בגרות עב יולי 12 מועד קיץ ב שאלון 35004

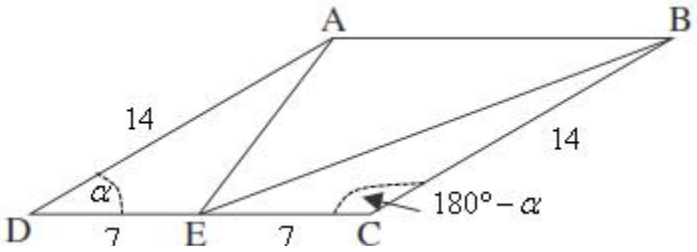
א. (1) ABCD **מעוין (נתון) ולכן כל הצלעות שוות וזוויות סמוכות משלימות ל-** $180°$.

$\sphericalangle ADE = \sim \quad \rightarrow \sphericalangle BCE = 180° - \sim$ **(נתון).**

$DE = 7$ **ס"מ (נתון) ולכן גם** $EC = 7$ **ס"מ, כי הנקודה** E **היא אמצע הצלע** DC.

בהתאם אורך צלע המעוין 14 **ס"מ.**

נמצא את אורך הקטע AE **במשולש** ADE**, באמצעות משפט הקוסינוסים.**



$$(AE)^2 = (AD)^2 + (DE)^2 - 2AD \cdot DE \cdot \cos \sphericalangle ADE$$
$$(AE)^2 = 14^2 + 7^2 - 2 \cdot 14 \cdot 7 \cdot \cos \sim$$
$$(AE)^2 = 245 - 196\cos \sim$$
$$AE = \sqrt{245 - 196\cos \sim} \text{ ס"מ}$$

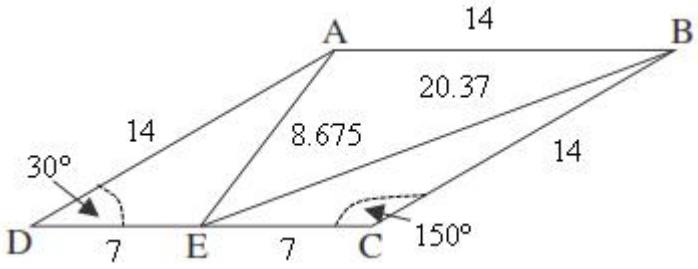
תשובה: $AE = \sqrt{245 - 196\cos \sim}$ **ס"מ.**

(2) נמצא את אורך הקטע BE **במשולש** BCE**, באמצעות משפט הקוסינוסים.**

$$(BE)^2 = (BC)^2 + (EC)^2 - 2AD \cdot EC \cdot \cos \sphericalangle BCE$$
$$(BE)^2 = 14^2 + 7^2 - 2 \cdot 14 \cdot 7 \cdot \cos(180° - \sim)$$
$$(BE)^2 = 245 + 196\cos \sim$$
$$BE = \sqrt{245 + 196\cos \sim} \text{ ס"מ}$$

תשובה: $BE = \sqrt{245 + 196\cos \sim}$ **ס"מ.**

ב. נתון כי $\sim = 30°$**, ו-** $\sphericalangle DEA > 90°$ **ויש למצוא את** $\sphericalangle AEB$**.**



$BE = \sqrt{245 + 196\cos 30°} = 20.37$ **ס"מ.**

$AE = \sqrt{245 - 196\cos 30°} = 8.675$ **ס"מ.**

נמצא את $\sphericalangle AEB$**, בעזרת משפט קוסינוסים, ב-** ΔAEB**.**

$$(AB)^2 = (AE)^2 + (BE)^2 - 2AE \cdot BE \cdot \cos \sphericalangle AEB$$
$$14^2 = 8.675^2 + 20.37^2 - 2 \cdot 8.675 \cdot 20.37 \cdot \cos \sphericalangle AEB$$
$$-294.19 = -353.52\cos \sphericalangle AEB$$
$$\cos \sphericalangle AEB = 0.8322$$
$$\sphericalangle AEB = 33.67°$$

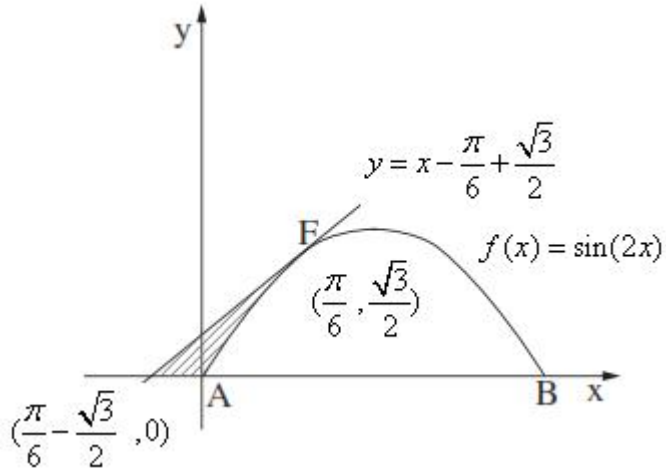
תשובה: $\sphericalangle AEB = 33.67°$.

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\sin(2x)$ **בתחום** $0\le x\le\frac{\pi}{2}$.

(1) שיפוע הישר $y=x$ **המקביל למשיק הוא** 1.

$$f'(x)=2\cos 2x$$
$$1=2\cos 2x$$
$$\cos 2x=0.5$$
$$2x=\pm\frac{\pi}{3}+2\pi k$$
$$x=\pm\frac{\pi}{6}+\pi k$$

ושיעור ה- x **המתקבל בתחום הוא** $x=\frac{\pi}{6}$.



$$f(\frac{\pi}{6})=\sin(2\cdot\frac{\pi}{6})=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$(\frac{\pi}{6},\frac{\sqrt{3}}{2}),\quad m=1$$
$$y-\frac{\sqrt{3}}{2}=1(x-\frac{\pi}{6})$$
$$\boxed{y=x-\frac{\pi}{6}+\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

תשובה: משוואת המשיק היא $y=x-\frac{\pi}{6}+\frac{\sqrt{3}}{2}$ **או (**$y=x+0.3424$**).**

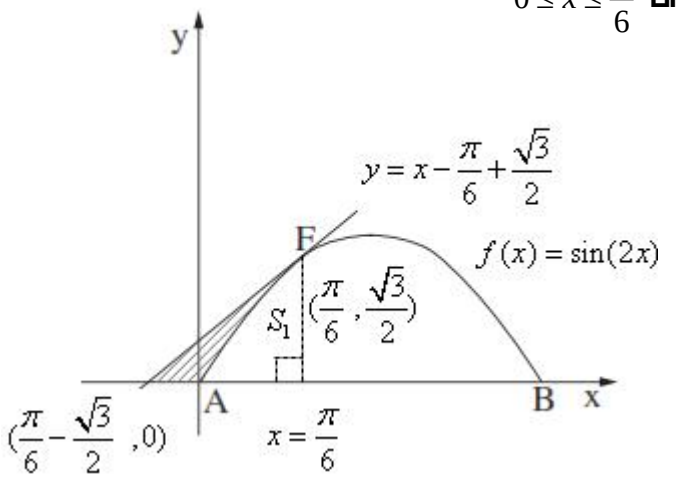
(2) נמצא את נקודת החיתוך של המשיק עם ציר ה- x.

$$0=x-\frac{\pi}{6}+\frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$x=\frac{\pi}{6}-\frac{\sqrt{3}}{2}$$

תשובה: $(\frac{\pi}{6}-\frac{\sqrt{3}}{2},0)$ **(או** $(-0.3424,0)$**).**

ב. נחשב את שטח המשולש שבין המשיק, ציר ה- x והישר $x=\frac{\pi}{6}$,

ונפחית ממנו את השטח S_1 שבין הפונקציה לציר ה- x, בתחום $0\le x\le\frac{\pi}{6}$



שטח המשולש: $\frac{(\frac{\pi}{6}-(\frac{\pi}{6}-\frac{\sqrt{3}}{2})\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}}{2}=\frac{3}{8}$.

$$S_1=\int_0^{\frac{\pi}{6}}(\sin 2x-0)dx$$

$$S_1=-\frac{\cos 2x}{2}\Big]_0^{\frac{\pi}{6}}$$

$$S_1=(-\frac{\cos\frac{\pi}{3}}{2})-(-\frac{\cos 0}{2})$$

$$S_1=(-0.25)-(-0.5)=0.25$$

והשטח המבוקש: $\frac{3}{8}-0.25=\frac{1}{8}$

תשובה: גודל השטח הוא $\frac{1}{8}$ יח"ר.

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{\sqrt{x+4}}{x}$.

תחום ההגדרה, ביטוי בתוך השורש הוא אי-שלילי, ומכנה שונה מאפס.

$$x+4\geq 0$$
$$x\geq -4$$

תשובה: $x\geq -4,\quad x\neq 0$

ב. אין נקודת החיתוך עם ציר ה- y **כי** $x\neq 0$.

בנקודת החיתוך עם ציר ה- x **מתקיים** $y=0$ **ונקבל את הנקודה** $(-4,0)$.

תשובה: $(-4,0)$.

ג. $x=0$ **מאפס מכנה ולא מונה, ולכן הישר** $x=0$ **אסימפטוטה אנכית.**

תשובה: $x=0$.

ד. נמצא תחומי עלייה וירידה.

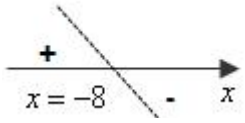
$$f'(x)=\frac{\frac{x}{2\sqrt{x+4}}-\sqrt{x+4}}{x^2}$$
$$f'(x)=\frac{x-2(x+4)}{2x^2\sqrt{x+4}}$$
$$\boxed{f'(x)=\frac{-x-8}{2x^2\sqrt{x+4}}}$$

כיוון שמכנה הנגזרת חיובי, סימן הנגזרת נקבע על ידי המונה,

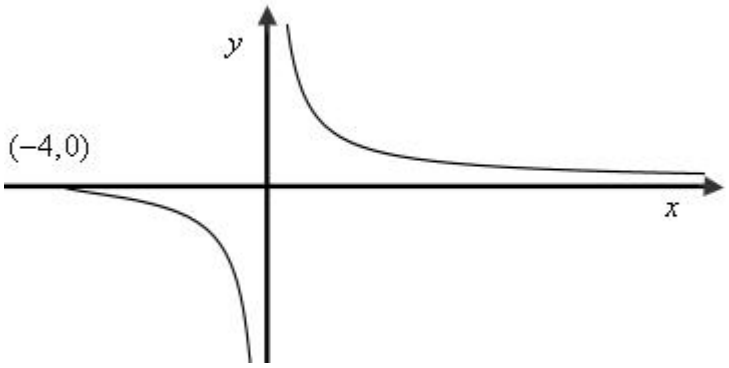
המיוצג על ידי קו ישר יורד, החותך את ציר ה- x **, כאשר** $x=-8$ **. (עבור** $x=0$ **או** $x\leq -4$ **הנגזרת אינה מוגדרת.)**

הנגזרת שלילית עבור $x>-4,\quad x\neq 0$ **והפונקציה יורדת.**

תשובה: תחום עלייה: אף x **, תחום ירידה:** $x>0$ **או** $-4<x<0$ **.**



ד. הסקיצה המתאימה:



ה. הישר $x=k$ **אינו חותך את הפונקציה בתחום שבו היא אינה מוגדרת.**

תשובה: $k=0$ **או** $k<-4$ **.**

בגרות יולי 12 מועד קיץ ב שאלון 35004

נתונה הפונקציה $f(x)=e^{2x}-\frac{2x}{e}-1$.

נמצא את המשיק המקביל לציר ה- x **, כלומר ששיפועו אפס, ומשוואתו של פונקציה קבועה.**

$$\boxed{f'(x)=2e^{2x}-\frac{2}{e}}$$

$$0=2e^{2x}-\frac{2}{e}$$

$$2e^{2x}=2e^{-1} \quad /:2$$

$$e^{2x}=e^{-1}$$

$$2x=-1$$

$$x=-0.5 \quad \rightarrow f(-0.5)=e^{2(-0.5)}-\frac{2(-0.5)}{e}-1=\frac{1}{e}+\frac{1}{e}-1=\frac{2}{e}-1$$

כיוון ששיפוע המשיק הוא אפס, הרי שמשוואתו היא $y=\frac{2}{e}-1$.

תשובה: משוואת המשיק היא $y=\frac{2}{e}-1$.

הקבלן מבטיח כי במשך 4 **שנים יעלה מחיר הדירה הגדולה מ-** 2 **מיליון שקל ל-** 2.2 **מיליון שקל.**
תחילה נמצא את גורם הגידול.

$$2.2 = 2 \cdot q^4 \quad / : 2$$
$$1.1 = q^4$$
$$q = \sqrt[4]{1.1}$$
$$\boxed{q = 1.0241}$$

נמצא את P **:**

$$1.0241 = \frac{100 + p}{100}$$
$$102.41 = 100 + p$$
$$\boxed{p = 2.41}$$

תשובה: $p = 2.41$ **(מחיר הדירה אמור לעלות ב-** 2.41% **לשנה, לפי הבטחת הקבלן).**

א. נתונות שתי פונקציות $f(x)=\frac{1}{4x-3}$ **, ו-** $g(x)=-\frac{1}{4x-3}$ **המוצגות בתחום** $x>\frac{3}{4}$ **.**

נציב $x=1$ **בשתי הפונקציות:** $f(1)=\frac{1}{4\cdot 1-3}=1,\quad g(1)=-\frac{1}{4\cdot 1-3}=-1$ **.**

התקבל כי $f(1)>g(1)$ **ולכן גרף** I **מתאים ל-** $f(x)$ **, וגרף** II **מתאים ל-** $g(x)$ **.**

תשובה: גרף I **מתאים ל-** $f(x)$ **, וגרף** II **מתאים ל-** $g(x)$ **.**

ב. נשים לב כי $g(x)=-f(x)$ **, ולכן** $x_B=x_A=1\ \rightarrow y_B=-y_A$

$$1=\frac{1}{4x-3}$$
$$4x-3=1$$
$$4x=4\quad /:4$$
$$x=1$$

ולכן, משוואת הישר AB **היא** $x=1$ **(כמובן, ניתן היה לדעת גם על פי ההצבה שעשינו בתחילת הסעיף).**

נחשב את השטח, המסומן בצהוב.

השטח סימטרי לציר ה- x **ולכן ניתן לחשב את החלק העליון ולכפול לאחר מכן פי** 2 **).**

	S
פונקציה עליונה	$f(x)=\frac{1}{4x-3}$
פונקציה תחתונה	$y=0$
x **גדול**	$x=3$
x **קטן**	$x=1$

$$S=\int_1^3\left(\frac{1}{4x-3}-0\right)dx$$
$$S=\frac{\ell n|4x-3|}{4}\Big]_1^3$$
$$S=\left(\frac{\ell n|4\cdot 3-3|}{4}\right)-\left(\frac{\ell n|4\cdot 1-3|}{4}\right)$$
$$S=\left(\frac{\ell n 9}{4}\right)-\left(\frac{\ell n 1}{4}\right)$$
$$\boxed{S=\frac{\ell n 9}{4}}$$

ובהתאם גודל השטח כולו כפול והוא $\frac{\ell n 9}{2}$ **.**

תשובה: גודל השטח הוא $\frac{\ell n 9}{2}=1.099$ **יח"ר.**