א. x **- מחיר חולצה בהזמנה הראשונה (שקלים).**

(1) הסוחר קנה חולצות, במחיר x **שקלים לחולצה, והתשלום הכולל היה** 1200 **שקלים.**

כיוון שהמחיר הכולל שווה למכפלת הכמות במחיר ליחידה , הרי שכמות החולצות היא $\frac{1200}{x}$**.**

תשובה: כמות החולצות שנקנו בהזמנה הראשונה היא $\frac{1200}{x}$ **.**

ב. בהזמנה הבאה הסוחר הגדיל את הכמות ב- 20 **חולצות, לכן הכמות בהזמנה השנייה היא** $\frac{1200}{x}+20$ **.**

מחיר כל חולצה, לאחר הנחה של 10%**, הוא** $\frac{100-10}{100}\cdot x=0.9x$**.**

התשלום הכולל בהזמנה השנייה היה גבוה ב- 420 **שקלים מהתשלום הכולל עבור ההזמנה הראשונה,**

כלומר $1,200+420=1,620$**.**

המשוואה המתאימה: $0.9x\cdot(\frac{1200}{x}+20)=1620$

נפתור את המשוואה:

$$0.9x\cdot(\frac{1200}{x}+20)=1620$$
$$1080+18x=1620$$
$$18x=540 \quad /:(18)$$
$$\boxed{x=30}$$

תשובה:המחיר של חולצה לפני ההנחה היה 30 **שקלים.**

ג. מספר החולצות שרכש הסוחר בהזמנה השנייה הוא $\frac{1200}{3}+20=60$ **.**

תשובה: הסוחר רכש 60 **חולצות בהזמנה השנייה.**

א. (1) משוואת המיתר AB **היא** $y=-\frac{1}{2}x+4$ **.**

בנקודת החיתוך עם ציר ה- x **מתקיים** $y=0$ **ולכן**

$$0=-\frac{1}{2}x+4$$
$$\frac{1}{2}x=4$$
$$x=8 \quad \rightarrow \boxed{B(8,0)}$$

תשובה: $B(8,0)$ **.**

(2) המעגל משיק לציר ה- x **בנקודה** $B(8,0)$ **ומכאן שמשוואת הקוטר, המאונך לציר ה-** x **, היא** $x=8$ **.**

נתון כי $BC=10$ **ולכן שיעורי הנקודה הם** $C(8,10)$ **.**

תשובה: $C(8,10)$ **.**

(3) רדיוס המעגל שווה לחצי אורכו של הקוטר, כלומר $10:2=5$**.**

בהתאם שיעורי מרכז המעגל הם $M(8,5)$ **.**

תשובה: משוואת המעגל היא $(x-8)^2+(y-5)^2=25$

ב.(1) שיפוע המיתר AB **הוא** $-\frac{1}{2}$ **, כאשר הוא מאונך למיתר** AC **.**

ולכן על פי תנאי ניצבות $-\frac{1}{2}m_{AC}=-1 \quad \rightarrow m_{AC}=\frac{-1}{-\frac{1}{2}} \quad \rightarrow m_{AC}=2$

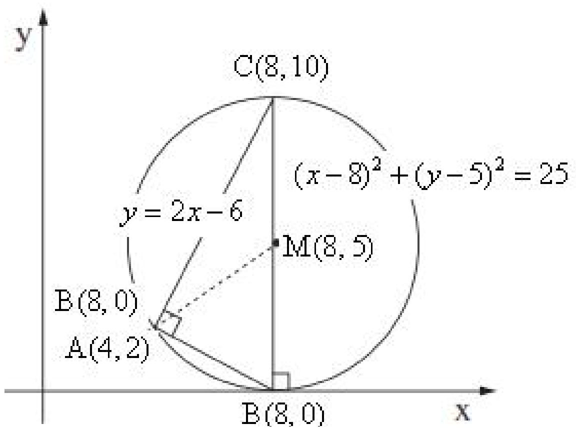
משוואת המיתר AC $y-10=2(x-8) \quad \rightarrow y-10=2x-16 \quad \rightarrow \boxed{y=2x-6}$

תשובה:משוואת המיתר AC **היא** $y=2x-6$ **.**

(2) נמצא את שיעורי הנקודה A **.**

$$\begin{cases} y=2x-6 \\ y=-\frac{1}{2}x+4 \end{cases}$$
$$2x-6=-\frac{1}{2}x+4$$
$$2\frac{1}{2}x=10$$
$$x=4 \rightarrow y=2\cdot 4-6=2 \rightarrow \boxed{A(4,2)}$$

תשובה: $A(4,2)$ **.**



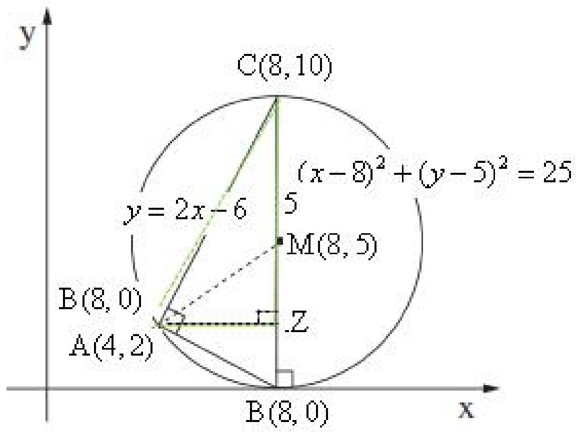
(3) שטח משולש הוא מחצית מכפלת צלע בגובה שלה,

כאשר AZ הוא הגובה (החיצוני) לצלע MC, ב- $\Delta\mathrm{AMC}$, שאורכה כרדיוס המעגל.

$$\mathrm{AZ} = x_{\mathrm{Z}} - x_{\mathrm{A}} = 8 - 4 = 4$$

$$S_{\Delta\mathrm{AMC}} = \frac{\mathrm{MC}\cdot\mathrm{AZ}}{2} = \frac{5\cdot 4}{2} = 10 \quad \rightarrow \boxed{S_{\Delta\mathrm{AMC}} = 10}$$

תשובה: שטח המשולש AMC הוא 10 יח"ר.



א. נתונה הפונקציה $f(x)=x-2\sqrt{x}-c$ **, אשר חותך את ציר ה-** x **בנקודה** $(9,0)$ **.**

נציב את שיעורי הנקודה $(9,0)$ **בתבנית הפונקציה.**

$$0=9-2\sqrt{9}-c$$
$$0=3-c$$
$$\boxed{c=3}$$

תשובה: $c=3$

ב. נציב $c=3$ **והפונקציה היא** $f(x)=x-2\sqrt{x}-3$

(1) תחום ההגדרה: $x\geq 0$ **(ביטוי בתוך השורש הריבועי חייב להיות אי-שלילי)**

תשובה: $x\geq 0$ **.**

(2) חיתוך עם ציר y **, לכן** $x=0$ **ובהתאם** $f(0)=0-2\sqrt{0}-3=-3$ **ובהתאם** $(0,-3)$

תשובה: $(0,-3)$ **.**

ג. נמצא את שיעורי נקודות הקיצון הפנימית ואת סוגה.

$$f'(x)=1-\frac{2}{2\sqrt{x}}$$
$$0=1-\frac{2}{2\sqrt{x}}\quad /\cdot 2\sqrt{x}$$
$$0=2\sqrt{x}-2$$
$$2\sqrt{x}=2\quad /:2$$
$$\sqrt{x}=1$$
$$x=1\quad\rightarrow\quad f(1)=1-2\sqrt{1}-3\quad\rightarrow(1,-4)$$

והנקודה החשודה כקיצון, היא $(1,-4)$

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון:

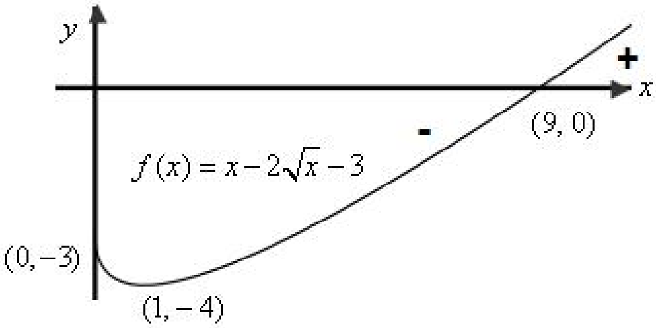
$$f'(0.5)=1-\frac{2}{2\sqrt{0.5}}=-0.41<0,\quad f'(2)=1-\frac{2}{2\sqrt{2}}=0.29>0$$

0	0.5	1	2	x
	-	0	+	y'
	$\searrow$	**Min**	$\nearrow$	**מסקנה**

בנקודה שבה $x=1$ **עוברים מירידה לעלייה ולכן זו נקודת מינימום.**

תשובה: $(1,-4)$ **מינימום .**

ד. הסקיצה המתאימה, לפי נקודת הקיצון, שיעורי נקודות החיתוך עם הצירים ותחום ההגדרה.



ה. פונקציה חיובית כאשר הגרף נמצא מעל ציר ה- x, כלומר עבור x-ים הגדולים מ- 9.

תשובה: הפונקציה חיובית עבור $x>9$.

א. נמצא את שיעורי נקודות החיתוך עם ציר ה- x , על מנת לדעת את שיעורי הנקודה A

$$f(x) = -x^2 + 16$$
$$0 = -x^2 + 16$$
$$x^2 = 16$$
$$x_{1,2} = \pm 4 \quad \rightarrow \boxed{A(4,0)}$$

נשווה את הפונקציה לישר , על מנת לדעת את שיעורי הנקודה B

$$7 = -x^2 + 16$$
$$x^2 = 9$$
$$x_{1,2} = \pm 3 \quad \rightarrow \boxed{B(3,7)}$$

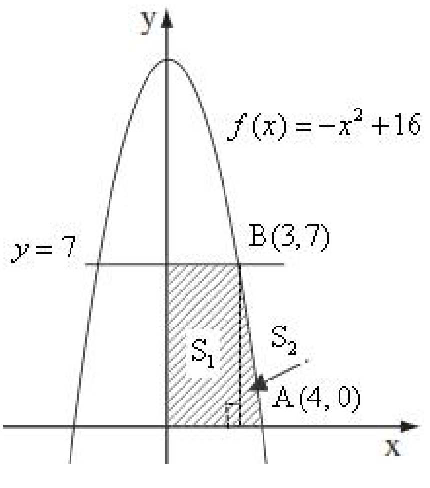
תשובה: $A(4,0)$ **,** $B(3,7)$ **.**

ב. נחלק את השטח לשני שטחים, ע"י העברת הישר $x = 3$, מהנקודה $B(3,0)$, ומקביל לציר ה- y .

S_1 **- השטח השמאלי הוא מלבן, שאורכי צלעותיו 3 ו- 7**

$$S_1 = 3 \cdot 7 = 21$$

S_2 **- השטח הימני**



הפרש פונקציות $(-x^2 + 16) - (0) = -x^2 + 16$

$$S_2 = \int_3^4 (-x^2 + 16)\, dx$$
$$S_2 = -\frac{x^3}{3} + 16x \Big]_3^4$$
$$S_2 = (-\frac{4^3}{3} + 16 \cdot 4) - (-\frac{3^3}{3} + 16 \cdot 3)$$
$$S_2 = 42\frac{2}{3} - 39$$
$$S_2 = 3\frac{2}{3}$$

ולכן סכום השטחים הוא: $21 + 3\frac{2}{3} = 24\frac{2}{3}$

תשובה: גודל השטח הוא $24\frac{2}{3}$ **יח"ר .**

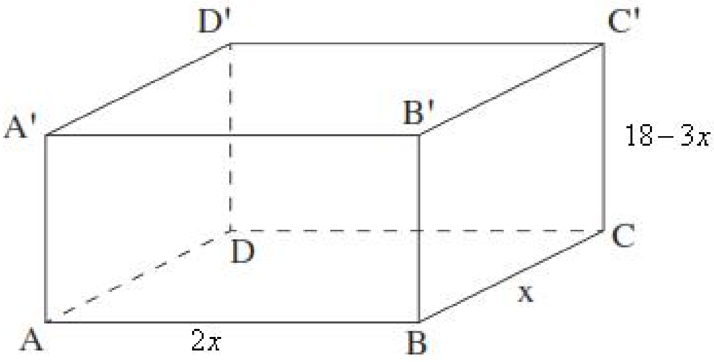
א. נתון כי x **ס"מ** $= \mathrm{BC}$ **.**

נתון גם כי $\mathrm{AB} = 2\mathrm{BC}$ **, כלומר** $\mathrm{AB} = 2x$ **.**

כמו כן, בתיבה מתקיים $\mathrm{AB}+\mathrm{BC}+\mathrm{CC}'=18 \leftarrow x+2x+\mathrm{CC}'=18 \leftarrow \boxed{\mathrm{CC}'=18-3x}$

תשובה: .

ב. הפונקציה שיש להביא *למקסימום* היא *נפח התיבה*, כלומר מכפלת שלושת הממדים .



$$V(x) = \mathrm{AB}\cdot\mathrm{BC}\cdot\mathrm{CC}'$$
$$V(x) = 2x\cdot x\cdot(18-3x)$$
$$V(x) = 2x^2\cdot(18-3x)$$
$$\boxed{V(x) = 36x^2-6x^3}$$
$$\boxed{V'(x) = 72x-18x^2}$$
$$0 = 72x-18x^2$$
$$0 = x(72-18x)$$
$$\cancel{x=0} \quad \leftarrow x>0$$
$$72-18x=0$$
$$-18x=-72 \quad /:(-18)$$
$$\boxed{x=4}$$

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון

$$V'(3) = 72\cdot3-18\cdot3^2 = 54>0, \quad V'(5) = 72\cdot5-18\cdot5^2 = -90<0$$

x	5	4	3
$V'(x)$	-	0	+
מסקנה	↘	**Max**	↗

ב- $x=4$ **עוברים מעלייה לירידה ולכן מקסימום.**

תשובה: $x=4$ **, עבורו נפח התיבה הוא מקסימלי.**

א. נתונה נגזרת הפונקציה $f'(x)=x^2+x-k$ **.**

בנקודה שבה $x=2$ **יש לפונקציה קיצון, לכן** $f'(2)=0$ **.**

$$0=2^2+2-k$$
$$0=4+2-k$$
$$\boxed{k=6}$$

תשובה: $k=6$ **.**

ב. נציב $k=6$ **בנגזרת הפונקציה ונקבל** $f'(x)=x^2+x-6$ **.**

בנקודות הקיצון מתקיים $f'(x)=0$

$$0=x^2+x-6$$
$$x_{1,2}=\frac{-1\pm5}{2}\quad\to x_1=\frac{-1+5}{2}=\frac{4}{2}=2\qquad x_2=\frac{-1-5}{2}=\frac{-6}{2}=-3$$

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון

$$f'(-4)=(-4)^2+(-4)-6>0$$
$$f'(0)=0^2+0-6<0$$
$$f'(3)=3^2+3-6>0$$

-4	-3	0	2	3	x
+	0	**-**	0	**+**	$f'(x)$
↗	**Max**	↘	**Min**	↗	**מסקנה**

תשובה: $x=-3$ **, מקסימום.**

ב. הנקודה $(-3,14.5)$ **, נקודות המקסימום, נמצאת על גרף הפונקציה** $f(x)$ **.**

נמצא את הפונקציה הקדומה של $f'(x)$ **, כלומר את** $f(x)$ **:**

$$f(x)=\int f'(x)\,dx$$
$$f(x)=\int(x^2+x-6)\,dx$$
$$f(x)=\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}-6x+c$$

נציב את שיעורי הנקודה $(-3,14.5)$ **בתבנית הפונקציה הקדומה:**

$$14.5=\frac{(-3)^3}{3}+\frac{(-3)^2}{2}-6\cdot(-3)+c$$
$$14.5=13.5+c$$
$$c=1$$
$$\boxed{f(x)=\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}-6x+1}$$

תשובה: $f(x)=\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}-6x+1$ **.**