

א. נסמן ב-  $x$  (קמ"ש) את מהירותו של הולך רגל II.  
 לכן  $2x$  היא מהירותו של הולך רגל I.  
 $s = vt$  - המרחק ( $s$ ) שווה למהירות ( $v$ ) כפול זמן ( $t$ )

נשלים את הנתונים בטבלה.

דרך-מרחק - ק"מ $s$	מהירות קמ"ש $v$	זמן שעות $t$		
120	$x$	$\frac{120}{x}$	כל הדרך	רכבת א'
60	$x$	4	חצי ראשון	רכבת ב'
-	$\frac{10}{60}$	-	הפסקה	
			חצי שני	

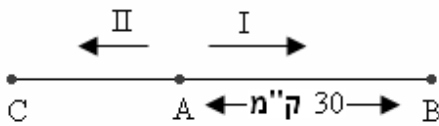
כעבור 4 שעות של הליכה היה המרחק בין שני הולכי הרגל 36 ק"מ.

והמשוואה המתאימה (ראה גם בציור) היא:  $8x + 4x = 36$

$$12x = 36 \quad /12$$

$$\boxed{x = 3} \rightarrow \boxed{2x = 6}$$

תשובה: מהירותו של הולך רגל I היא 6 קמ"ש ומהירותו של הולך רגל II היא 3 קמ"ש.



ב. (1) המרחק של נקודה B מ-A הוא 30 ק"מ.

מהירותו של הולך רגל I היא 6 קמ"ש.

ובהתאם הוא עבר מרחק זה ב- 5 שעות  $30 : 6 = 5$

תשובה: כעבור 5 שעות.

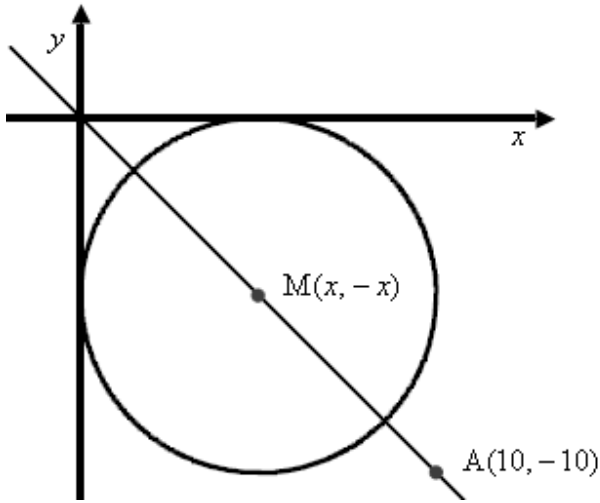
(2) הולך רגל II הלך במשך 5 שעות 15 ק"מ  $5 \cdot 3 = 15$

תשובה: הולך רגל II היה במרחק של 15 ק"מ מנקודה A.

א. (1) שיעור ה- $x$  של הנקודה  $A$ , שמונחת על הישר  $y = -x$  הוא 10.

ובהתאם  $y_A = -10$  ושיעורי הנקודה  $A(10, -10)$

תשובה:  $y_A = -10$



(2) מרחק הנקודה  $A(10, -10)$  מראשית הצירים  $(0, 0)$

$$\sqrt{(10-0)^2 + (-10-0)^2} = \boxed{\sqrt{200}}$$

תשובה:  $\sqrt{200}$

ב. מרחק הנקודה  $M(x, -x)$  מראשית הצירים  $(0, 0)$  הוא  $\sqrt{50}$

כלומר  $d^2 = 50$

$$50 = (x-0)^2 + (-x-0)^2$$

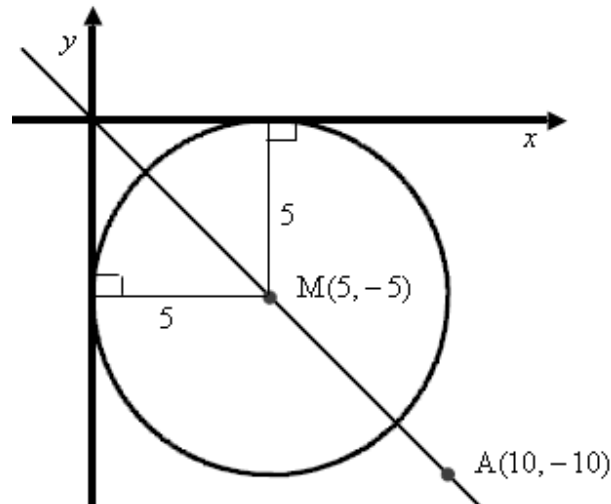
$$50 = x^2 + x^2$$

$$50 = 2x^2$$

$$x^2 = 25$$

$$x = 5 \rightarrow \boxed{M(5, -5)} \leftarrow x_M > 0$$

תשובה:  $M(5, -5)$



ג. המעגל משיק לצירים, כאשר הרדיוס מאונך לנקודת ההשקה.

מרכז המעגל  $M(5, -5)$  ובהתאם:  $R = 5$ .

תשובה: משוואת המעגל  $(x-5)^2 + (y+5)^2 = 25$ .

ד. מרחק הנקודה  $A(10, -10)$  ממרכז המעגל

$$d^2 = (10-5)^2 + (-10-(-5))^2 \rightarrow \boxed{d = \sqrt{50}}$$

או על פי סעיפים קודמים:  $\sqrt{200} - \sqrt{50} = 7.07 = \sqrt{50}$

כיוון שמרחק זה גדול מהרדיוס ( $7.07 > 5$ ) הרי שהנקודה  $A$  מחוץ למעגל.

א. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{2}{x^2} + 3$  בתחום  $x > 0$ .

העבירו ישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה  $y = 5$ .

(1) נמצא את נקודת ההשקה

$$5 = \frac{2}{x^2} + 3 \quad / \cdot x^2$$

$$5x^2 = 2 + 3x^2$$

$$2x^2 = 2$$

$$x^2 = 1$$

$$x = 1 \quad \leftarrow x > 0$$

$$f(1) = \frac{2}{1^2} + 3 = 5$$

תשובה: נקודת ההשקה היא (1, 5)

(2) נמצא את משוואת המשיק

$$f'(x) = -\frac{2 \cdot 2x}{x^4}$$

$$f'(x) = -\frac{4}{x^3}$$

$$m = f'(1) = -\frac{4}{1^3} = -4$$

$$(1, 5), \quad m = -4$$

$$y - 5 = -4(x - 1)$$

$$y - 5 = -4x + 4$$

$$y = -4x + 9$$

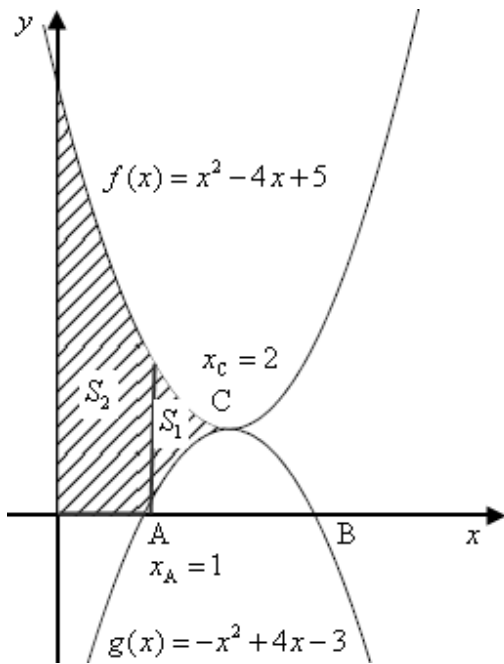
תשובה: משוואת המשיק היא  $y = -4x + 9$

ב. נגזרת הפונקציה,  $f'(x) = -\frac{4}{x^3}$ , אינה מתאפסת ולכן לפונקציה אין נקודות קיצון

ג. עבור  $x > 0$  מכנה הנגזרת חיובי ולכן הנגזרת שלילית והפונקציה יורדת עבור כל  $x > 0$ .

ד. תבנית הפונקציה  $f(x) = \frac{2}{x^2} + 3$  היא של סכום של שני מחוברים חיוביים,

ולכן ערכי הפונקציה חיוביים לכל  $x \neq 0$  ובהתאם גרף הפונקציה נמצא מעל ציר ה- $x$ .



א. הגרף של  $f(x) = x^2 - 4x + 5$  הוא של פרבולה בעלת מינימום (צוחקת), והגרף של  $g(x) = -x^2 + 4x - 3$  הוא של פרבולה בעלת מקסימום (בוכה) – נמצא את שיעור ה-  $x$  של נקודת החיתוך C.

$$\begin{aligned} x^2 - 4x + 5 &= -x^2 + 4x - 3 \\ 2x^2 - 8x + 8 &= 0 \\ x_{1,2} &= \frac{8 \pm 0}{4} \rightarrow \boxed{x_C = 2} \end{aligned}$$

ובהתאם נפתור משוואה ריבועית  $y_A = 0$

$$\begin{aligned} 0 &= -x^2 + 4x - 3 \rightarrow x_{1,2} = \frac{-4 \pm 2}{-2} \\ x_1 &= \frac{-4 + 2}{-2} = \frac{-2}{-2} = 1, \quad x_2 = \frac{-4 - 2}{-2} = \frac{-6}{-2} = 3 \\ \boxed{x_A = 1} &\leftarrow x_B > x_A \end{aligned}$$

תשובה:  $x_A = 1$ ,  $x_C = 2$ .

ב. נחלק את השטח לשניים.

$S_2$	$S_1$	
$f(x) = x^2 - 4x + 5$	$f(x) = x^2 - 4x + 5$	פונקציה עליונה
$y = 0$	$g(x) = -x^2 + 4x - 3$	פונקציה תחתונה
$x = 1$	$x = 2$	$x$ גדול
$x = 0$	$x = 1$	$x$ קטן

$$S_2 = \int_0^1 (x^2 - 4x + 5 - 0) dx$$

$$S_2 = \left[ \frac{x^3}{3} - \frac{4x^2}{2} + 5x \right]_0^1$$

$$S_2 = \left( \frac{1^3}{3} - 2 \cdot 1^2 + 5 \cdot 1 \right) - \left( \frac{0^3}{3} - 2 \cdot 0^2 - 5 \cdot 0 \right)$$

$$\boxed{S_2 = 3\frac{1}{3}}$$

$$S_1 = \int_1^2 (x^2 - 4x + 5 - (-x^2 + 4x - 3)) dx$$

$$S_1 = \int_1^2 (x^2 - 4x + 5 + x^2 - 4x + 3) dx$$

$$S_1 = \int_1^2 (2x^2 - 8x + 8) dx$$

$$S_1 = \left[ \frac{2x^3}{3} - \frac{8x^2}{2} + 8x \right]_1^2$$

$$S_1 = \left( \frac{2 \cdot 2^3}{3} - 4 \cdot 2^2 + 8 \cdot 2 \right) - \left( \frac{2 \cdot 1^3}{3} - 4 \cdot 1^2 + 8 \cdot 1 \right)$$

$$S_1 = 5\frac{1}{3} - 4\frac{2}{3}$$

$$\boxed{S_1 = \frac{2}{3}}$$

והשטח המקווקו הוא:  $\frac{2}{3} + 3\frac{1}{3} = 4$

תשובה: גודל השטח הוא 4 יח"ר.

א. הסכום של שני מספרים הוא 10.

הפונקציה שיש להביא לאינמימום היא סכום ריבועי המספרים.

נסמן את המספר הראשון ב-  $x$ , ובהתאם המספר השני הוא  $(10-x)$ .

$$f(x) = x^2 + (10-x)^2$$

$$f(x) = x^2 + (10-x)(10-x)$$

$$f(x) = x^2 + 100 - 10x - 10x + x^2$$

$$f(x) = 2x^2 - 20x + 100$$

$$f'(x) = 4x - 20$$

$$0 = 4x - 20$$

$$-4x = 20$$

$$x = 5 \rightarrow 10 - x = 10 - 5 = 5$$

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון

$$f'(4) = 4 \cdot 4 - 20 < 0, \quad f'(6) = 4 \cdot 6 - 20 > 0$$

4	5	6	$x$
-	0	+	$f'(x)$
↘	Min	↗	מסקנה

ב-  $x = 5$  עוברים מירידה לעלייה ולכן מינימום.

תשובה: שני המספרים הם 5, עבורם סכום הריבועים הוא מינימלי.

ב. סכום הריבועים הוא:  $5^2 + 5^2 = 50$

ניתן גם  $f(5) = 2 \cdot 5^2 - 20 \cdot 5 + 100 = 50$

תשובה: סכום ריבועי המספרים הוא 50.

א. נתונה הפונקציה  $f(x) = ax + \frac{4a}{x}$

שיפוע הישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה  $x = 4$  הוא 3,

כלומר  $x = 4 \rightarrow f'(4) = 3$

$$f'(x) = a - \frac{4a}{x^2}$$

$$3 = a - \frac{4a}{4^2} \leftarrow f'(4) = 3$$

$$3 = a - \frac{a}{4}$$

$$12 = 4a - a$$

$$12 = 3a \quad /: 3$$

$$\boxed{a = 4}$$

תשובה:  $a = 4$

ג. נציב  $a = 4$  ובהתאם  $f(x) = 4x + \frac{16}{x}$  ונמצא נקודות קיצון:

$$\boxed{f'(x) = 4 - \frac{16}{x^2}}$$

$$0 = 4 - \frac{16}{x^2} \quad / \cdot x^2$$

$$0 = 4x^2 - 16$$

$$-4x^2 = -16$$

$$x^2 = 4$$

$$x = 2 \leftarrow x > 0$$

$$y = 4 \cdot 2 + \frac{16}{2} = 16 \rightarrow \boxed{(2, 16)}$$

נבדוק את סוג הקיצון, בנקודה  $(2, 16)$ , בעזרת טבלת התנהגות הפונקציה, בתחום  $x > 0$

$$f'(1) = 4 - \frac{16}{1^2} < 0, \quad f'(3) = 4 - \frac{16}{3^2} > 0$$

0	1	2	3	$x$
	-	0	+	$y'$
	↘	Min	↗	מסקנה

תשובה:  $(2, 16)$  מינימום.

ג. משוואת המשיק בנקודת קיצון היא תמיד פונקציה קבועה,  
בהתאם לשיעור ה- $y$  של נקודת הקיצון, שהפעם היא נקודת מינימום  $(2, 16)$ .  
תשובה:  $y = 16$ .