

א. הסוחר מכר 5 גופיות פגומות במחיר כולל של 80 ₪, כלומר שילם על כל אחת 16 ₪ = 80 : 5. ההפסד היה 20% לגופיה, כלומר קיבל תמורתן 80% מעלות הקנייה.

x - מחיר גופיה בקנייה (₪)

$$80\%x = 16$$

הפתרון:

$$0.8x = 16 \quad /: 0.8$$

$$\boxed{x = 20}$$

תשובה: הסוחר שילם 20 ₪ עבור גופייה אחת.

ב. את שאר הגופיות מכר הסוחר ברווח של 30%, כלומר במחיר של 26 ₪ = $130\% \cdot 20 = \frac{130}{100} \cdot 20 = 1.3 \cdot 20 = 26$.

n - מספר הגופיות שקנה הסוחר

סך הכול ₪	מחיר לגופייה ₪	כמות		
$20n$	20	n		קנייה
80	16	5	בהפסד	מכירה
$26(n-5)$	26	$n-5$	ברווח	

הרווח הכולל (ממכירת גופיות פגומות ולא פגומות) היה 190 ₪.

$$20n + 190 = 80 + 26(n - 5)$$

נפתור את המשוואה:

$$20n + 190 = 80 + 26(n - 5)$$

$$20n + 190 = 80 + 26n - 130$$

$$-6n = -240 \quad /: (-6)$$

$$\boxed{n = 40}$$

תשובה: הסוחר קנה 40 גופיות.

א. הישרים $y = x$ ו- $y = x - 5$ מקבילים זה לזה, כי שיפועיהם שווים ($m=1$).

אולם $OC \perp PA$, ולכן המרובע ABCO הוא טרפז. כיוון שהישר $y = x$ יוצר זווית של 45° עם ציר ה- x ($m=1$), זווית SODC ישרה, הרי שגם SOCD בת 45° , כלומר שזוויות הבסיס שוות זו לזו והטרפז הוא שווה שוקיים. תשובה: המרובע ABCO הוא טרפז שווה שוקיים.

ב. נמצא את קדקודי המרובע ABCO.

הישר $y = x$ עובר בראשית הצירים וחותר את $x = a$ ב- C, לכן $O(0, 0)$, $C(a, a)$.

הישר $y = x - 5$ חותר את ציר ה- x ($y=0$) ב- A, וחותר את $x = a$ ב- C, לכן $A(5, 0)$, $C(a, a-5)$.

תשובה: $O(0, 0)$, $C(a, a)$, $B(a, a-5)$, $A(5, 0)$.

ג. הישר $x = a$ חותר את ציר ה- x בנקודה D ולכן שיעוריה $D(a, 0)$.

$$S_{\Delta ADB} = \frac{AD \cdot BD}{2} = \frac{(a-5) \cdot (a-5)}{2} = \frac{(a-5)^2}{2} \quad (1)$$

תשובה: שטח המשולש ADB הוא $\frac{(a-5)^2}{2}$ יחידות שטח.

$$S_{\Delta ODC} = \frac{OD \cdot CD}{2} = \frac{a \cdot a}{2} = \frac{a^2}{2} \quad (2)$$

$$S_{ABCO} = S_{\Delta ODC} - S_{\Delta ADB}$$

$$S_{ABCO} = \frac{a^2}{2} - \frac{(a-5)^2}{2} = \frac{a^2 - (a^2 - 10a + 25)}{2} = \frac{a^2 - a^2 + 10a - 25}{2}$$

$$S_{ABCO} = \frac{10a - 25}{2}$$

תשובה: $S_{ABCO} = \frac{10a - 25}{2}$ יחידות שטח.

(3) נתון כי שטח המרובע ABCO הוא 22.5.

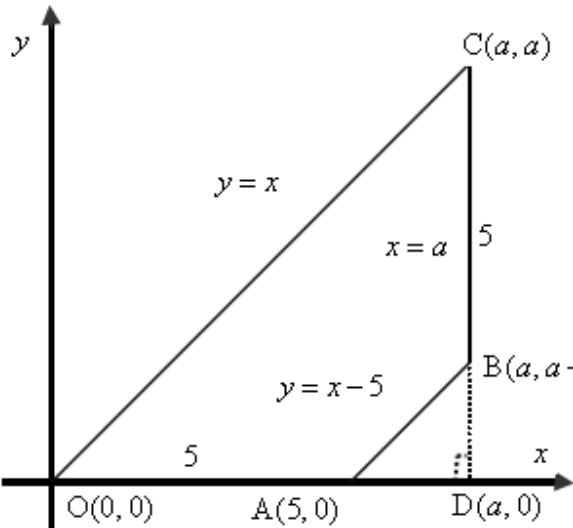
$$22.5 = \frac{10a - 25}{2}$$

$$45 = 10a - 25$$

$$70 = 10a \quad /:10$$

$$a = 7$$

תשובה: $a = 7$.



א. (1) בקובייה מאוזנת הסיכוי לקבלת מספר כלשהו בהטלה אחת הוא $\frac{1}{6}$

היא ההסתברות לקבלת מספר זוגי גדול מ-3 (4 או 6) בהטלת קובייה אחת. $P(4 \cup 6) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$

תשובה: ההסתברות היא $\frac{1}{3}$.

(2) ההסתברות לקבלת מספר זוגי $P(2 \cup 4 \cup 6) = 3 \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$

ההסתברות לקבלת מספר גדול מ-3 $P(4 \cup 5 \cup 6) = 3 \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$.

מאורע החיתוך של שני מאורעות אלו, הוא המאורע "מספר זוגי גדול מ-3" שההסתברות לו היא $\frac{1}{3}$,

כאשר $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$, ולכן המאורעות תלויים זה בזה ($P(A) \cdot P(A) \neq P(A \cap B)$)

תשובה: לא, המאורעות תלויים.

ג. כאשר מטילים 3 פעמים את הקובייה, הרי שאין תלות בין ההטלות השונות

ולכן זו התפלגות בינומית, כאשר $p = \frac{1}{3}$ על פי סעיף א (1) למאורע "מספר זוגי הגדול מ-3"

נחשב בנוסחת ברנולי, כאשר נתון כי $k = 2, n = 3, p = \frac{1}{3}$

$$P_3(2) = \binom{3}{2} \left(\frac{1}{3}\right)^2 \left(1 - \frac{1}{3}\right)^{3-2} = \frac{3!}{2!(3-2)!} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^1 = 3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{9}$$

תשובה: ההסתברות היא $\frac{2}{9}$.

ד. אין תלות בין ההטלות השונות ולכן ההסתברות היא כפל הסתברויות.

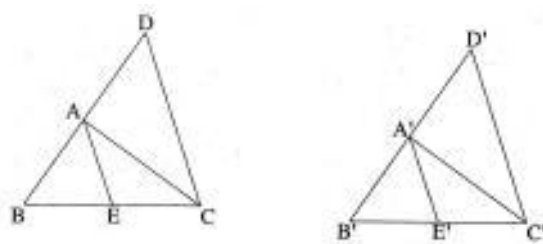
$$\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{27}$$

תשובה: ההסתברות היא $\frac{2}{27}$.

ה. ההסתברות מושפעת רק מההטלה הראשונה והשלישית.

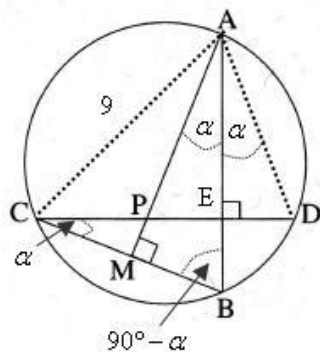
$$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$$

תשובה: ההסתברות היא $\frac{1}{9}$

**נתונים**

- $BE = CE$.1
 $B'E' = C'E'$.2
 $BA = B'A'$.3
 $AC = A'C'$.4
 $AE = A'E'$.5
 $BA = AD$.6
 $B'A' = A'D'$.7
 צ"ל: א. $AE \perp DC$
 ב. $\triangle ADC \cong \triangle A'D'C'$
 ג. $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$

נימוק	טענה	הסבר
נתון	$BA = AD$	6, 8
נתון	$BE = CE$	1, 9
מחבר אמצעי שתי צלעות	$\triangle BDC$ קטע אמצעים AE	8, 9, 10
קטע אמצעים מקביל לצלע השלישית	$AE \perp DC$	10
מ.ש.ל. א		
נתון	$B'A' = A'D'$	7, 12
נתון	$B'E' = C'E'$	2, 13
מחבר אמצעי שתי צלעות	$\triangle B'D'C'$ קטע אמצעים $A'E$	12, 13, 14
קטע אמצעים מקביל לצלע השלישית	$AE \perp DC$	15
נתון	$AE = A'E'$	5, 16
כפל ב- 2	$2AE = 2A'E'$	16, 17
קטע אמצעים שווה למחצית הצלע השלישית	$2AE = DC$	11, 18
קטע אמצעים שווה למחצית הצלע השלישית	$2A'E' = D'C'$	14, 19
כלל המעבר	$DC = D'C'$ (צ)	16, 17, 19, 20
נתון	$AC = A'C'$ (צ)	4, 21
נתון	$BA = B'A'$	3, 22
כלל המעבר	$AD = A'D'$ (צ)	8, 12, 22, 23
משפט חפיפה צלע צלע צלע	$\triangle ADC \cong \triangle A'D'C'$	20, 21, 23, 24
מ.ש.ל. ב		
זוויות מתאימות במשולשים חופפים	$\angle DAC = \angle D'A'C'$ (SD)	24, 25
זוויות צמודות לזוויות שוות	$\angle BAC = \angle B'A'C'$ (ז)	25, 26
משפט חפיפה צלע צלע זווית צלע	$\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$	21, 25, 26, 27
מ.ש.ל. ג		

**נתונים**

1. $AB \perp CD$

2. $AM \perp CB$

עבור ב': 3. $9 \text{ ס"מ} = AC$. 4. רדיוס המעגל 5 ס"מ.צ"ל: א. $SDCB = SMAB$ ב. $\triangle APD$ שווה שוקייםג. זוויות $\triangle PCM$.

נימוק	טענה	מס'	הסבר
נתון	$\angle SMB = 90^\circ$	5	1
סימון	$SMAB = a$	6	
סכום זוויות $\triangle ABM$ הוא 180°	$\angle SABM = 90^\circ - a$	7	6, 5
נתון	$\angle SAEC = 90^\circ$	8	1
סכום זוויות $\triangle DEC$ הוא 180°	$\angle SDCB = a$	9	8, 7
כלל מעבר	$SDCB = SMAB$	10	9, 6
מ.ש.ל. א			
על קשת שווה ($\overset{\frown}{BD}$) נשענות זוויות היקפיות שוות	$\angle SBAD = \angle SDCB$	11	
כלל מעבר	$\angle SBAD = \angle SMAB$	12	11, 6
התיכון (AE) מתלכד עם הגובה ולכן המשולש ש"ש	$\triangle APD$ שווה שוקיים	13	12, 8
מ.ש.ל. א (2)			

ג. ולעבודת הטריגו: נמצא את זוויות $\triangle PCM$ משפט סינוסים: $\triangle ACB$ חסום במעגל שרדיוסו 5 ס"מ (נתון)

$9 \text{ ס"מ} = AC$ (נתון)

$$\frac{\Delta ACB}{AC}$$

$$\frac{AC}{\sin \angle SABC} = 2R$$

$$\frac{9}{\sin \angle SABC} = 2 \cdot 5$$

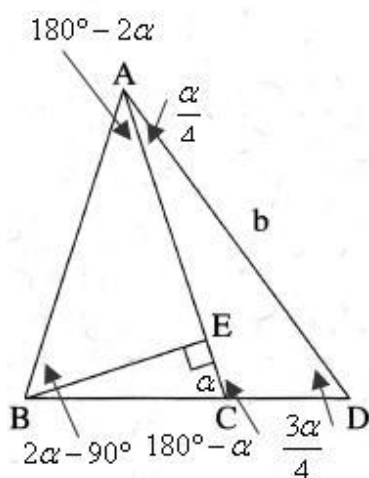
$$0.9 = \sin \angle SABC$$

$$\angle SABC = 64.16^\circ \leftarrow 0 < \angle SABC < 90^\circ$$

$$\angle SPMC = 90^\circ \quad (\text{נתון}) \quad \angle SMCP = 25.84^\circ \quad (\text{סכום זוויות } \triangle EBC \text{ הוא } 180^\circ)$$

$$\angle SPCM = 64.16^\circ \quad (\text{סכום זוויות } \triangle PCM \text{ הוא } 180^\circ)$$

תשובה: $\angle SPMC = 90^\circ$, $\angle SPCM = 64.16^\circ$, $\angle SMCP = 25.84^\circ$



$$\text{א. } \text{SCAD} = \frac{a}{4} \quad (\text{נתון}) \quad \text{SACB} = a \quad (\text{נתון})$$

$$\text{SD} = \frac{3a}{4} \quad (\text{זוויות חיצונית ל- } \triangle \text{ACD})$$

שווה לסכום שתי זוויות פנימיות שלא צמודות לה)

$$\text{SACD} = 180^\circ - a \quad (\text{זוויות צמודות משלימות ל- } 180^\circ)$$

על פי משפט הסינוסים:

$$\begin{aligned} \frac{\triangle \text{ACD}}{\frac{AD}{\sin \text{SACD}} = \frac{AC}{\sin \text{SD}}} \\ \frac{b}{\sin \text{S}(180^\circ - a)} = \frac{AC}{\sin \frac{3a}{4}} \\ AC = \frac{b \sin \frac{3a}{4}}{\sin a} \quad \leftarrow \sin x = \sin(180^\circ - x) \end{aligned}$$

$$(\text{AB} = \text{AC} \text{ שווה שוקיים } \triangle \text{ACD} \text{ נתון}) \quad \text{AB} = \frac{b \sin \frac{3a}{4}}{\sin a}$$

$$\text{SCAB} = 180^\circ - 2a \quad (\text{סכום זוויות } \triangle \text{ABC } 180^\circ, \text{ כאשר זוויות הבסיס היא } a)$$

$\triangle \text{ABE}$

$$\sin \text{SEAB} = \frac{BE}{AB}$$

$$\frac{b \sin \frac{3a}{4} \cdot \sin(180 - 2a)}{\sin a} = BE$$

$$BE = \frac{b \sin \frac{3a}{4} \cdot \sin 2a}{\sin a} \quad \leftarrow \sin x = \sin(180^\circ - x)$$

$$\frac{AD}{BE} = \frac{b}{\frac{b \sin \frac{3a}{4} \cdot 2 \sin a \cos a}{\sin a}} \quad \leftarrow \sin 2x = 2 \sin x \cos x$$

$$\boxed{\frac{AD}{BE} = \frac{1}{2 \cos a \sin \frac{3a}{4}}}$$

$$\frac{AD}{BE} = \frac{1}{2 \cos a \sin \frac{3a}{4}} \quad \text{תשובה:}$$

ב. נשתמש ביחס שמצאנו בסעיף א', בחישוב יחס השטחים המבוקש.

$$\angle S_{\triangle ABE} = a - (90^\circ - a) = 2a - 90^\circ$$

$$\frac{S_{\triangle ACD}}{S_{\triangle ABE}} = \frac{\cancel{0.5} \cdot AD \cdot \cancel{AC} \cdot \sin \angle DAC}{\cancel{0.5} \cdot BE \cdot \cancel{AB} \cdot \sin \angle S_{\triangle ABE}}$$

$$\frac{S_{\triangle ACD}}{S_{\triangle ABE}} = \frac{1}{2 \cos a \sin \frac{3a}{4}} \cdot \frac{\sin \frac{a}{4}}{\sin(2a - 90^\circ)}$$

$$\frac{S_{\triangle ACD}}{S_{\triangle ABE}} = - \frac{\sin \frac{a}{4}}{2 \cos a \sin \frac{3a}{4} \cos 2a}$$

$$\leftarrow \sin(2a - 90^\circ) = -\sin(90^\circ - 2a) = -\cos 2a$$

$$\frac{S_{\triangle ACD}}{S_{\triangle ABE}} = - \frac{\sin \frac{a}{4}}{2 \cos a \sin \frac{3a}{4} \cos 2a} \quad \text{תשובה:}$$

א. נתונות הפונקציות $f(x) = -x^2 + 2x$ ו- $g(x) = \sin(bx)$.

נמצא את שיעור ה- x של הנקודה A $x_A = \frac{p}{b}$.

k	$x = \frac{p}{b}k$
0	0
1	$\frac{p}{b}$

$$0 = \sin(bx)$$

$$bx = pk$$

$$x = \frac{p}{b}k$$

תשובה: $x_A = \frac{p}{b}$ (ניתן לקבל ישירות ע"פ המחזוריות של הפונקציה $g(x) = \sin(bx)$)

ב. נחשב את שני השטחים ונשווה ביניהם.

$$f(x) = -x^2 + 2x = -x(x-2)$$

חותכת את ציר ה- x כאשר $x = 0$ או $x = 2$.

$$S_f = \int_0^2 (-x^2 + 2x - 0) dx$$

$$S_f = \left[-\frac{x^3}{3} + \frac{2x^2}{2} \right]_0^2$$

$$S_f = \left(-\frac{2^3}{3} + 2^2 \right) - \left(-\frac{0^3}{3} + 0^2 \right)$$

$$S_f = 1\frac{4}{3}$$

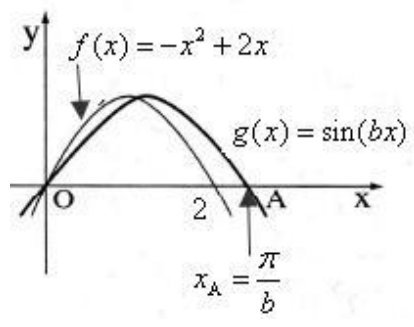
$$S_g = \int_0^{\frac{p}{b}} (\sin(bx) - 0) dx$$

$$S_g = \left[-\frac{\cos(bx)}{b} \right]_0^{\frac{p}{b}}$$

$$S_g = \left(-\frac{\cos(b \cdot \frac{p}{b})}{b} \right) - \left(-\frac{\cos(b \cdot 0)}{b} \right)$$

$$S_g = \frac{1}{b} + \frac{1}{b}$$

$$S_g = \frac{2}{b}$$



ובהתאם

$$\frac{2}{b} = 1\frac{1}{3}$$

$$b = 1.5$$

תשובה: $b = 1.5$.

א. נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt{x+2} + \sqrt{-x} + 2$, a הוא פרמטר.

תחום ההגדרה, ביטוי בתוך השורש הוא אי-שלילי.

$$\left. \begin{array}{l} x+2 \geq 0 \rightarrow x \geq -2 \\ -x \geq 0 \rightarrow x \leq 0 \end{array} \right\} -2 \leq x \leq 0$$

תשובה: $-2 \leq x \leq 0$

ב. נמצא את שיעורי נקודות הקיצון ואת סוגן.

נמצא תחילה את נקודות הקצה.

$$f(-2) = \sqrt{-2+2} + \sqrt{-(-2)} + 2 = 2 + \sqrt{2} \rightarrow (-2, 2 + \sqrt{2})$$

$$f(0) = \sqrt{0+2} + \sqrt{-(-0)} + 2 = 2 + \sqrt{2} \rightarrow (0, 2 + \sqrt{2})$$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+2}} - \frac{1}{2\sqrt{-x}}$$

$$f'(x) = \frac{4-x^2-x^2}{\sqrt{4-x^2}}$$

$$f'(x) = \frac{\sqrt{-x} - \sqrt{x+2}}{2\sqrt{x+2}\sqrt{-x}}$$

$$0 = \sqrt{-x} - \sqrt{x+2}$$

$$\sqrt{x+2} = \sqrt{-x}$$

$$x+2 = -x$$

$$2x = -2$$

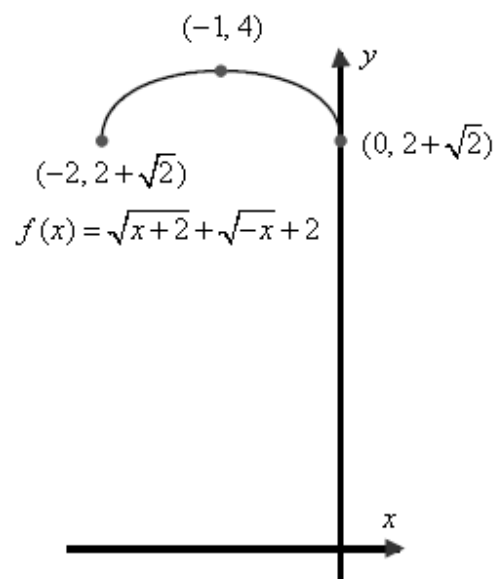
$$x = -1 \rightarrow \sqrt{-1+2} = \sqrt{-(-1)} \rightarrow 1 = 1 \text{ o.k.}$$

$$f(-1) = \sqrt{-1+2} + \sqrt{-(-1)} + 2 = 4 \rightarrow (-1, 4)$$

נבנה טבלה לזיהוי תחומי עלייה וירידה, בעזרת ערכי הפונקציה

x	-2		-1		0
$f(x)$	$2 + \sqrt{2}$		4		$2 + \sqrt{2}$
$f'(x)$					
מסקנה	Min	↗	Max	↘	Min

תשובה: $(0, 2 + \sqrt{2})$ מינימום, $(-2, 2 + \sqrt{2})$ מינימום, $(-1, 4)$ מקסימום.



ד. שיעורי ה- y של נקודות המינימום שווים, ל- $2+\sqrt{2}$, ולכן משוואת הישר $y = 2+\sqrt{2}$

תשובה: $y = 2+\sqrt{2}$

ה. למשוואה $f(x) = k$ יש שני פתרונות, כאשר $2+\sqrt{2} \leq k < 4$,

כי במקרים אלה הישר $y = k$ חיתוך את גרף הפונקציה בדיוק בשתי נקודות.

תשובה: $2+\sqrt{2} \leq k < 4$

א. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{1}{(x-2)^2} + a$, $x \neq 0.5a$

הביטוי שבמכנה $(x-2)^2$ מתאפס עבור $x = 2$.

נמצא אסימפטוטה אופקית - חזקת פולינום המונה (0) קטנה חזקת פולינום המכנה (1)

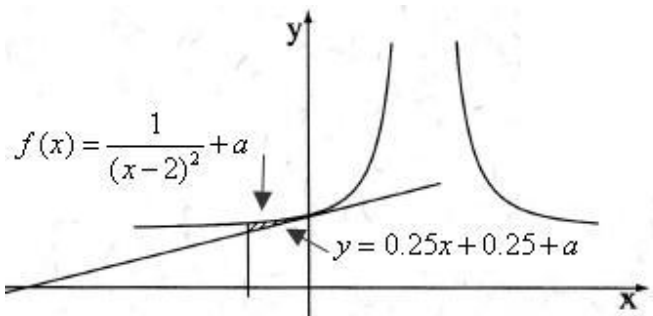
ולכן הביטוי $\frac{1}{(x-2)^2}$ שואף ל-0 כאשר $x \rightarrow \infty$

ובהתאם $f(x) \rightarrow a$ כאשר $x \rightarrow \infty$ ו- $y = a$ אסימפטוטה אופקית.

אסימפטוטה אנכית מתקבלת עבור הישר $x = 2$, שכן $x = 2$ מאפס מכנה ולא מונה ולכן $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{(x-2)^2} = \frac{1}{0^\pm} = \pm\infty$

תשובה: $x = 2$, $y = a$, $x \neq 2$

ב. (1) נמצא את משוואת המשיק, בנקודת החיתוך עם ציר ה- y בה מתקיים $x = 0$.



$$f(0) = \frac{1}{(0-2)^2} + a \rightarrow \boxed{y_{x=0} = 0.25 + a}$$

$$f'(x) = \frac{-2(x-2)}{(x-2)^2}$$

$$f'(0) = \frac{-2 \cdot (0-2)}{(0-2)^2} = 1 \rightarrow m = 0.25$$

$$y - (0.25 + a) = 0.25(x - 0)$$

$$\boxed{y = 0.25x + 0.25 + a}$$

תשובה: $y_{x=0} = 0.25 + a$

(2)

S_1	
$f(x) = \frac{1}{(x-2)^2} + a$	פונקציה עליונה
$y = 0.25x + 0.25 + a$	פונקציה תחתונה
$x = 0$	x גדול
$x = -1$	x קטן

$$S_1 = \int_{-1}^0 \left(\frac{1}{(x-2)^2} + a - (0.25x + 0.25 + a) \right) dx$$

$$S = \int_{-1}^0 \left(\frac{1}{(x-2)^2} - 0.25x - 0.25 \right) dx$$

$$S = \left[-\frac{1}{x-2} - \frac{0.25x^2}{2} - 0.25x \right]_{-1}^0$$

$$S = \left(-\frac{1}{0-2} - \frac{0.25 \cdot 0^2}{2} - 0.25 \cdot 0 \right) - \left(-\frac{1}{-1-2} - \frac{0.25 \cdot (-1)^2}{2} - 0.25 \cdot (-1) \right)$$

$$S = 0.5 - \frac{11}{24}$$

$$\boxed{S = \frac{1}{24}}$$

תשובה: $\frac{1}{24}$ יח"ר.