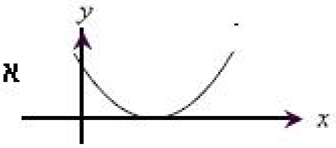
א. נתונה פרבולה שמשוואתה: $y=(m-1)x^2-(2m-2)x+9-m$

יש למצוא עבור אילו ערכי m הפרבולה אינה עוברת מתחת לציר ה- x .

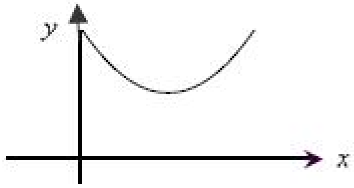
$$a=m-1 \quad b=-2(m-1) \quad c=9-m$$

מקרה הפרבולה (פונקציה ממעלה שנייה)

נדרש גרף של פרבולה, כדוגמת:



או



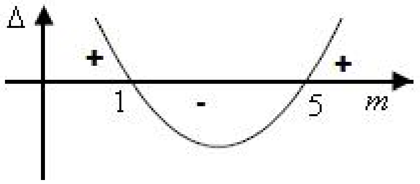
התנאים הנדרשים הם:

$\Delta\le 0$ **(** $0-1$ **נקודות חיתוך עם ציר ה-** x **)**

$a>0$ **(פרבולה בעלת מינימום), כלומר** $m>1$

$\underline{\Delta\le 0}$

$$\Delta=b^2-4ac\le 0$$
$$4(m-1)^2-4(m-1)\cdot(9-m)\le 0$$
$$4(m-1)(m-1-(9-m)\le 0$$
$$4(m-1)(m-1-9+m)\le 0$$
$$4(m-1)(2m-10)\le 0$$
$$m_1=1 \quad m_2=5$$



ולכן $1\le m\le 5$

ובחיתוך עם $m>1$ **נקבל** $1<m\le 5$

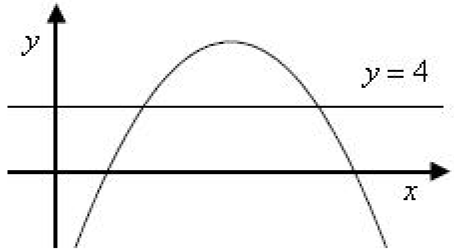
תשובה: $1<m\le 5$

ב. נתונה פרבולה שמשוואתה: $y=(m-1)x^2-(2m-2)x+9-m$

יש למצוא עבור אילו ערכי m קדקוד הפרבולה נמצא מעל לישר $y=4$,

כאשר לפרבולה יש מקסימום, כלומר $a<0 \quad \rightarrow m<1$

הציור הרצוי

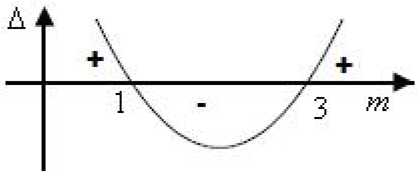


נשווה את הפונקציות:

$$(m-1)x^2-(2m-2)x+9-m=4$$
$$(m-1)x^2-(2m-2)x+5-m=0$$
$$a=m-1 \quad b=-2(m-1) \quad c=5-m$$

מקרה הפרבולה (פונקציה ממעלה שנייה)

$\Delta>0$ **(** 2 **נקודות חיתוך)**



$\Delta>0$

$$\Delta=b^2-4ac>0$$
$$4(m-1)^2-4(m-1)\cdot(5-m)\le 0$$
$$4(m-1)(m-1-(5-m)\le 0$$
$$4(m-1)(m-1-5+m)\le 0$$
$$4(m-1)(2m-6)\le 0$$
$$m_1=1 \quad m_2=3$$

ולכן $m>3$ **או** $m<1$

ובחיתוך עם $m<1$ **נקבל** $m<1$

תשובה: $m<1$

א. בסדרה החשבונית 12 איברים

1) סך התשלום עבור טלוויזיה גדול פי 1.52 מסך 6 התשלומים הראשונים –

בהתאם: $S_{12}=1.52S_6$

2) סך התשלום עבור טלוויזיה גדול ב- 1900 שקל מהסכום של שני התשלומים האמצעיים –

בהתאם: $S_{12}=a_6+a_7+1,900$

נפתח את המשוואה הראשונה:

$$\begin{aligned}
&S_{12}=1.52S_6\\
&\frac{12}{2}(2a_1+11d)=1.52\cdot\frac{6}{2}(2a_1+5d) \quad /:3\\
&4a_1+22d=3.04a_1+7.6d\\
&\underline{0.96a_1+14.4d=0}
\end{aligned}$$

נפתח את המשוואה השנייה:

$$\begin{aligned}
&S_{12}=a_6+a_7+1,900\\
&\frac{12}{2}(2a_1+11d)=a_1+5d+a_1+6d+1,900\\
&12a_1+66d=2a_1+11d+1,900\\
&\underline{10a_1+55d=1,900}
\end{aligned}$$

נפתור מערכת של שתי משוואות בשני נעלמים

$$\begin{cases}0.96a_1+14.4d=0 & /\cdot(-10)\\ 10a_1+55d=1,900 & /\cdot(0.96)\end{cases}$$

$$+\begin{cases}-9.6a_1-144d=0\\ 9.6a_1+52.8d=1,824 & /\cdot(0.96)\end{cases}$$

$$-92.2d=1,824$$

$$\boxed{d=-20} \quad \rightarrow 0.96a_1+14.4(-20)=0 \quad \rightarrow \boxed{a_1=300}$$

תשובה: הפרש הסדרה החשבונית -20.

ב. סך התשלום עבור הטלוויזיה הוא S_{12}

$$S_{12}=\frac{12}{2}(2\cdot300+11(-20))$$

$$\boxed{S_{12}=2,280}$$

תשובה: סך התשלום עבור הטלוויזיה הוא $2,280$ שקל.

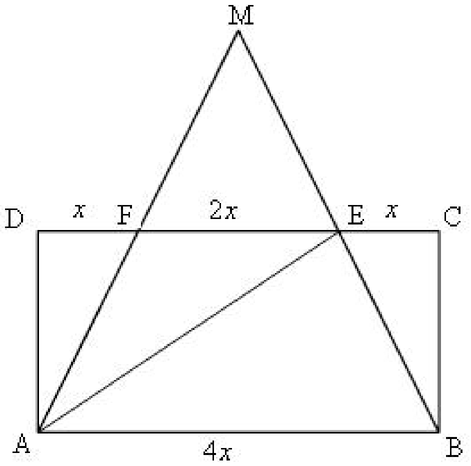
נתונים

1. $ABCD$ **מלבן**
2. $AM = BM$
3. EF **הוא קטע אמצעים במשולש** AMB

צ"ל:

א. $DF = EC$

ב. $\frac{S_{\Delta ADE}}{S_{ABCE}} = \frac{3}{5}$.



הסבר		טענה	נימוק
1	4	$ABCD$ מלבן	נתון
4	5	$\angle D = \angle C$ (ז)	זוויות המלבן שוות זו לזו
4	6	$AD = BC$ (צ)	צלעות נגדיות שוות במלבן
4	7	$\angle DAB = \angle CBA = 90^\circ$	זוויות המלבן שוות זו לזו
2	8	$AM = BM$	נתון
8	9	$\angle MAB = \angle MBA$	מול צלעות שוות מונחות זוויות שוות ΔAMB
7, 9	10	$\angle DAB - \angle MAB = \angle CBA - \angle MBA$	כלל החיסור
10	11	$\angle DAF = \angle CBE$ (ז)	הפרש זוויות
5, 6, 11	12	$\Delta DAF \cong \Delta CBE$	משפט חפיפה ז. צ. ז.
12	13	$DF = EC$	צלעות מתאימות במשולשים חופפים
מ.ש.ל. א			
	14	$FE = 2x$	סימון
3	15	EF קטע אמצעים במשולש AMB	נתון
14, 15	16	$AB = 4x$	קטע אמצעים שווה למחצית הצלע השלישית
4, 16	17	$DC = 4x$	צלעות נגדיות שוות במלבן וכלל מעבר
13, 14, 17	18	$DF = EC = \frac{4x - 2x}{2} = x$	חישוב
7, 14, 18	19	$S_{\Delta ADE} = \frac{DE \cdot AD}{2x} = \frac{3x \cdot AD}{2}$	סכום קטעים ונוסחת שטח משולש
7, 16, 18	20	$S_{ABCE} = \frac{(AB + CE) \cdot BC}{2x} = \frac{5x \cdot BC}{2}$	נוסחת שטח טרפז
4	21	$AD = BC$	צלעות נגדיות שוות במלבן
19, 20, 21	22	$\frac{S_{\Delta ADE}}{S_{ABCE}} = \frac{3}{5}$	חישוב
מ.ש.ל. ב			

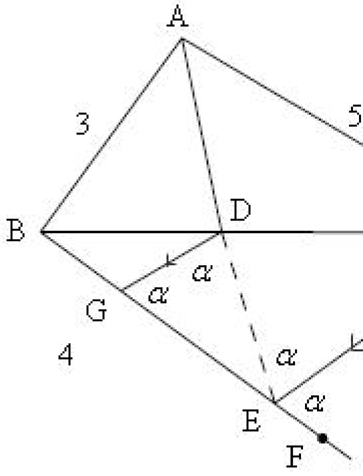
נתונים

1. AD הוא חוצה זווית BAC
2. $GD \parallel EC$
3. $AB = 3$ ס"מ 4. $AC = 5$ ס"מ
5. $BE = 4$ ס"מ
6. עבור ב : $\angle FEC = \angle CED = \frac{\angle DEF}{2}$

צ"ל:

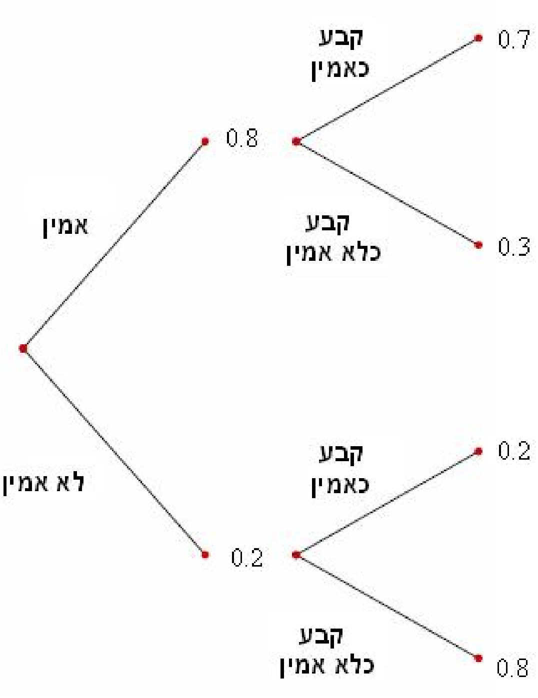
א. אורך הקטע GE

ב. ΔGED הוא שווה שוקיים.



הסבר		טענה	נימוק
3	7	$AB = 3$ ס"מ	נתון
4	8	$AC = 5$ ס"מ	נתון
1	9	AD הוא חוצה זווית BAC	נתון
9	10	$\frac{AB}{AB} = \frac{BD}{BC}$	משפט חוצה זווית ΔABC
7, 8, 10	11	$\frac{BD}{BC} = \frac{3}{5}$	הצבה
2	12	$GD \parallel EC$	נתון
12	13	$\frac{BD}{BC} = \frac{BG}{GE}$	משפט תאלס
5	14	$BE = 4$ ס"מ	נתון
11, 13, 14	15	$\frac{3}{5} = \frac{4 - GE}{GE}$	הצבה והפרש קטעים
14, 15	16	$3GE = 20 - 5GE$ $8GE = 20$ $GE = 2.5$ ס"מ	חישוב
מ.ש.ל. א			
6	17	$\angle FEC = \angle CED = \frac{\angle DEF}{2} = \sim$	נתון + סימון
17	18	$\angle DEF = 2\sim$	סכום זוויות
12, 17	19	$\angle GDE = \angle CED = \sim$	זוויות מתחלפות שוות בין מקבילים + הצבה
18, 19	20	$\angle DGE = \sim$	זווית חיצונית שווה לסכום זוויות פנימיות שלא צמודות לה
19, 20	21	$\angle GDE = \angle DGE$	כלל מעבר
21	22	ΔGED הוא שווה שוקיים	אם שתי זוויות שוות אז המשולש שווה שוקיים
מ.ש.ל. ב			

א. נבנה עץ אפשרויות מתאים:



$$P(\text{קבע אמין}) = 0.8\cdot 0.7+0.2\cdot 0.2=0.6$$

תשובה: ההסתברות שהגרפולוג יקבע שהמועמד אמין היא 0.6

ב. נמצא מהי ההסתברות שהמועמד הוא אכן אמין, אם גרפולוג קבע שהוא אמין

$$P(\text{המועמד אמין} / \text{קבע כאמין}) = \frac{P(\text{המועמד אמין} \cap \text{קבע כאמין})}{P(\text{קבע כאמין})}$$

$$\frac{0.8\cdot 0.7}{0.8\cdot 0.7+0.2\cdot 0.2}=\frac{0.56}{0.6}=\frac{14}{15}$$

תשובה: ההסתברות שהמועמד הוא אכן אמין, אם גרפולוג קבע שהוא אמין היא $\frac{14}{15}$ **.**

ג. נמצא את ההסתברות שלפחות שני מהגרפולוגים יקבעו שהמועמד אמין, כלומר ש- 2 יקבעו או 3

אם המועמד אמין, אז ההסתברות למאורע "3 גרפולוגים יקבעו שהמועמד אמין" היא $0.7^3 = 0.343$

נחשב באמצעות נוסחת ברנולי את ההסתברות למאורע של: "2 מ- 3 יקבעו שהמועמד אמין "

זו התפלגות בינומית, כאשר נתון כי $p = 0.7$, $n = 3$, $k = 2$

$$P_3(2) = \binom{3}{2}(0.7)^2(0.3)^{3-2} = 3\cdot(0.7)^2\cdot(0.3)^1 = 0.441$$

אם המועמד *לא* אמין, אז ההסתברות למאורע "3 גרפולוגים יקבעו שהמועמד אמין" היא $0.2^3 = 0.008$

נחשב באמצעות נוסחת ברנולי את ההסתברות למאורע של: "2 מ- 3 יקבעו שהמועמד אמין "

זו התפלגות בינומית, כאשר נתון כי $p = 0.2$, $n = 3$, $k = 2$

$$P_3(2) = \binom{3}{2}(0.2)^2(0.8)^{3-2} = 3\cdot(0.2)^2\cdot(0.8)^1 = 0.096$$

ובהתאם: $0.8(0.343 + 0.441) + 0.2(0.008 + 0.096) = 0.648$

תשובה: ההסתברות שלפחות שני מהגרפולוגים יקבעו שהמועמד אמין היא 0.648 .

ד. על פי הנתונים (ועץ האפשרויות) $P($ גרפולוג קבע כאמין / מועמד *לא* אמין $) = 0.2$

בהתאם ההסתברות המבוקשת היא $0.2^3 = 0.008$

תשובה: ההסתברות שמועמד יתקבל לעבודה אם הוא אדם *לא* אמין היא 0.008 .

א. נגדיר את הקבוצות הבאות:

S - קבוצת המשתתפים בסקר

A - קבוצת מרכיבי משקפיים $\overline{A}$ - קבוצת ה*לא* מרכיבי משקפיים

B - קבוצת קוראי הספרים $\overline{B}$ - קבוצת ה*לא* קוראי ספרים

נתונים ומשמעויות מיידיות

$P(A\cap B)=0.24$

$P(A\cup B)=0.86 \quad \rightarrow P(\overline{A}\cap\overline{B})=0.14$

אין קשר סטטיסטי ולכן $P(A/B)=P(A)$

$N(A)>N(B) \quad \rightarrow P(A)>P(B)$

נציב בטבלה ונסמן $P(A)=x$

	A מרכיבים	$\overline{A}$ *לא* מרכיבים	
B - קוראים	0.24	$0.86-x$	$1.1-x$
$\overline{B}$ - *לא* קוראים	$x-0.24$	0.14	$x-0.1$
	x	$1-x$	1

$$P(A/B)=P(A) \quad \rightarrow \frac{P(A\bigcap B)}{P(B)}=P(A)$$

$$\frac{0.24}{1.1-x}=x$$

$$x^2-1.1x+0.24=0$$

$$x_{1,2}=\frac{1.1\pm 0.5}{2}$$

$$x_1=0.8 \quad \rightarrow P(A)=0.8, \quad P(B)=0.3$$

$$x_2=0.3 \quad \rightarrow \cancel{P(A)=0.3, \quad P(B)=0.8} \quad \leftarrow P(A)>P(B)$$

תשובה: 30% מהתושבים קוראי ספרים, 80% מהתושבים מרכיבי משקפיים

ב. נתון כי: $P(A\cap B)=0.27$, כאשר $P(A)=0.3, \quad P(A)=0.8$

$P(A/B)=\frac{P(A\bigcap B)}{P(B)}=\frac{0.27}{0.8}=0.3375$, כלומר $P(A/B)>P(A)$

שיעור מרכיבי המשקפיים בקרב קוראי הספרים גדול משיעורם בקרב כלל משתתפי הסקר

תשובה: יש בסיס להנחה שקריאת ספרים עשויה להיות אחת הסיבות להרכבת משקפיים.

הערה: *לא* בהכרח קיים קשר סיבתי בין קריאת ספרים להרכבת משקפיים.

במחקר הבודק קשר בין שני משתנים, בלבד, *לא* ניתן להוכיח קיומו של קשר סיבתי.

כמו כן ייתכנו גורמים מתווכים,כמו: גיל הנשאלים, סוגי הספרים, מידע גנטי.