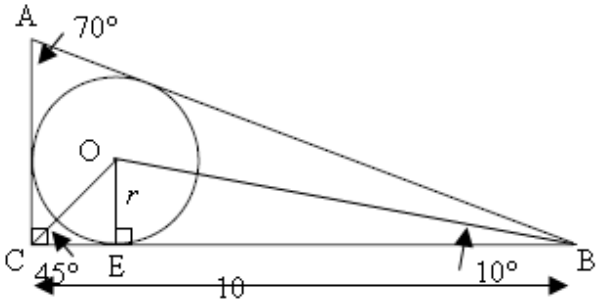
$\mathbf{S}OCB = 45°$ **(מרכז מעגל חסום הוא מפגש חוצי זוויות)**

$\mathbf{S}COB = 125°$ **(סכום זוויות חדות במשולש** COB **הוא** $180°$**)**

תשובה: $\mathbf{S}OBC = 10°$ **,** $\mathbf{S}OCB = 45°$ **,** $\mathbf{S}COB = 125°$

(2) כיוון שהרדיוס משיק לנקודת ההשקה, הרי שמשולשים COE **,** BOE **הם ישרי זווית.**

משולש COE **ישר זווית שווה שוקיים (זוויות בסיס שוות ל-** $45°$**) ולכן** $CE = r$



$\underline{\Delta BOE}$

$$\tan 10 = \frac{r}{BE}$$

$$BE = \frac{r}{\tan 10}$$

$$BE = 5.671r$$

נתון כי 10 **ס"מ** $= BC$ **, ולכן:**

$$5.671r + r = 10$$

$$6.671r = 10$$

$r =$ 1.5 **ס"מ**

תשובה: $r =$ 1.5 **ס"מ**

ב. נשתמש במשפט הסינוסים

$\underline{\Delta ABC}$

$$\frac{BC}{\sin \mathbf{S}A} = 2R$$

$$\frac{10}{2\sin 70} = R$$

$$R = 5.321$$

ובהתאם: $\frac{r}{R} = \frac{1.5}{5.231} = 0.282$

תשובה: היחס בין רדיוס המעגל החסום לרדיוס המעגל החוסם הוא 0.282**.**

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{\sin x}{2+\cos x}$ **בתחום** $-\frac{p}{2}\le x\le 2p$

כיוון ש $-1\le\cos x\le 1$ **הרי שמכנה הפונקציה חיובי תמיד ולכן הפונקציה מוגדרת בכל התחום הנתון.**

נמצא נקודות קצה ולאחר מכן נקודות קיצון.

$$f(-\frac{p}{2})=\frac{\sin(-\frac{p}{2})}{2+\cos(-\frac{p}{2})}=-\frac{1}{2}\quad\to(-\frac{p}{2},-\frac{1}{2})$$

$$f(2p)=\frac{\sin(2p)}{2+\cos(2p)}=0\quad\to(2p,0)$$

$$f'(x)=\frac{\cos x(2+\cos x)-(-\sin x)\sin x}{(2+\cos x)^2}$$

$$f'(x)=\frac{2\cos x+\cos^2 x+\sin^2 x}{(2+\cos x)^2}$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{2\cos x+1}{(2+\cos x)^2}}$$

$$0=2\cos x+1$$

$$\cos x=-0.5=\cos\frac{2p}{3}$$

k	$x=\frac{2p}{3}+2pk$	$x=-\frac{2p}{3}+2pk$
0	$\frac{2p}{3}$	
1	–	$-\frac{4p}{3}\to\boxed{(\frac{4p}{3},-0.577)}$

$$f(\frac{2p}{3})=\frac{\sin(\frac{2p}{3})}{2+\cos(\frac{2p}{3})}=0.577\quad\to(\frac{2p}{3},0.577)$$

$$f(\frac{4p}{3})=\frac{\sin(\frac{4p}{3})}{2+\cos(\frac{4p}{3})}=-0.577\quad\to(\frac{4p}{3},-0.577)$$

נמצא את סוג הקיצון, בעזרת ערכי הפונקציה:

x	$-\frac{p}{2}$		$\frac{2p}{3}$		$\frac{4p}{3}$		$2p$
y	$-\frac{1}{2}$		0.577		–0.577		0
y'							0
מסקנה	**Min**	↗	**Max**	↘	**Min**	↗	**Max**

תשובה: $(2p,0)$ **מקסימום ,** $(\frac{4p}{3},-0.577)$ **מינימום ,** $(\frac{2p}{3},0.577)$ **מקסימום ,** $(-\frac{p}{2},-\frac{1}{2})$ **מינימום.**

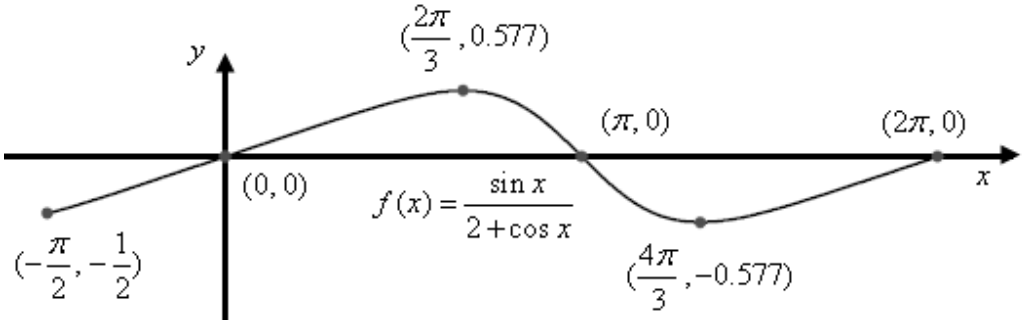
ב. בנקודת החיתוך עם ציר ה- y **מתקיים** $x=0$ **ובהתאם** $f(0)=\frac{\sin(0)}{2+\cos(0)}=0\quad\to(0,0)$

בנקודת החיתוך עם ציר ה- x **מתקיים** $y=0$ **ובהתאם** $0=\sin x\quad\to x=pk$

עבור $k=0$ **נקבל את הנקודה** $(0,0)$ **, עבור** $k=1$ **את** $(p,0)$ **ועבור** $k=2$ **את** $(2p,0)$

תשובה: $(0,0)$, $(p,0)$ **,** $(2p,0)$

ג. והסקיצה המתאימה:



א. נתונה הפונקציה $f(x)=2x^3-9x^2+12x-a$

$$f'(x)=6x^2-18x+12$$

$$0=6x^2-18x+12$$

$$x_{1,2}=\frac{18\pm 6}{12}$$

$$x_1=\frac{18+6}{12}=\frac{24}{12}=2$$

$$x_2=\frac{18-6}{12}=\frac{12}{12}=1$$

$$f'(0)=6\cdot 0^2-18\cdot 0+12=12>0$$

$$f'(1.5)=6\cdot 1.5^2-18\cdot 1.5+12=-1.5<0$$

$$f'(2.5)=6\cdot 2.5^2-18\cdot 2.5+12=4.5>0$$

עבור $x=1$ $f(x)$ **עוברת מעליה לירידה ולכן מינימום**

עבור $x=2$ $f(x)$ **עוברת מירידה לנסיעה ולכן מינימום**

תשובה: $x=1$ **מינימום,** $x=2$ **מקסימום.**

ב. הישר $y=-8x+14$ **עובר דרך נקודת המינימום,**

ולכן שיעוריה $(2,-2)$ $\rightarrow$ $y=-8\cdot 2+14=-2$ **.**

נציב בפונקציה:

$$-2=2\cdot 2^3-9\cdot 2^2+12\cdot 2-a$$

$$\boxed{a=6}$$

תשובה: $a=6$

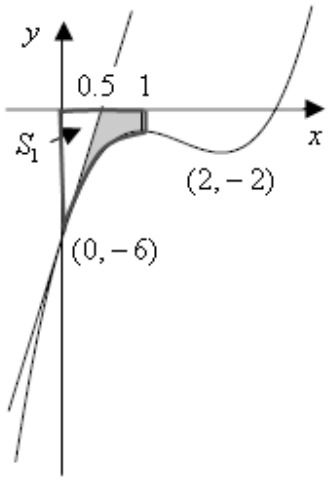
ג. נציב $a=6$ **והפונקציה היא** $f(x)=2x^3-9x^2+12x-6$ **.**

נקודת ההשקה $(0,-6)$ **, שיפוע המשיק** $m=f'(0)=12$

ובהתאם משוואת המשיק היא $y=12x-6$ **.**

נקודת חיתוך עם ציר ה- x **:** $0=12x-6\rightarrow x=0.5\rightarrow(0.5,0)$

שטח המשולש S_1 **הוא :** $S_1=\frac{6\cdot 0.5}{2}=1.5$ **.**



נמצא את S_2 **, השטח החסום בין הפונקציה לצירים (מוקף אדום):**

$$S_2=\int_0^1(0-(2x^3-9x^2+12x-6))dx$$

$$S_2=\int_0^1(-2x^3+9x^2-12x+6)dx$$

$$S_2=-0.5x^3+3x^3-6x^2+6x\Big]_0^1$$

$$S_2=(-0.5\cdot 1^3+3\cdot 1^3-6\cdot 1^2+6\cdot 1)-(-0.5\cdot 1^3+3\cdot 1^3-6\cdot 1^2+6\cdot 1)$$

$$\boxed{S_2=2.5}$$

וגודל השטח המקווקו $S=S_2-S_1=2.5-1.5=1$

תשובה: 1 **יח"ר.**

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\sqrt{x^2+bx+5}$ **,** b **הוא פרמטר.**

שיפוע הישר, המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x=0$ **, הוא** $-\frac{3\sqrt{5}}{5}$ **, כלומר** $f'(0)=-\frac{3\sqrt{5}}{5}$

$$f'(x)=\frac{2x+b}{2\sqrt{x^2+bx+5}}$$
$$-\frac{3\sqrt{5}}{5}=\frac{2\cdot 0+b}{2\sqrt{0^2+b\cdot 0+5}}$$
$$-\frac{3\sqrt{5}}{5}=\frac{b}{2\sqrt{5}}$$
$$-\frac{6\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}}{5}=b$$
$$\boxed{b=-6}$$

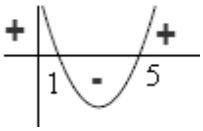
תשובה: $b=-6$

ב. נציב $b=-6$ **ובהתאם** $\boxed{f(x)=\sqrt{x^2-6x+5}}$

$$x^2-6x+5\ge 0$$
$$x^2-6x+5=0$$
$$(x-1)(x-5)=0$$
$$x=1,5$$

ותחום ההגדרה נקבע

על פי הפרבולה הישרה



תשובה: $x\ge 5$ **או** $x\le 1$

הערה: הפונקציה $f(x)=\sqrt{x^2-6x+5}$ **דומה, פרט לתחום ההגדרה, לפונקציה** $y=x^2-6x+5$ **,**

רק שכל ערכי ה- y **יהיו קטנים יותר** $y=\sqrt{f(x)}$ **, עם ענף עולה מימין וענף יורד משמאל, ללא קיצון.**

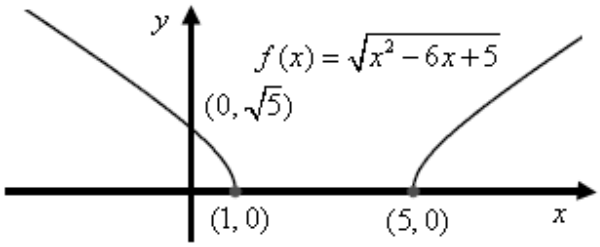
ג. בנקודת החיתוך עם ציר ה- y **מתקיים** $x=0$ **ובהתאם:** $f(0)=\sqrt{0^2+6\cdot 0+5}=\sqrt{5}\quad\to(0,\sqrt{5})$

שתי נקודות החיתוך עם ציר ה- x **הן** $(1,0)$ **ו-** $(5,0)$ **(והן גם נקודות מינימום קצה – לא נדרש)**

תשובה: $(0,\sqrt{5})$ **,** $(1,0)$ **,** $(5,0)$

ד. $f'(x)=\frac{2x-6}{2\sqrt{x^2-6x+5}}$ **כאשר הנגזרת מתאפסת רק עבור** $x=3$ **שלא בתחום ההגדרה.**

$$f'(6)=\frac{2\cdot 6-6}{+}>0,\quad f'(0)=-\frac{3\sqrt{5}}{5}<0$$

תשובה: עלייה - $x>5$ **, ירידה** $x<1$

ה. הסקיצה המתאימה