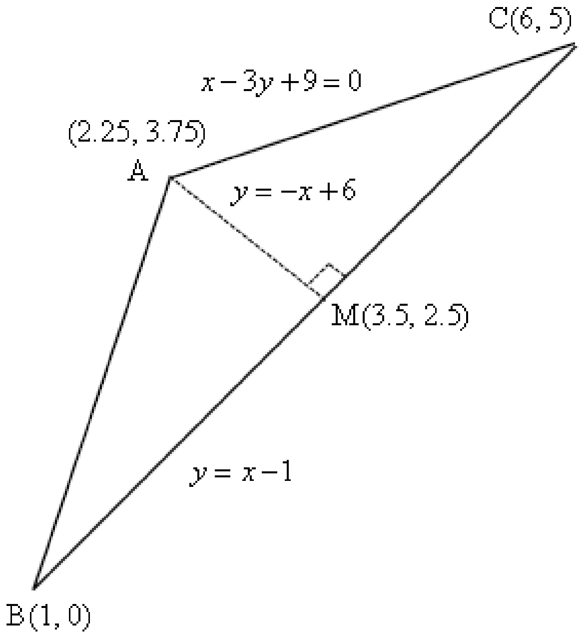
א. במשולש שווה שוקיים, הגובה לבסיס הוא גם תיכון.

(1) נמצא את משוואת הבסיס BC **:** $B(1, 0), m_{BC} = 1$

$$BC \equiv y - 0 = 1(x-1)$$
$$BC \equiv y = x - 1$$



נמצא את שיעורי הקדקוד C **:**

$$\begin{cases} x - 3y + 9 = 0 \\ y = x - 1 \end{cases}$$
$$x - 3(x-1) + 9 = 0$$
$$x - 3x + 3 + 9 = 0$$
$$-2x = -12$$
$$x = 6 \quad \rightarrow y = 6 - 1 = 5 \quad \rightarrow C(6, 5)$$

תשובה: $C(6, 5)$

(2) במשולש שווה שוקיים, הגובה לבסיס הוא גם תיכון.

נמצא את שיעורי נקודת אמצע הבסיס M

$$M\left(\frac{6+1}{2}, \frac{5+0}{2}\right) \quad \rightarrow M(3.5, 2.5)$$

$$m_{BC} = 1 \quad \rightarrow m_{AM} = -1$$

$$AM \equiv y - 2.5 = -1(x - 3.5)$$
$$AM \equiv y - 2.5 = -x + 3.5$$
$$AM \equiv y = -x + 6$$

נמצא את שיעורי הקדקוד A **:**

$$\begin{cases} x - 3y + 9 = 0 \\ y = -x + 6 \end{cases}$$
$$x - 3(-x+6) + 9 = 0$$
$$x + 3x - 18 + 9 = 0$$
$$4x = 9$$
$$x = 2.25 \quad \rightarrow y = -2.25 + 6 = 3.75 \quad \rightarrow A(2.25, 3.75)$$

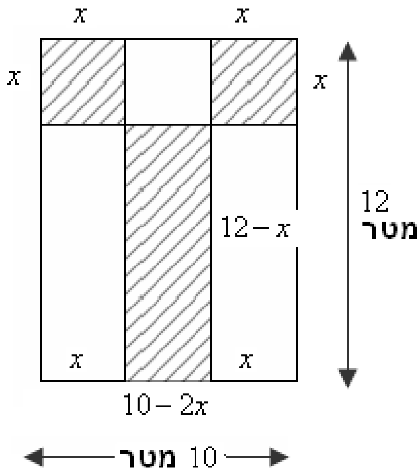
תשובה: $A(2.25, 3.75)$

ב. נמצא את שיעורי הנקודה D $\quad 0 - 3y + 9 = 0 \quad \rightarrow -3y = -9 \quad \rightarrow D(0, 3)$

אורך רדיוס המעגל, שמרכזו באמצע הצלע BC $M(3.5, 2.5)$ **הוא:**

$$R = \sqrt{(1-3.5)^2 + (0-2.5)^2} = \sqrt{12.5}$$
$$DM = \sqrt{(0-3.5)^2 + (3-2.5)^2} = \sqrt{12.5}$$

תשובה: D **על המעגל, כי מרחקה מהמרכז שווה לרדיוס**



המחיר הכולל של הדשא ששותלים הוא 3240 **שקל,**

כאשר מחיר מ"ר של הדשא הוא 60 **שקל.**

לכן שטח הדשא הוא: 54 **מ"ר** $= 3240:60$

בדשא בפינות הוא בצורת ריבוע שאת צלעו נסמן ב- x **(מטרים)**

שטח ריבוע אחד: $x \cdot x = x^2$

שטח שני הריבועים: $2 \cdot x^2 = 2x^2$

רוחב הגינה הוא 10 **מטר, ואורכה גדול ב-** 20% **מרוחבה,**

לכן האורך הוא 12 **מטר** $= \frac{100+20}{200} \cdot 10 = 1.2 \cdot 10$

רוחב הדשא המלבני הוא $10-2x$ **והאורך הוא** $12-x$ **(ראה ציור)**

שטח הדשא המלבני: $(10-2x)(12-x) = 120-10x-24x+2x^2 = 120-34x+2x^2$

כאמור השטח הכולל של הדשא הוא 54 **מ"ר.**

$$120-34x+2x^2+2x^2=54$$

$$4x^2-34x+66=0=225$$

$$x_{1,2}=\frac{34\pm10}{8}$$

$$x_1=\frac{34+10}{8}=\frac{44}{8}=\cancel{5.5} \quad \leftarrow 2x>10$$

$$x_2=\frac{34-10}{8}=\frac{24}{8}=3$$

פתרון אחד נפסל כי סכום אורכי הריבועים היה גדול מרוחב הגינה כולה.

שטח שני הריבועים: 18 **מ"ר** $= 2 \cdot 3^2$

תשובה: סכום השטחים של הדשא בפינות הגינה הוא 18 **מ"ר.**

א. נגדיר את המאורעות הבאים:

A **- מתנגדים ללעיסת מסטיק**

$\overline{A}$ **- תומכים בלעיסת מסטיק**

B **- מורים גברים**

$\overline{B}$ **- מורים נשים**

נתונים ומשמעויות

$$(1)\quad P(A)=0.6 \quad \rightarrow P(\overline{A})=0.4$$

$$(2)\quad N(B)=4N(\overline{B}) \quad \rightarrow P(B)=4P(\overline{B})$$

$$P(B)+P(\overline{B})=1$$

$$4P(\overline{B})+P(\overline{B})=1$$

$$5P(\overline{B})=1$$

$$P(\overline{B})=0.2 \quad \rightarrow P(B)=0.8$$

$$(3)\quad P(A \cap B)=0.57$$

נציב בטבלה ונשלים נתונים:

	A **מתנגדים**	$\overline{A}$ **תומכים**	
B **- גברים**	0.57	0.23	0.8
$\overline{B}$ **- נשים**	0.03	0.17	0.2
	0.6	0.4	1

תשובה: ההסתברות שהמורה שנבחר הוא אישה המתנגדת ללעיסת מסטיק היא 0.03 **.**

ב. (1) נמצא מהי ההסתברות למורה מתנגדת ללעיסת מסטיק, כאשר ידוע שהיא מורה-אישה

$$P(A/\overline{B})=\frac{P(A \cap \overline{B})}{P(\overline{B})}=\frac{0.03}{0.2}=0.15$$

תשובה: ההסתברות היא 0.15 **.**

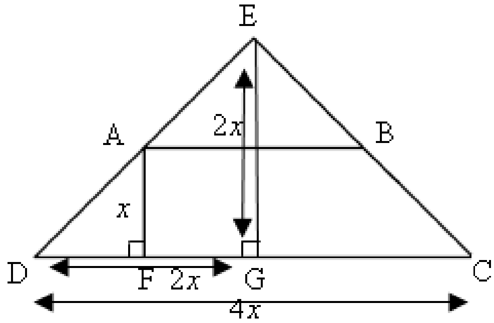
(2) נמצא את ההסתברות בעזרת חישוב המאורע המשלים:

" 5 **מורות מ-** 5 **מורות מתנגדות ללעיסת מסטיק ",**

כאשר בסעיף הקודם מצאנו את ההסתברות להתנגדות ללעיסה, כאשר ידוע שהמורה היא אישה 0.15

$$1-0.15^5=0.9999$$

תשובה: ההסתברות שלכל היותר 4 **מורות מתוך ה-** 5 **שנבחרו מתנגדות ללעיסה היא** 0.9999 **.**



נתונים

1. $ABCD$ **טרפז שווה שוקיים** ($AD = BC$)

2. $AF \perp DC$ .3 $DA = AE$ .4 $DC = 4AF$

עבור ב: .5 $AE = 5$ **ס"מ**

צ"ל: א. ΔDAF **שווה שוקיים ב. אורך** AB

ג. מיקום מרכז מעגל חוסם ΔDEC.

הסבר		טענה	נימוק
	6	$AF = x$	**סימון**
4	7	$DC = 4AF$	**נתון**
7 ,6	8	$DC = 4x$	**הצבה**
1	9	$ABCD$ **טרפז שווה שוקיים** $AD = BC$	**נתון**
9	10	$\angle D = \angle C$	**זוויות הבסיס שוות זו לזו בטרפז ש"ש**
10	11	ΔDEC **שווה שוקיים**	**מול זוויות שוות מונחות צלעות שוות** ΔDEC
	12	$EG \perp DC$	**בניית עזר**
12 ,11	13	$DG = CG$	**התיכון לבסיס מתלכד עם הגובה במש"ש**
13 ,8	14	$DG = 2x$	**חישוב**
2	15	$AF \perp DC$	**נתון**
15 ,12	16	$AF \parallel EG$	**זוויות מתאימות שוות לכן הישרים מקבילים**
3	17	$DA = AE$	**נתון**
17 ,16	18	AF **קטע אמצעים במשולש** DEG	**יוצא מאמצע צלע ומקביל לצלע שממול**
18 ,14	19	$DF = x$	**חישוב**
19 ,6	20	$DF = AF$	**כלל מעבר**
		מ.ש.ל. א	
5	21	$AE =$ 5 **ס"מ**	**נתון**
21 ,17	22	$AD =$ 5 **ס"מ**	**כלל מעבר**
20 ,15	23	$\angle D = 45°$	**סכום זוויות במשולש ש"ש** ΔAFD $180°$
23 ,22 ,15	24	$\sin 45° = \frac{x}{5} \quad \to x = 3.536$	**חישוב**
9	25	$AB \parallel DC$	**בסיס הטרפז מקבילים זה לזה**
25 ,17	26	AB **קטע אמצעים במשולש** DEC	**יוצא מאמצע צלע ומקביל לצלע שממול**
26 ,24 ,8	27	$AB = 2x =$ 7.071 **ס"מ**	**ק.א שווה למחצית הצלע שממול וחישוב**
		מ.ש.ל. ב	
23 ,10	28	$\angle E = 90°$	**סכום זוויות ב-** ΔDEC $180°$
28 ,13	29	**מרכז המעגל החוסם בנקודה** G	**מרכז מעגל חוסם באמצע היתר במשולש ישר זווית**

הסבר		טענה	נימוק
מ.ש.ל. ג			

נתונים

1. בנקודה C **עובר משיק למעגל**

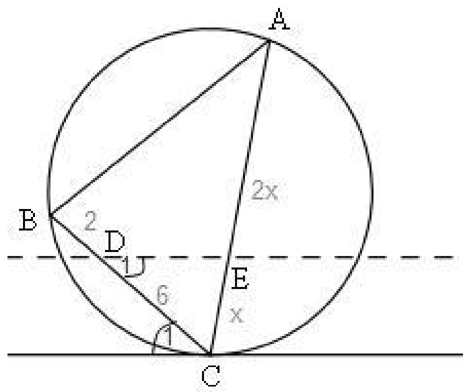
2. DE **מקביל למשיק**

עבור ב

3. $BD = 2$ **ס"מ**

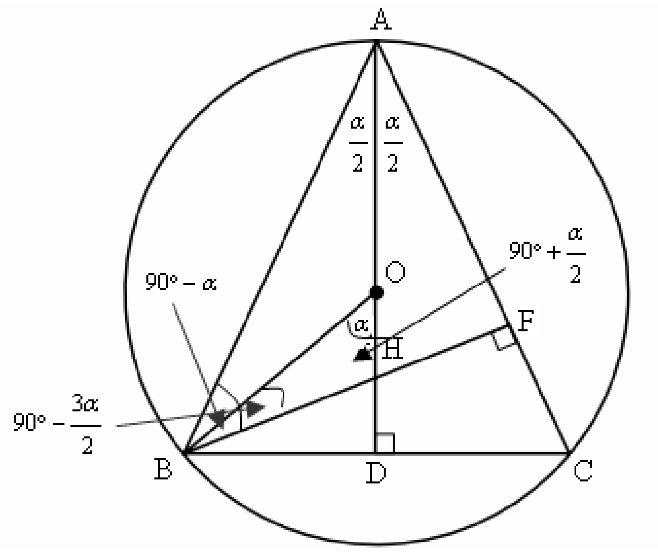
4. $DC = 6$ **ס"מ**

5. $AE = 2EC$



צ"ל: א. $\Delta DEC \sim \Delta ABC$ **ב.** $\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta DEC}}$.

הסבר		טענה	נימוק
1	6	**בנקודה** C **עובר משיק למעגל**	**נתון**
2	7	DE **מקביל למשיק**	**נתון**
7	8	$\angle D_1 = \angle C_1$	**זוויות מתחלפות שוות בין מקבילים**
6	9	$\angle A = \angle C_1$	**זווית בין משיק למיתר**
8, 9	10	(ז) $\angle D_1 = \angle A$	**כלל המעבר**
	11	(ז) $\angle DCE = \angle BCA$	**זווית משותפת**
10, 11	12	$\Delta DEC \sim \Delta ABC$	**משפט דמיון ז.ז.**
		מ.ש.ל. א	
4	13	$DC = 6$ **ס"מ**	**נתון**
3	14	$BD = 2$ **ס"מ**	**נתון**
13, 14	15	$BC = 8$ **ס"מ**	**סכום קטעים**
5	16	$AE = 2EC$	**נתון**
16	17	$\frac{AC}{EC} = 3$	**חישוב**
13, 15, 17	18	$\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta DEC}} = \frac{\cancel{0.5}BC \cdot AC \cdot \cancel{\sin\angle C}}{\cancel{0.5}DC \cdot EC \cdot \cancel{\sin\angle C}}$ $\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta DEC}} = \frac{8}{6} \cdot 3$ $\boxed{\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta DEC}} = 4}$	**נוסחת שטח משולש בטריגו וחישוב**
		מ.ש.ל. ב	



א. $\angle BAC = a$ **(נתון)**

$\angle BAD = \angle CAD = 0.5a$ **(גובה לבסיס במש"ש הוא גם ח.ז.)**

$\angle BOH = a$ **(זווית מרכזית כפולה מהזווית ההיקפית הנשענת על אותה קשת)**

$\angle BHO = 90° + 0.5a$ **(זווית חיצונית למשולש** AHF**)**

$\angle ABH = 90° - a$ **(סכום זוויות** ABF **הוא** $180°$**)**

$\angle OBH = 90° - 1.5a$ **(סכום זוויות** ΔOBH **הוא** $180°$**)**

תשובה:

$\angle BAH = 0.5a$ **,** $\angle BHA = 90° + 0.5a$ **,** $\angle ABH = 90° - a$

ב.נמצא את אורך הצלע AH

$\underline{\Delta ABC}$

$$\frac{AB}{\sin\angle C} = 2R$$

$$\frac{AB}{\sin(90° - 0.5a)} = 2R$$

$$\boxed{AB = 2R\cos 0.5a}$$

$\underline{\Delta ABH}$

$$\frac{AH}{\sin\angle ABH} = \frac{AB}{\sin\angle AHB}$$

$$\frac{AH}{\sin(90° - a)} = \frac{2R\cos 0.5a}{\sin(90° + 0.5a)}$$

$$AH = \frac{2R\cos 0.5a\ \cos a}{\cos 0.5a}$$

$$\boxed{AH = 2R\cos a}$$

תשובה: $AH = 2R\cos a$

ג.נמצא את שטח המשולש OBH

$\underline{\Delta OBH}$

$$S_{\Delta OBH} = \frac{(OB)^2 \sin\angle OBH \sin\angle BOH}{2\sin\angle BHO}$$

$$S_{\Delta OBH} = \frac{R^2 \sin(90° - 1.5a)\sin a}{2\sin(90° + 0.5a)}$$

$$S_{\Delta OBH} = \frac{R^2 \cos 1.5a \cdot 2\sin 0.5a\ \cos 0.5a}{2\cos 0.5a}$$

$$\boxed{S_{\Delta OBH} = R^2 \cos 1.5a\ \sin 0.5a}$$

תשובה: $R^2 \cos 1.5a\ \sin 0.5a$ **יח"ר**

א. נתונה הפונקציה $f(x)=4\sin 2x-4$ **בתחום** $0\le x\le p$

$$f\,'(x)=8\cos 2x$$
$$0=8\cos 2x$$
$$2x=\frac{p}{2}+pk$$
$$x=\frac{p}{4}+\frac{p}{2}k$$

עבור $k=0$ **נקבל** $x=\frac{p}{4}$ **נקודת המקסימום על פי הציור,** $f(\frac{p}{4})=4\sin 2\cdot\frac{p}{4}-4=0 \quad \to(\frac{p}{4},0)$ **,**

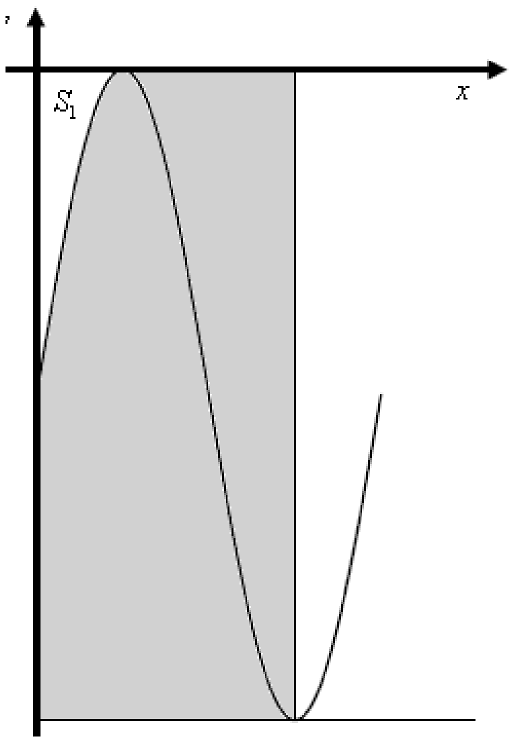
עבור $k=1$ **נקבל** $x=\frac{3p}{4}$ **נקודת המינימום על פי הציור,** $f(\frac{3p}{4})=4\sin(2\cdot\frac{3p}{4})-4=-8 \quad \to(\frac{3p}{4},-8)$ **,**

בנקודת המינימום המשיק הוא פונקציה קבועה, ובהתאם משוואתו $y=-8$

תשובה: $y=-8$

ב. גודל השטח המבוקש הוא ההפרש בין שטח המלבן החסום על ידי הצירים, המשיק והאנך לשטח הלבן S_1

שטח המלבן $8\cdot\frac{3p}{4}=6p$



	S_1
פונקציה עליונה	$y=0$
פונקציה תחתונה	$f(x)=4\sin 2x-4$
x **גדול**	$x=\frac{p}{4}$
x **קטן**	$x=0$

$$S_1=\int_0^{\frac{p}{4}}(0-(4\sin 2x-4)dx=\int_0^{\frac{p}{4}}(-4\sin 2x+4)dx$$
$$S_1=\frac{4\cos 2x}{2}+4x\Big]_0^{\frac{p}{4}}$$
$$S_1=(2\cos 2\cdot\frac{p}{4}+4\cdot\frac{p}{4})-(2\cos 2\cdot 0+4\cdot 0)$$
$$S_1=p-2$$

וגודל השטח המבוקש:

$$6p-(p-2)=6p-p+2=5p+2$$

תשובה: גודל השטח המבוקש $5p+2$ **יח"ר**

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{-x^2-a}{(x-1)^2}$

אסימפטוטה אופקית: מעלת פולינום מונה (2) **שווה למעלת פולינום מכנה** (2) **,**

$\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=\frac{-x^2-a}{x^2-2x+1}=\frac{-1}{1}=-1$ **ובהתאם** $y=-1$ **אסימפטוטה אופקית**

תשובה: $y=-1$

ב. (1) נביע באמצעות a **את שיעור ה-** x **של הנקודה** P

$$-1=\frac{-x^2-a}{x^2-2x+1}\quad\to -x^2+2x-1=-x^2-a$$

$$2x=1-a\quad\to \boxed{x_{\text{P}}=\frac{1-a}{2}}$$

תשובה: $x_{\text{P}}=\frac{1-a}{2}$

(2) נתון כי שיעור ה- x **של הנקודה** P **הוא** 3.5

$$3.5=\frac{1-a}{2}\quad\to 7=1-a\quad\to \boxed{a=-6}$$

תשובה: $a=-6$

ג. (1) נציב $a=-6$ **ונקבל את הפונקציה** $f(x)=\frac{-x^2+6}{(x-1)^2}$

נמצא את תחום ההגדרה של הפונקציה: $x-1\neq 0\quad\to \boxed{x\neq 1}$

תשובה: $x\neq 1$

(2) בנקודת החיתוך עם ציר x **מתקיים** $y=0$ **ובהתאם:** $-x^2+6=0\quad\to x^2=6\quad\to \boxed{(\sqrt{6},0)},\boxed{(-\sqrt{6},0)}$

בנקודת החיתוך עם ציר y **מתקיים** $x=0$ **ובהתאם:** $f(0)=\frac{-0^2+6}{(0-1)^2}=6\quad\to \boxed{(0,6)}$

תשובה: $(\sqrt{6},0)$ **,** $(-\sqrt{6},0)$ **,** $(0,6)$

(3) נמצא את נגזרת הפונקציה:

$$f'(x)=\frac{-2x(x-1)^2-2(x-1)(-x^2+6)}{(x-1)^4}$$

$$f'(x)=\frac{2(x-1)(-x(x-1)-(-x^2+6)}{(x-1)^4}$$

$$f'(x)=\frac{2(x-1)(-x^2+x+x^2-6)}{(x-1)^4}$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{2(x-1)(x-6)}{(x-1)^4}}$$

בתחום ההגדרה הנגזרת מתאפסת רק עבור $x=6$

ובהתאם $\boxed{(6,-1.2)}$ $\rightarrow$ $f(6)=\frac{-6^2+6}{(6-1)^2}=-1.2$

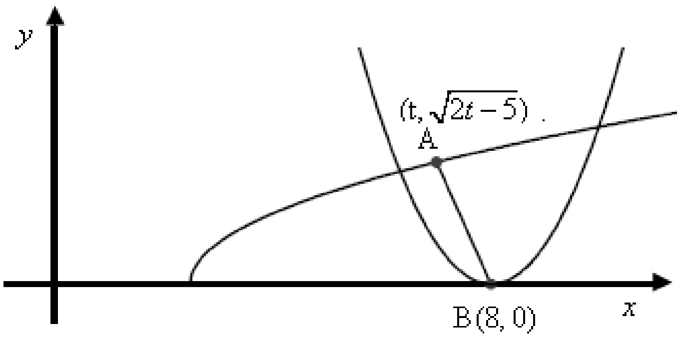
נמצא את סוג נקודת הקיצון: $(6,-1.2)$ **ותחומי עלייה וירידה (מכנה הנגזרת חיובי)**

$f'(0)=2(0-1)(0-6)>0,\quad f'(5)=2(5-1)(5-6)<0,\quad f'(7)=2(7-1)(7-6)>0$

x	7	6	5	1	0
$f'(x)$	+	0	-		+
מסקנה	↗	**Min**	↘		↗

תשובה: $(6,-1.2)$ **מינימום.**

ד. על פי טבלת עלייה וירידה הפונקציה עולה בתחום $x<1$



א. הפונקציה שיש להביא *למינימום*

היא *אורך הקטע* AB.

נקודה B היא הקדקוד של פרבולה $y = x^2 - 16x + 64$

ובהתאם $y = (x-8)^2$ **,**

כלומר שיעורי הקדקוד $B(8, 0)$**.**

נסמן את הנקודה A עם השיעורים $A(t, \sqrt{2t-5})$.

ובהתאם:

$$AB = \sqrt{(t-8)^2 + (\sqrt{2t-5} - 0)^2}$$

$$AB = \sqrt{t^2 - 16t + 64 + 2t - 5}$$

$$\boxed{AB = \sqrt{t^2 - 14t + 59}}$$

$$\boxed{(AB)' = \frac{2t - 14}{2\sqrt{t^2 - 14t + 59}}}$$

$$0 = 2t - 14$$

$$2t = 14$$

$$t = 7$$

$$f(7) = \sqrt{2 \cdot 7 - 5} = 3$$

$$\boxed{B(7, 3)}$$

מכנה הנגזרת הראשונה חיובי

$(AB)'(8) = 2 \cdot 8 - 14 > 0 \quad \rightarrow$ **Z** $\qquad (AB)'(6) = 2 \cdot 6 - 14 < 0 \quad \rightarrow$ **]**

עבור $t = 7$ **אורך הקטע AB מינימלי.**

תשובה: הנקודה $(7, 3)$ **נמצאת במרחק מינימלי מנקודה B (קדקוד הפרבולה).**