

נפתור את המשוואה: $\frac{x^2}{x^2-1} + \frac{x}{x+1} = \frac{1}{3(x-1)} + \frac{1}{3}$

$$\begin{aligned} \frac{x^2}{x^2-1} + \frac{x}{x+1} &= \frac{1}{3(x-1)} + \frac{1}{3} \\ \Leftrightarrow \frac{x^2}{(x+1)(x-1)} + \frac{x}{x+1} &= \frac{1}{3(x-1)} + \frac{1}{3} \quad / \cdot 3(x+1)(x-1) \rightarrow \boxed{x \neq \pm 1} \\ \Leftrightarrow 3x^2 + 3x(x-1) &= 1 \cdot (x+1) + 1 \cdot (x^2-1) \\ \Leftrightarrow 3x^2 + 3x^2 - 3x &= x + 1 + x^2 - 1 \\ \Leftrightarrow 6x^2 - 3x &= x^2 + x \\ \Leftrightarrow 5x^2 - 4x &= 0 \\ \Leftrightarrow x(5x - 4) &= 0 \\ \downarrow & \\ \boxed{x=0} \quad 5x - 4 &= 0 \\ &5x = 4 \\ &\boxed{x = \frac{4}{5}} \end{aligned}$$

שני הפתרונות נמצאים בתחום ההגדרה $x \neq \pm 1$

תשובה: $x = \frac{4}{5}$ או $x = 0$

נוסחת הגידול והדעיכה היא $M_t = M_0 \cdot q^t$

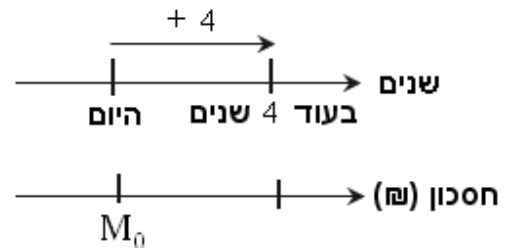
שעור הגדילה (או הדעיכה) ליחידת זמן הוא q . פרק הזמן הוא t .

M_0 - הכמות ההתחלתית, M_t - הכמות לאחר t תקופות זמן.

כיוון שבשנה החמישית החוסך משקיע בתוכנית א', בכל מקרה,

נבדוק היכן ניתן להרוויח יותר בארבע השנים הראשונות.

בתכנית א: בעוד 4 שנים, כאשר יחידות הזמן הן שנה אחת, תעבורנה ארבע תקופות זמן, לכן $t = 4$:



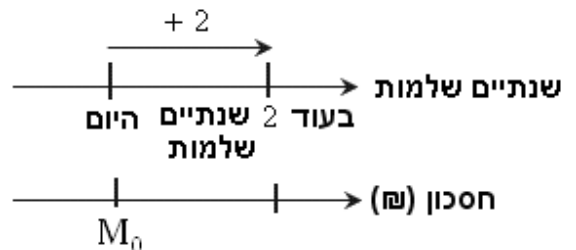
כאשר P הוא אחוז הריבית, הרי ש: $q = \frac{100+P}{100}$

$$q = \frac{100+5}{100} = \frac{105}{100} = 1.05$$

$$M_4 = M_0 \cdot 1.05^4$$

$$\Leftrightarrow M_4 = 1.2155M_0$$

בתכנית ב: בעוד 4 שנים, כאשר יחידות הזמן הן שנתיים שלמות, תעבורנה שתי תקופות זמן, לכן $t = 2$:



כאשר P הוא אחוז הריבית, הרי ש: $q = \frac{100+P}{100}$

$$q = \frac{100+10}{100} = \frac{110}{100} = 1.1$$

$$M_2 = M_0 \cdot 1.1^2$$

$$\Leftrightarrow M_2 = 1.21M_0$$

לכן סכום החיסכון, כעבור 4 שנים, יהיה גדול יותר בתכנית א ($1.2155M_0 > 1.21M_0$).

ובהכרח גם כעבור 5 שנים, שכן בשנה ה-5 הוא ממילא משקיע בתוכנית א (רק בה ניתן להשקיע לשנה אחת)

תשובה: החוסך היה חוסך יותר כסף אם היה משקיע לתקופה של 5 שנים בתוכנית א'.

נכתב ע"י עפר יליך

א. נסמן ב- x את מספר שולחנות האוכל וב- y את מספר השולחנות לסלון.

נוסיף סימונים אלו לטבלה, בתוספת שורה המבטאת את אופן ניצול המכונות, ושורה המבטאת את מקסימום ניצול המכונה.

צביעה	עיבוד	חיתוך	
1 שעה	1 שעה	2 שעות	x - שולחן אוכל
1 שעה	3 שעות	1 שעה	y - שולחן לסלון
$x + y$	$x + 3y$	$2x + y$	ניצול הציוד
12	18	16	מקסימום ניצול

נרשום את מערכת האילוצים, הנובעת הן ממגבלות המכונות והן מהעובדה שמספר השולחנות המיוצרים, מכל סוג, אינו שלילי.

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

$$2x + y \leq 16$$

$$x + 3y \leq 18$$

$$x + y \leq 12$$

ב. נבנה טבלה שתסייע במענה לשאלה – מתי הרווח הוא הגדול ביותר (מקסימלי)

פונקצית המטרה היא: $f(x, y) = 200x + 350y$

	$f(x, y) = 200x + 350y$
(0, 6)	$f(0, 6) = 200 \cdot 0 + 350 \cdot 6 = 2,100$
(6, 4)	$f(6, 4) = 200 \cdot 6 + 350 \cdot 4 = 2,600$
(8, 0)	$f(8, 0) = 200 \cdot 8 + 350 \cdot 0 = 1,600$
(0, 0)	$f(0, 0) = 200 \cdot 0 + 350 \cdot 0 = 0$

הערך המקסימלי של פונקצית המטרה הוא 2,600 שקלים ומתקבל בנקודה (6,4).
תשובה: המפעל צריך לייצר 6 שולחנות אוכל ו-4 שולחנות סלונים, כדי להשיג רווח מקסימלי.

ג. נבדוק את ניצול ציוד הצביעה (אילוץ הצביעה) בנקודה (6,4).

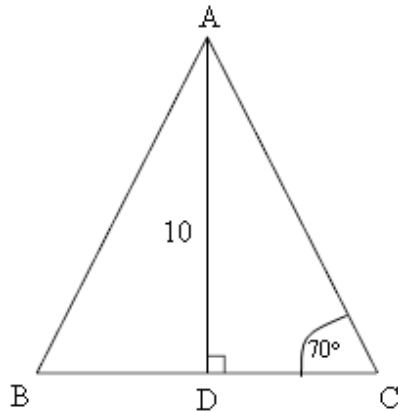
צביעה: $6+4=10$ ולכן ציוד הצביעה נוצל רק ב- 10 שעות מתוך ה- 11 האפשריות.

תשובה: ציוד הצביעה עדיין היה יכול לצבוע במחזור אחד את מספר השולחנות שמצאנו בסעיף ב'.

במשולש שווה שוקיים, הגובה לבסיס הוא גם תיכון

כלומר, $BD = CD$

נמצא את אורך הקטע CD



$\triangle ADC$

$$\tan \angle ACD = \frac{AD}{CD}$$

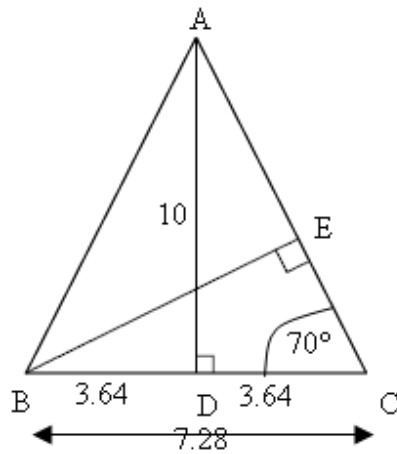
$$\tan 70^\circ = \frac{10}{CD} \quad / \cdot CD$$

$$CD \tan 70^\circ = 10 \quad / : \tan 70^\circ$$

$$CD = \mathbf{m''o} \ 3.64$$

בהתאם אורך הבסיס: $BC = 2 \cdot 3.64 = \mathbf{m''o} \ 7.28$

נמצא את אורך הגובה לשוק



$\triangle BEC$

$$\sin \angle ACD = \frac{BE}{BC}$$

$$\sin 70^\circ = \frac{BE}{7.28} \quad / \cdot 7.28$$

$$7.28 \cdot \sin 70^\circ = BE$$

$$BE = \mathbf{m''o} \ 6.841$$

תשובה: אורך הגובה לשוק הוא $\mathbf{m''o} \ 6.841$

א. לפנינו טבלת שכיחויות, כאשר נסמן ב- x את מספר התלמידים שגובהם 162 ס"מ.

מספר התלמידים הכולל הוא סכום כל השכיחויות: $N = f_1 + f_2 + \dots + f_n$

$$N = 3 + x + 18 + 9 + 5$$

$$N = 35 + x$$

מספר התלמידים (f)	הגובה (ס"מ) (x)
3	157
x	162
18	167
9	172
5	177
$35 + x$	סה"כ

הגובה הממוצע של תלמידי הכיתה הוא 168 ס"מ.

נשתמש בנוסחה למציאת ממוצע: $\bar{x} = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + \dots + x_n f_n}{N}$

$$168 = \frac{157 \cdot 3 + 162 \cdot x + 167 \cdot 18 + 172 \cdot 9 + 177 \cdot 5}{35 + x} \quad / \cdot (35 + x)$$

$$168(35 + x) = 5,910 + 162x$$

$$5,880 + 168x = 5,910 + 162x$$

$$168x - 162x = 5,910 - 5,880$$

$$6x = 30 \quad / :6$$

$$x = 5$$

תשובה: 5 תלמידים, גובהם הוא 162 ס"מ.

ב. בהתאם מספר התלמידים הכולל הוא $35 + 5 = 40$.

נחשב מהי ההסתברות שגובהו של תלמיד שנבחר באקראי יהיה גדול מ- 162 ס"מ.

$$p = \frac{18 + 9 + 5}{40} = \frac{32}{40} = 0.8$$

תשובה: ההסתברות שגובהו של תלמיד שנבחר באקראי יהיה גדול מ- 162 ס"מ היא 0.8.

א. נתון: 76 נקודות \bar{x} , 8 נקודות S

נמצא את אחוז התלמידים שקיבלו ציון גבוה יותר מ- 84 נקודות.

נשתמש בנוסחה של מציאת ציון התקן $z = \frac{x - \bar{x}}{s}$

$$z = \frac{84 - 76}{8} = \frac{8}{8} = 1$$

ובהתאם לטבלת ההתפלגות הנורמלית:

$$p(z < 1) = 0.841 \rightarrow p(z > 1) = 1 - 0.841 = 0.159$$

נכפיל פי 100 ונקבל באחוזים: 15.9%

תשובה: 15.9% מהתלמידים קיבלו ציון גבוה מ- 84.

ב. הציון של דליה (84) כלול ב- 20% הציונים הגבוהים ביותר במבחן הכניסה.

ולכן היא התקבלה לאוניברסיטה.