נפתור את מערכת המשוואות

$$\begin{cases} \frac{2}{x}+\frac{5}{y}=2 \\ y=x+3 \end{cases}$$

תחום הגדרה: $x\neq 0,\ y\neq 0$

נציב $y=x+3$ **במשוואה הראשונה**

$$\frac{2}{x}+\frac{5}{x+3}=2 \quad /\cdot x(x+3)$$
$$2(x+3)+5x=2x(x+3)$$
$$2x+6+5x=2x^2+6x$$
$$7x+6=2x^2+6x$$
$$0=2x^2+6x-7x-6$$
$$0=2x^2-x-6$$
$$x_{1,2}=\frac{1\pm 7}{4}$$
$$x_1=\frac{1+7}{4}=\frac{8}{4}=2 \quad \rightarrow y=2+3 \quad \rightarrow y=5 \quad \rightarrow \boxed{(2,5)}$$
$$x_2=\frac{1-7}{4}=\frac{-6}{4}=-1.5 \quad \rightarrow y=-1.5+3 \quad \rightarrow y=1.5 \quad \rightarrow \boxed{(-1.5,1.5)}$$

שני הפתרונות בתחום ההגדרה

תשובה: $(2,5)$ **,** $(-1.5,1.5)$

סדרה מוגדרת לכל n טבעי על-ידי כלל הנסיגה:

$$\begin{cases} a_1 = 5 \\ a_{n+1} = a_n + 9n \end{cases}$$

א. מתוך כלל הנסיגה ניתן ללמוד ש: $a_{n+1} - a_n = 9n$ **:**

בהתאם: $a_{13} - a_{12} = 9 \cdot 12 = 108$

תשובה: $a_{13} - a_{12} = 108$

ב. כיוון ש- $a_{n+1} - a_n = 9n$ **,**

הרי שהפרש בין שני איברים עוקבים בסדרה מתחלק תמיד ב- 9 **ללא שארית (** n **טבעי, שלם וחיובי)**

100 **לא מתחלק ב-** 9 **ללא שארית (** $\frac{100}{9} = 11\frac{1}{9}$ **)**

לכן לא ייתכן שיהיו בסדרה שני איברים עוקבים שההפרש ביניהם שווה ל- 100**.**

א. נסמן ב- x את מספר ארונות המטבח,

וב- y את מספר ארונות הבגדים.

נבנה טבלה מתאימה, כולל טור מתאים לפונקצית המטרה.

	עץ (מ"ק)	דיקט (מ"ר)	ימי עבודה פועל	רווח שקלים
x - ארונות מטבח	0.2	1	12	1000
y - ארונות בגדים	0.4	3	5	1500
מקסימום אפשרי	3	21	104	

נרשום את מערכת האילוצים, הנובעת הן מהמגבלות שהוצגו בטבלה והן מהעובדה שכמות הארונות המיוצרים, מכל סוג, אינה שלילית.

$$x \ge 0$$
$$y \ge 0$$
$$0.2x + 0.4y \le 3$$
$$1x + 3y \le 21$$
$$12x + 5y \le 104$$

ב. פונקצית המטרה היא: $f(x,y) = 1000x + 1500y$:

כדי לקבל רווח מקסימלי ייצר הנגר 7 ארונות מטבח ו- 4 ארונות בגדים

נציב $x = 7$, $y = 4$ בפונקצית המטרה ונמצא את הרווח המקסימלי:

$$f(7,4) = 1000 \cdot 7 + 1500 \cdot 4 = 13{,}000$$

לכן, הרווח המקסימלי יהיה $13{,}000$ שקל.

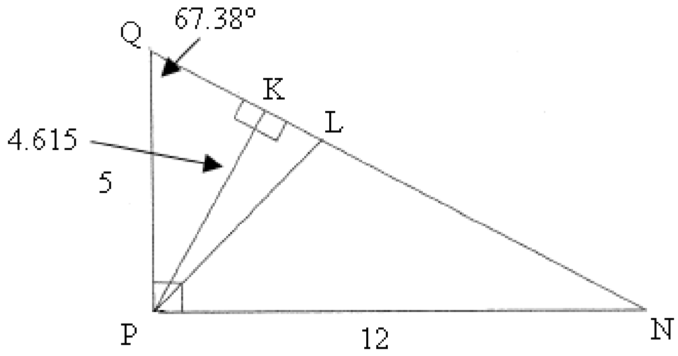
ג. כדי לקבל רווח מקסימלי ייצר הנגר 7 ארונות מטבח ו- 4 ארונות בגדים

נציב $x = 7$, $y = 4$ באילוץ של הדיקט:

$$1 \cdot 7 + 3 \cdot 4 \le 21$$
$$19 \le 21$$

הנגר ניצל רק 19 מ"ר, כלומר נשאר לו עוד 2 מ"ר דיקט שלא ניצל.

א. נמצא את אורך הגובה PK **:**



$\underline{\Delta NPQ}$

$$\tan\angle Q=\frac{PN}{PQ}$$

$$\tan\angle Q=\frac{12}{5}$$

$$\boxed{\angle Q=67.38^\circ}$$

$\underline{\Delta QKP}$

$$\sin\angle Q=\frac{PK}{PQ}$$

$$\sin 67.38^\circ=\frac{PK}{5}$$

$$5\sin 67.38^\circ=PK$$

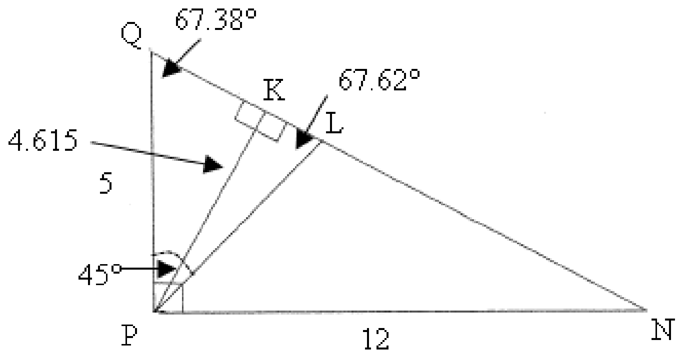
$$\boxed{PK=4.615}$$

תשובה: אורך הגובה PK **הוא** 4.615 **ס"מ.**

ב. PL **הוא חוצה זווית** $\angle NPQ$**, לכן:**

$$\angle QPL=\frac{\angle NPQ}{2}=\frac{90^\circ}{2}=45^\circ$$

$$\underline{\Delta QLP}:\angle QLP=180^\circ-45^\circ-67.38^\circ=67.62^\circ$$



$\underline{\Delta KLP}$

$$\tan\angle KLP=\frac{PK}{KL}$$

$$\tan 67.62^\circ=\frac{4.615}{KL}$$

$$KL\tan 67.62^\circ=4.615$$

$$KL=\frac{4.615}{\tan 67.62^\circ}$$

$$\boxed{KL=1.9}$$

תשובה: אורך הקטע KL **הוא** 1.9 **ס"מ.**

א. התפלגות הציונים במקצוע א': 4 , 6 , 6 , 7 , 7 , 7 , 8 , 8 , 10

נבנה טבלת שכיחויות מתאימה עבור מקצוע א':

ציון - x	4	6	7	8	10	**סה"כ**
שכיחות - f	1	2	3	2	1	$N=9$

נשתמש בנוסחה למציאת הממוצע שבנוסחאון: $\bar{x}=\frac{4\cdot 1+6\cdot 2+7\cdot 3+8\cdot 2+10\cdot 1}{9}=\frac{63}{9}=7$

ממוצע הציונים במקצוע א' הוא 7

התפלגות הציונים במקצוע ב': 4 , 4 , 5 , 6 , 7 , 8 , 9 , 10 , 10

נבנה טבלת שכיחויות מתאימה עבור מקצוע א':

ציון - x	4	5	6	7	8	9	10	**סה"כ**
שכיחות - f	2	1	1	1	1	1	2	$N=9$

$$\bar{x}=\frac{4\cdot 2+5\cdot 1+6\cdot 1+7\cdot 1+8\cdot 1+9\cdot 1+10\cdot 2}{9}=\frac{63}{9}=7$$

ממוצע הציונים במקצוע ב' הוא 7 **.**

תשובה: ממוצע הציונים במקצוע א' הוא 7 **, ממוצע הציונים במקצוע ב' הוא** 7 **.**

ב. נחשב את סטיית התקן של הציונים במקצוע א:

$$S=\sqrt{\frac{(4-7)^2\cdot 1+(6-7)^2\cdot 2+(7-7)^2\cdot 3+(8-7)^2\cdot 2+(10-7)^2\cdot 1}{9}}$$

$$S=\sqrt{\frac{9+2+0+2+9}{9}}=\sqrt{\frac{22}{9}}=\sqrt{2.44}$$

$$\boxed{S=1.563}$$

נחשב את סטיית התקן של הציונים במקצוע ב:

$$S=\sqrt{\frac{(4-7)^2\cdot 2+(5-7)^2\cdot 1+(6-7)^2\cdot 1+(7-7)^2\cdot 1+(8-7)^2\cdot 1+(9-7)^2\cdot 1+(10-7)^2\cdot 2}{9}}$$

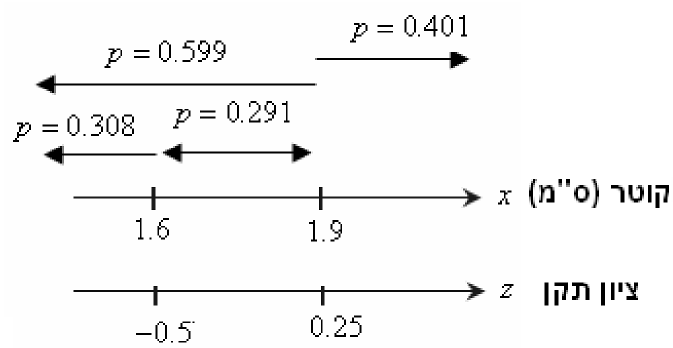
$$S=\sqrt{\frac{18+4+1+0+1+4+18}{9}}=\sqrt{\frac{46}{9}}=\sqrt{5.11}$$

$$\boxed{S=2.261}$$

תשובה: סטיית התקן במקצוע א היא 1.563 **ובמקצוע ב' היא** 2.261 **.**

ג. במקצוע ב' פיזור הנתונים גדול יותר, כי סטיית התקן גדולה יותר $(2.261>1.563)$ **.**

נציג את הנתונים והמשמעויות על צירים מתאימים ונסביר בהמשך:



א. נתון: $\overline{x} = 1.8$, $s = 0.4$

נמצא את ציון התקן עבור $x = 1.6$ **(ס"מ).**

נשתמש בנוסחה של מציאת ציון התקן $z = \dfrac{x - \overline{x}}{s}$

$$z = \frac{1.6 - 1.8}{0.4} = \frac{-0.2}{0.4} = -0.5$$

ובהתאם לטבלת ההתפלגות הנורמלית:

$$p(z < -0.5) = 0.308$$

בקבוצה I (30.8%) 0.308 **מהעגבניות**

נמצא את ציון התקן עבור $x = 1.9$ **(ס"מ).**

$$z = \frac{1.9 - 1.8}{0.4} = \frac{0.1}{0.4} = 0.25$$

ובהתאם לטבלת ההתפלגות הנורמלית:

$$p(z < 0.25) = 0.599 \quad \rightarrow p(z > 0.25) = 1 - 0.599 = 0.401$$

בקבוצה (40.1%) 0.401 III

$$p(1.6 < x < 1.9) = 0.599 - 0.308 = 0.291$$

בקבוצה (29.1%) 0.291 II

תשובה: בקבוצה I (30.8%) 0.308 **מהעגבניות, בקבוצה** II (29.1%) 0.291 **בקבוצה** III (40.1%) 0.401.

ב. על פי סעיף א: $p(x < 1.6) = p(z < -0.5) = 0.308$

בהתאם: $p(x > 1.6) = 1 - p(z < -0.5) = 1 - 0.308 = 0.692$

תשובה: (69.2%) 0.692