א. (1) נתונה המשוואה:

$(a^2-2a-15)y=(a^2-3a-10)x+7$.

$(a-5)(a+3)y=(a-5)(a+2)x+7$

כאשר $a=5$ **נקבל** $0y=7$ **שהוא פסוק שקר**

כאשר $a=-3$ **נקבל** $0y=(-3-5)(-3+2)x+7 \quad \to -7=8x \quad \to x=-0.875$ **שהוא פסוק אמת**

כאשר $a=-2$ **נקבל** $(-2-5)(-2+3)y=0x+7 \quad \to -7y=7 \quad \to y=-1$

בהתאם לניתוח זה התשובות הן:

עבור $a=-2$ **המשוואה מייצגת ישר המקביל לציר ה-** x $(y=-1)$

(2) עבור $a=-3$ **המשוואה מייצגת ישר המקביל לציר ה-** y $(x=-0.875)$

(3) עבור $a=5$ **אין פתרון למשוואה.**

ב. (1) נתונה מערכת משוואות,

$$\begin{cases} \text{I} & x+y=0 \\ \text{II} & (a-5)(a+2)x-(a-5)(a+3)y=-7 \quad a\neq -2.5,5 \end{cases}$$

נשים לב כי המשוואה השנייה (II) **שקולה למשוואה שניתחנו אותה בסעיף א.**

ולכן בהכרח $a=-2$ **יהיה אחד מפתרונות הסעיף, אולם לא בהכרח היחיד,**

שכן המשוואה השנייה יכולה לייצג ישר שאינו מקביל לציר ה- x **.**

נציב $y=-1$ **במשוואה הראשונה ונקבל** $x-1=0$ **ומכאן שנקודת החיתוך היא** $(1,-1)$ **.**

נציב שיעורי נקודת החיתוך במשוואה השנייה:

$$(a-5)(a+2)x-(a-5)(a+3)y=-7$$
$$(a-5)(a+3)\cdot 1-(a-5)(a+2)\cdot(-1)=-7$$
$$a^2-2a-15+a^2-3a-10=-7$$
$$2a^2-5a-18=0$$
$$a_{1,2}=\frac{5\pm 13}{4} \quad \to \boxed{a=-2, \quad a=4.5}$$

תשובה: $a=-2, \quad a=4.5$

(2) עבור $a=4.5$ **המשוואה** II **מייצגת ישר החותך את ציר ה-** x **(עבור** $a=-2$ **הישר** $y=1$ **מקביל לציר ה-** x **).**

בסעיף א ראינו שעבור כל $a\neq -3,-2,5$ **נקבל ישר בעל שיפוע ולכן יחתוך את ציר ה-** x **.**

תשובה: $a=4.5$

א. נתון כי a_1, a_2, a_3 שלושה איברים עוקבים בסדרה הנדסית.

$\frac{9}{a_1}, \frac{13}{a_2}, \frac{16}{a_3}$ שלושה איברים עוקבים בסדרה חשבונית, כלומר האיבר האמצעי הוא ממוצע חשבוני של האחרים.

$$2 \cdot \frac{13}{a_2} = \frac{9}{a_1} + \frac{16}{a_3}$$

$$\frac{26}{a_1 q} = \frac{9}{a_1} + \frac{16}{a_1 q^2} \quad / \cdot a_1 q^2$$

$$26q = 9q^2 + 16$$

$$9q^2 - 26q + 16 = 0$$

$$q_{1,2} = \frac{26 \pm 10}{18} \quad \rightarrow q = 2,\ q = \frac{8}{9}$$

סכום שלושת איברים אלו הוא 217, כאשר הסדרה יורדת.

כיוון שסכום זה חיובי והסדרה יורדת, הרי שהפתרון $q = 2$ נפסל (אם הסכום היה שלילי, הפתרון היה מתקבל).

$$a_1 + a_2 + a_3 = 217$$

$$a_1 + a_1 q + a_1 q^2 = 217$$

$$a_1 (1 + \frac{8}{9} + (\frac{8}{9})^2) = 217$$

$$a_1 = 81,\ a_2 = 81 \cdot \frac{8}{9} = 72,\ a_3 = 72 \cdot \frac{8}{9} = 64$$

תשובה: $a_1 = 81, a_2 = 72, a_3 = 64$

ב. (1) נסמן b_n - האיבר הכללי של הסדרה החשבונית

$$b_9 = \frac{9}{a_1} = \frac{9}{81} = \frac{1}{9},\ b_{10} = \frac{13}{a_2} = \frac{13}{72},\ b_{11} = \frac{16}{a_3} = \frac{16}{64} = \frac{1}{4}$$

$$d = \frac{1}{4} - \frac{13}{72} = \frac{5}{72} \quad (\frac{13}{72} - \frac{1}{9} = \frac{5}{72} \quad o.k.)$$

$$b_9 = b_1 + 8d \quad \rightarrow b_1 = \frac{1}{9} - 8 \cdot \frac{5}{72} = -\frac{4}{9}$$

תשובה: האיבר הראשון בסדרה החשבונית הוא $-\frac{4}{9}$ (וההפרש $\frac{5}{72}$)

(2) נמצא כמה איברים שליליים יש בסדרה

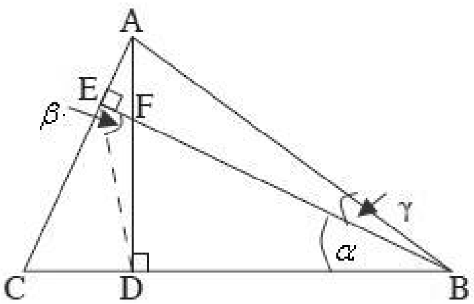
$$b_n < 0$$

$$-\frac{4}{9} + \frac{5}{72}(n-1) < 0$$

$$n - 1 < 6.4$$

$$n < 7.4$$

תשובה: בסדרה 7 איברים שליליים .



<u>נתונים</u>

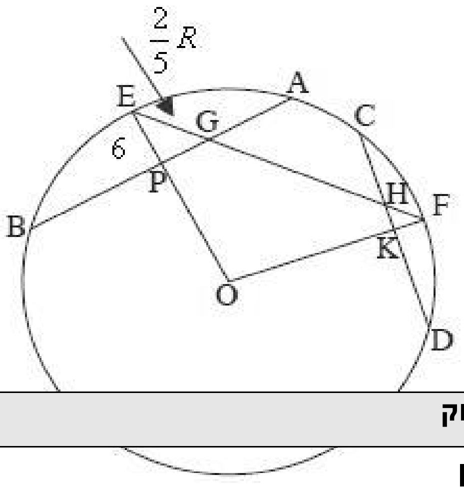
.1 $\text{S}\text{ADB}=90^\circ$ **.2** $\text{S}\text{AEB}=90^\circ$

עבור ב: .3 $\text{S}\text{FBD}=a$ **.4** $\text{S}\text{FED}=b$ **.5** $\text{S}\text{ABE}=g$

צ"ל: א. $\Delta\text{AFE} : \Delta\text{BFD}$ **ב.** $\Delta\text{AFB} : \Delta\text{EFD}$

ג. (1) $a+b+g=90^\circ$ **(2)** ABDE **בר חסימה**

הסבר		טענה	נימוק
1	6	$\text{S}\text{ADB}=90^\circ$	נתון
2	7	$\text{S}\text{AEB}=90^\circ$	נתון
7 ,6	8	$\text{S}\text{AEB}=\text{S}\text{ADB}$ (ז)	כלל המעבר
	9	$\text{S}\text{AFE}=\text{S}\text{BFD}$ (ז)	זוויות קדקודיות שוות זו לזו
9 ,8	10	$\Delta\text{AFE} : \Delta\text{BFD}$	משפט דמיון זווית זווית
		מ.ש.ל. א	
10	11	$\boxed{\frac{\text{AF}}{\text{BF}}=\frac{\text{FE}}{\text{FD}}}=\frac{\text{AE}}{\text{BD}}$	יחסי צלעות מתאימות במשולשים דומים
	12	$\text{S}\text{AFB}=\text{S}\text{EFD}$ (ז)	זוויות קדקודיות שוות זו לזו
12 ,11	13	$\Delta\text{AFE} : \Delta\text{BFD}$	משפט דמיון צלע זווית צלע
		מ.ש.ל. ב	
3	14	$\text{S}\text{FBD}=a$	נתון
4	15	$\text{S}\text{FED}=b$	נתון
5	16	$\text{S}\text{ABE}=g$	נתון
13	17	$\text{S}\text{BAD}=\text{S}\text{BED}=b$	זוויות מתאימות במשולשים דומים
17 ,16 ,14 ,6	18	$a+b+g=90^\circ$	זוויות חדות במשולש ישר זווית משלימות ל- 180°
		מ.ש.ל. ג (1)	
21 ,7	19	$\text{S}\text{ABD}=\text{S}\text{AED}=180^\circ$	חישוב
19	20	ABDE **בר חסימה**	זוויות נגדיות משלימות ל- 180°
		מ.ש.ל. ג (2)	



<u>נתונים</u>

1. $\overset{\frown}{AE}=\overset{\frown}{BE}$ **2.** $\overset{\frown}{CF}=\overset{\frown}{DF}$

3. O **מרכז המעגל. 4.** R **רדיוס המעגל**

עבור ג: 5. $EG=\frac{2}{5}R$ **6.** PE = 6 **ס"מ 7.** $\frac{EG}{HF}=2$

צ"ל: א. $EO\perp AB$ **ב.** $\sphericalangle FKH \sim \Delta EPG$ **ג.** HK

הסבר	מס'	טענה	נימוק
1	8	$\overset{\frown}{AE}=\overset{\frown}{BE}$	נתון
4	9	O **מרכז המעגל.**	נתון
9 ,8	10	$EO\perp AB$	רדיוס החוצה את הקשת מאונך למיתר המונח על הקשת
		מש.ל. א	
10	10	$\sphericalangle EPG=90°$	האנך יוצר זווית ישרה
2	11	$\overset{\frown}{CF}=\overset{\frown}{DF}$	נתון
11	12	$\sphericalangle FKH=90°$	רדיוס החוצה את הקשת מאונך למיתר המונח על הקשת
12 ,11	13	$\sphericalangle EPG=\sphericalangle FKH$ **(ז)**	כלל המעבר
9	14	$EO=FO$	רדיוסים שווים זה לזה
14	15	$\sphericalangle E=\sphericalangle F$ **(ז)**	מול צלעות שוות מונחות זוויות שוות ΔEOF
15 ,13	16	$\Delta EPG \sim \sphericalangle FKH$	משפט דמיון **ז**ווית **ז**ווית
		מ.ש.ל. ב	
7	17	$\frac{EG}{HF}=2$	נתון
17 ,16	18	$\frac{EP}{FK}=\frac{EG}{FH}=\frac{PG}{KH}=2$	יחסי צלעות מתאימות במשולשים דומים והצבה
5	19	$EG=0.4R$	נתון
19 ,18	23	$FH=0.2R$	חישוב
4	24	PE = 6 **ס"מ**	נתון
24 ,18	25	FK = 3 **ס"מ**	חישוב
12	26	$(HK)^2+(FK)^2=(FH)^2$	משפט פיתגורס ΔHFK
26 ,25 ,23	27	$(HK)^2+3^2=(0.2R)^2$	הצבה
27	28	$HK=\sqrt{0.04R^2-9}$	חישוב
		מ.ש.ל. ג	

א. (1) על חמישה קלפים רשומים המספרים $2,4,6,8,10$ **,**

כלומר הסיכוי לקבלת אחד מהמספרים האלו, בהוצאה אקראית של קלף אחד, הוא $\frac{1}{5}$

הוצאה, עם החזרה, של שני קלפים הם מאורעות בלתי תלויים, ולכן

בקופסה א' יש 2 **כדורים ירוקים ו-** 8 **כדורים אדומים, לכן**

$$P(12) = P(2,10) + P(4,8) + P(6,6) + P(8,4) + P(10,2) = 5 \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} = 0.2$$

תשובה: ההסתברות שסכום המספרים שיראו הקלפים הוא 12 **היא** 0.2 **.**

(2) זו הסתברות מותנית: ידוע שסכום המספרים הוא 12

ומבקשים לדעת מה הסיכוי שעל אחד מהקלפים היה רשום המספר 2**.**

כיוון שיש בדיוק 2 **אפשרויות כאלו** $(2,10),(10,2)$ **,**

מתוך 5 **אפשרויות שוות סיכוי – ההסתברות היא** $\frac{2}{5} = 0.4$

או על ידי הנוסחה להסתברות מותנית: $P(2/\text{sum is }12) = \frac{P(2 \cap \text{sum is }12)}{P(\text{sum is }12)} = \frac{2 \cdot (0.2 \cdot 0.2)}{0.2} = 0.4$

תשובה: ההסתברות היא 0.4.

ב. חוזרים n **פעמים על תהליך ההוצאה, כאשר הסיכוי לסכום** 12 **בתהליך של הוצאת שני קלפים הוא** 0.2

הסיכוי שאף פעם לא יתקבל הסכום 12 **היא** 0.8^n

הסיכוי שיתקבל בדיוק פעם אחת, בעזרת נוסחת ברנולי,

כי זו התפלגות בינומית, כאשר נתון כי $n = n$, $p = 0.2$ **,** $k = 1$:

$$P_n(1) = \binom{n}{1}(0.2)^1(1-0.2)^{n-1} = \frac{n!}{1!(n-1)!} \cdot 0.2 \cdot 0.8^{n-1} = \frac{(n-1)! \cdot n}{(n-1)!} \cdot 0.2 \cdot 0.8^{n-1} = \frac{n}{5} \cdot 0.8^{n-1}$$

תשובה: ההסתברות היא $0.8^n + \frac{n}{5} \cdot 0.8^{n-1}$.

א. (1) נגדיר את הקבוצות הבאות: S **- קבוצת הנבדקים**

A **- קבוצת חולי השפעת** $\overline{A}$ **- קבוצת הבריאים**

D **- אובחנו כחולים** $\overline{D}$ **- אובחנו כבריאים** **(התיאור של אבחנת הרופא שיש לבחון את אמינותו)**

<u>נתונים ומשמעויות</u>

$$P(A)=\frac{N(A)}{N(S)}=\frac{18}{36}=0.5 \quad \to P(\overline{A})=0.5$$

$$P(D/A)=\frac{N(D/A)}{N(S)}=\frac{15}{18}=\frac{5}{6} \quad \to P(\overline{D}/A)=\frac{1}{6}$$

$$P(D/\overline{A})=\frac{N(D/\overline{A})}{N(S)}=\frac{6}{18}=\frac{1}{3} \quad \to P(\overline{D}/\overline{A})=\frac{2}{3}$$

נמצא את הדיאגנוסטיות המבוקשת:

$$\frac{P(D/A)}{P(D/\overline{A})}=\frac{\frac{5}{6}}{\frac{1}{3}}=2.5$$

תשובה: הדיאגנוסטיות היא 2.5**.**

(2) באוכלוסיה החדשה משתנה השיעור הבסיסי, ונתון $\frac{P(A)}{P(\overline{A})}=\frac{1}{10}$

נמצא את ההסתברות שאדם שנבדק על ידי הרופא ואובחן כחולה, אכן חולה

היחס המעודכן $R=\frac{P(D/A)}{P(D/\overline{A})}\cdot\frac{P(A)}{P(\overline{A})}=2.5\cdot\frac{1}{10}=0.25$

ובהתאם: $P(A/D)=\frac{R}{1+R}=\frac{0.25}{1+0.25}=0.2$

תשובה: ההסתברות היא 0.2**.**

ב. עבור הרופא השני נתון כי:

$$P(\overline{D}/A)=0.1 \quad \to P(D/A)=0.9$$

$$P(D/\overline{A})=0.2 \quad \to P(\overline{D}/\overline{A})=0.8$$

נמצא את הדיאגנוסטיות המבוקשת:

$$\frac{P(D/A)}{P(D/\overline{A})}=\frac{0.9}{0.2}=4.5$$

והיחס המבוקש: $\frac{4.5}{2.5}=1.8$**.**

תשובה: היחס הוא 1.8**.**