א. נסמן ב- x (קמ"ש) את המהירות הרגילה של הרכבת.

לכן $1.2x$ היא המהירות בה נסעה הרכבת לאחר תיקון התקלה.

$s = vt$ **- המרחק** (s) **שווה למהירות** (v) **כפול זמן** (t)

נשלים את הנתונים בטבלה.

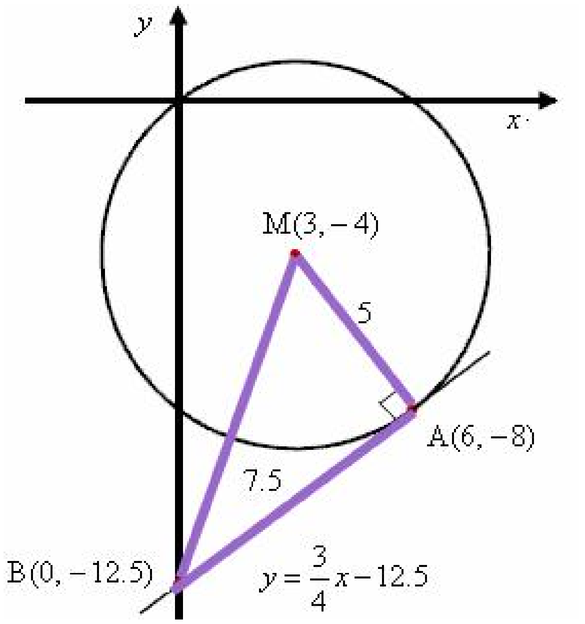
רכבת		זמן t שעות	מהירות v קמ"ש	דרך-מרחק - s ק"מ
יום רגיל	כל הדרך	$\frac{500}{x}$	x	500
יום אחד	חלק ראשון (עד התקלה)	$\frac{200}{x}$	x	200
	תקלה	$\frac{1}{2}$	-	-
	חלק שני (אחרי התקלה)	$\frac{300}{1.2x}$	$1.2x$	300

הרכבת הגיעה ליעדה בזמן הרגיל

והמשוואה המתאימה היא: $\frac{200}{x}+\frac{1}{2}+\frac{300}{1.2x}=\frac{500}{x}$

$$\frac{200}{x}+\frac{1}{2}+\frac{300}{1.2x}=\frac{500}{x} \quad /2.4x$$
$$480+1.2x+600=1200$$
$$1.2x+1080=1200$$
$$1.2x=120 \quad /:100$$
$$\boxed{x=100}$$

תשובה: המהירות הרגילה של הרכבת היא 100 קמ"ש.



א. נקודה M **היא מרכז המעגל** $(x-3)^2+(y+4)^2=25$

כלומר שיעורי מרכז המעגל הם $M(3,-4)$ **ורדיוסו** 5.

$$m_{MA}=\frac{-4-(-8)}{3-6}=\frac{4}{-3}=-\frac{4}{3}$$

ומשוואת הישר MA**, ששיפועו** $-\frac{4}{3}$

ועובר בנקודה $M(3,-4)$ **הוא :**

$$y-(-4)=-\frac{4}{3}(x-3)$$

$$y+4=-\frac{4}{3}x+4$$

$$\boxed{y=-\frac{4}{3}x}$$

תשובה: משוואת הישר AM **היא** $y=-\frac{4}{3}x$ **(או** $y=-1\frac{1}{3}x$**)**

ב. הרדיוס מאונך למשיק בנקודת ההשקה. בהתאם שיפוע המשיק, הופכי לנגדי של שיפוע הרדיוס.

משוואת המשיק AB**, ששיפועו** $+\frac{3}{4}$ **ועובר בנקודה** $A(6,-8)$ **היא:**

$$y-(-8)=\frac{3}{4}(x-6)$$

$$y+8=\frac{3}{4}x-4.5$$

$$\boxed{y=\frac{3}{4}x-12.5}$$

תשובה: משוואת המשיק היא $y=\frac{3}{4}x-12.5$

ג. נציב $x=0$ **למציאת שיעורי קדקוד** B.

$$y=\frac{3}{4}\cdot 0-12.5=-12.5 \quad \rightarrow B(0,-12.5)$$

נשתמש בנוסחת המרחק בין 2 **נקודות שבנוסחאון**

$$(AB)^2=(6-0)^2+(-8-(-12.5))^2$$

$$(AB)^2=6^2+4.5^2$$

$$AB=\sqrt{56.25}$$

$$AB=7.5$$

$$S_{\Delta ABM}=\frac{AM\cdot AB}{2}=\frac{5\cdot 7.5}{2}=18.75$$

תשובה: שטח משולש ABM **הוא** 18.75 **יח"ר**

א. נתונה הפונקציה $f(x)=3-\frac{4}{x}+\frac{1}{x^2}$

תחום הגדרה: $\boxed{x\neq 0}$ **כי** $x=0$ **מאפס את המכנים.**

ב. בנקודת החיתוך עם ציר ה- x **מתקיים** $y=0$

$$0=3-\frac{4}{x}+\frac{1}{x^2} \quad /x^2$$

$$0=3x^2-4x+1$$

$$x_{1,2}=\frac{4\pm 2}{6}\rightarrow x_1=\frac{4+2}{6}=\frac{6}{6}=1,\quad x_1=\frac{4-2}{6}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$$

תשובה: $(1,0),(\frac{1}{3},0)$

ג. <u>נקודת קיצון וסוגה</u>

$$\boxed{f(x)=3-\frac{4}{x}+\frac{1}{x^2}}$$

$$f'(x)=+\frac{4}{x^2}-\frac{1\cdot 2x}{(x^2)^2}$$

$$f'(x)=\frac{4}{x^2}-\frac{2x}{x^4}$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{4x^2-2x}{x^4}}$$

$$0=\frac{4x^2-2x}{x^4}\quad\rightarrow 0=4x^2-2x\quad\rightarrow 0=2x(2x-1)$$

$$\cancel{x=0},\quad 2x-1=0\quad\rightarrow 2x=1\quad\rightarrow x=0.5$$

$$y(0.5)=3-\frac{4}{0.5}+\frac{1}{0.5^2}=-1\quad\rightarrow\boxed{(0.5,-1)}$$

$x=0$ **נפסל בשל תחום ההגדרה.**

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון ותחומי עלייה וירידה (מכנה הנגזרת חיובי)

$$f'(-1)=4\cdot(-1)^2-2\cdot(-1)>0,\quad f'(0.25)=4\cdot 0.25^2-2\cdot 0.25<0,\quad f'(1)=4\cdot 1^2-2\cdot 1>0$$

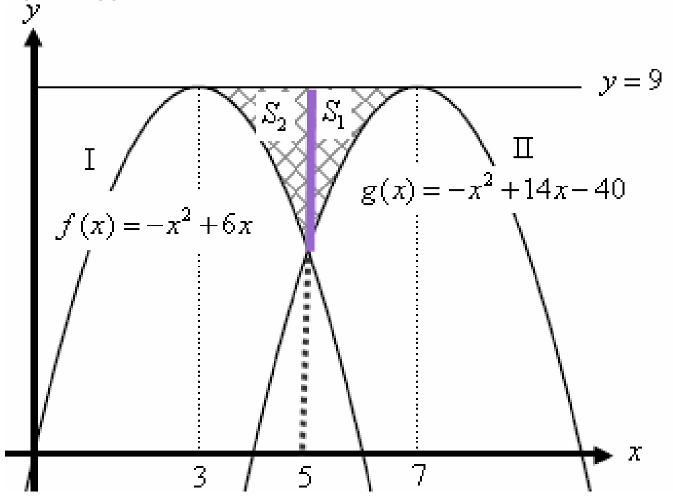
x	1	0.5	0.25	0	-1
y'	+	0	-	$x\neq 0$	+
מסקנה	↗	Min	↘		↗

$x=0.5$ **עוברים מירידה לעליה ולכן מינימום .**

תשובה: $(0.5,-1)$ **מינימום.**

ד. (1) על פי הטבלה, עלייה - $x>0.5$ **,** **ירידה** $0<x<0.5$

(2) על פי הטבלה: הפונקציה עולה עבור $x<0$ **.**



א. אם נציב $x=0$ **בתבניות הפונקציות נקבל**

$$f(0)=-0^2+6\cdot 0=0$$
$$g(0)=-0^2+14\cdot 0-40=-40$$

וכיוון שגרף I **עובר בבראשית הצירים,**

הרי שהוא מתאים לפונקציה $f(x)=-x^2+6x$

גרף II **חותך את ציר ה-** y **בחלקו השלילי.**

תשובה: $f(x)=-x^2+6x$ (I ,

$g(x)=-x^2+14x-40$ (II

ב. נחלק את השטח לשניים, ונמצא את שיעור ה- x **של נקודת החיתוך**

$$-x^2+6x=-x^2+14x-40 \quad \rightarrow -8x=-40 \quad /:(-8)$$
$$x=5$$

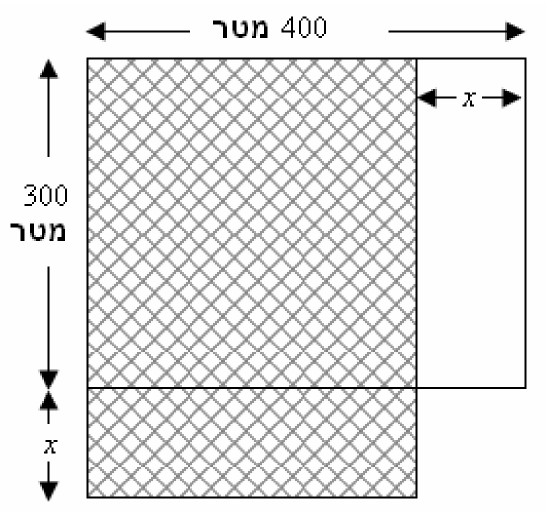
	S_1	S_2
פונקציה עליונה	$y=9$	$y=9$
פונקציה תחתונה	$g(x)=-x^2+14x-40$	$f(x)=-x^2+6x$
x **גדול**	$x=7$	$x=5$
x **קטן**	$x=5$	$x=3$

$$S_1=\int_5^7 (9-(-x^2+14x-40))\,dx$$
$$S_1=\int_5^7 (9+x^2-14x+40)\,dx$$
$$S_1=\int_5^7 (x^2-14x+49)\,dx$$
$$S_1=\frac{x^3}{3}-\frac{14x^2}{2}+49x\Big]_5^7$$
$$S_1=(\frac{7^3}{3}-7\cdot 7^2+49\cdot 7)-(\frac{5^3}{3}-7\cdot 5^2+49\cdot 5)$$
$$S_1=114\frac{1}{3}-111\frac{2}{3}$$
$$\boxed{S_1=2\frac{2}{3}}$$

$$S_2=\int_3^5 (9-(-x^2+6x))\,dx$$
$$S_2=\int_3^5 (9+x^2-6x)\,dx$$
$$S_2=9x+\frac{x^3}{3}-\frac{6x^2}{2}\Big]_3^5$$
$$S_2=(9\cdot 5+\frac{5^3}{3}-3\cdot 5^2)-(9\cdot 3+\frac{3^3}{3}-3\cdot 3^2)$$
$$S_2=11\frac{2}{3}-9$$
$$\boxed{S_2=2\frac{2}{3}}$$

והשטח המקווקו הוא : $2\frac{2}{3}+2\frac{2}{3}=5\frac{1}{3}$

תשובה: גודל השטח הוא $5\frac{1}{3}$ **יח"ר.**



הפונקציה שיש להביא *למקסימום*

היא *שטח החלקה החדשה*

אורכה של הצלע האופקית החדשה הוא $400-x$

אורכה של הצלע האנכית החדשה הוא $300+x$

בהתאם:

$$S=(400-x)(300+x)$$
$$S=120{,}000+400x-300x-x^2$$
$$\boxed{S=-x^2+100x+120{,}000}$$

נמצא את נקודת הקיצון:

$$\boxed{S'=-2x+100}$$
$$0=-2x+100$$
$$2x=100 \quad /:2$$
$$\boxed{x=50}$$

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון

$$S'(49)=-2\cdot 49+100>0, \quad S'(51)=-2\cdot 51+100<0$$

x	51	50	49
S'	$-$	0	$+$
מסקנה	]	*Max*	Z

עבור $x=50$ **עוברת הפונקציה מעלייה לירידה ולכן מקסימום.**

תשובה: עבור 50 **מטר** $=x$ **שטח החלקה החדשה יהיה מקסימלי.**

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{1}{2}x^4-4x^2+3$

נמצא את שיעורי ה- x **של נקודות הקיצון ואת סוגן.**

$\boxed{f(x)=\frac{1}{2}x^4-4x^2+3}$

$\boxed{f'(x)=2x^3-8x}$

$0=2x^3-8x$

$0=2x(x^2-4)$

$\underline{x=0}$ $\quad x^2-4=0$

$x^2=4$

$\underline{x=2}, \quad \underline{x=-2}$

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון

$f'(-3)=2\cdot(-3)^3-8\cdot(-3)<0, \quad f'(-1)=2\cdot(-1)^3-8\cdot(-1)>0$

$f'(1)=2\cdot1^3-8\cdot1<0, \quad f'(3)=2\cdot3^3-8\cdot3>0$

x	3	2	1	0	–1	–2	–3
y'	+	0	–	0	+	0	–
מסקנה	Z	Min	]	Max	Z	Min	]

$x=2, \quad x=-2$ **עוברים מירידה לעליה ולכן מינימום .**

$x=0$ **עוברים מעליה לירידה ולכן מקסימום.**

תשובה: $x=0$ **מקסימום,** $x=2, \quad x=-2$ **מינימום.**

ב. על פי הטבלה:

עלייה- $x>2$ **או** $-2<x<0$ $\qquad$ **ירידה -** $0<x<2$ **או** $x<-2$

ג. (1) נציב $x=2$ **ונקבל** $f(2)=\frac{1}{2}\cdot2^4-4\cdot2^2+3=-5$ **.**

נציב $x=-2$ **ונקבל** $f(-2)=\frac{1}{2}\cdot(-2)^4-4\cdot(-2)^2+3=-5$ **.**

תשובה: ערך הפונקציה בשתי נקודות המינימום הוא -5 **.**

(2) כיוון שערך הפונקציה בשתי נקודות המינימום הוא -5**,**

ולפונקציה יש רק נקודות מקסימום אחת ביניהן (בו בהכרח שיעור ה- y **גבוה יותר),**

הרי ש- -5 **הוא הערך המינימלי שמקבלת הפונקציה.**

תשובה: הפונקציה לא מקבלת ערך -6 **, שכן הוא נמוך מהערך המינימלי של הפונקציה.**