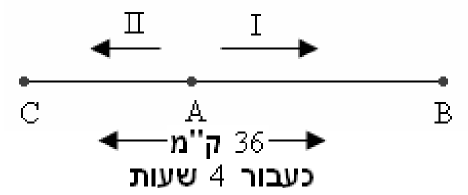


א. נסמן ב- x **(קמ"ש) את מהירותו של הולך רגל** II.

לכן $2x$ **היא מהירותו של הולך רגל** I.

$s=vt$ **- המרחק** (s) **שווה למהירות** (v) **כפול זמן** (t)

נשלים את הנתונים בטבלה.

		זמן t שעות	מהירות v קמ"ש	דרך-מרחק - s ק"מ
רכבת א'	כל הדרך	$\frac{120}{x}$	x	120
רכבת ב'	חצי ראשון	4	x	60
	הפסקה	-	$\frac{10}{60}$	-
	חצי שני			

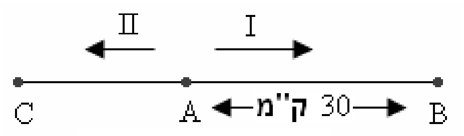
כעבור 4 **שעות של הליכה היה המרחק בין שני הולכי הרגל** 36 **ק"מ.**

והמשוואה המתאימה (ראה גם בציור)היא: $8x+4x=36$

$$12x=36 \quad /12$$

$$\boxed{x=3} \quad \rightarrow \boxed{2x=6}$$

תשובה: מהירותו של הולך רגל I **היא** 6 **קמ"ש ומהירותו של הולך רגל** II **היא** 3 **קמ"ש.**



ב. (1) המרחק של נקודה B **מ-** A **הוא** 30 **ק"מ.**

מהירותו של הולך רגל I **היא** 6 **קמ"ש.**

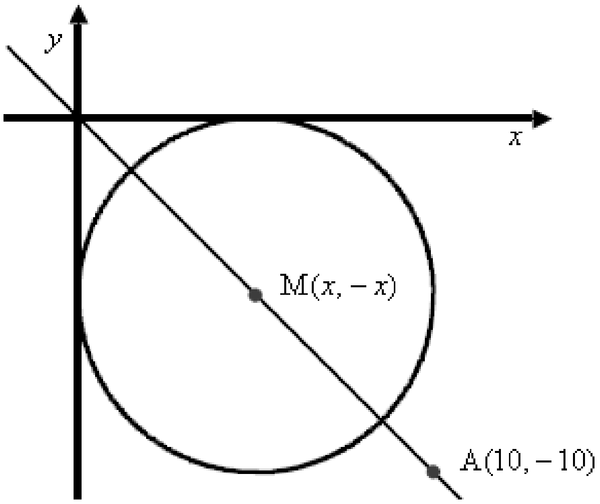
ובהתאם הוא עבר מרחק זה ב- 5 **שעות** $30:6=$

תשובה: כעבור 5 **שעות.**

(2) הולך רגל II **הלך במשך** 5 **שעות** 15 **ק"מ** $5\cdot 3=$

תשובה: הולך רגל II **היה במרחק של** 15 **ק"מ מנקודה** A.

א. (1) שיעור ה- x של הנקודה A , שמונחת על הישר $y=-x$ הוא 10.



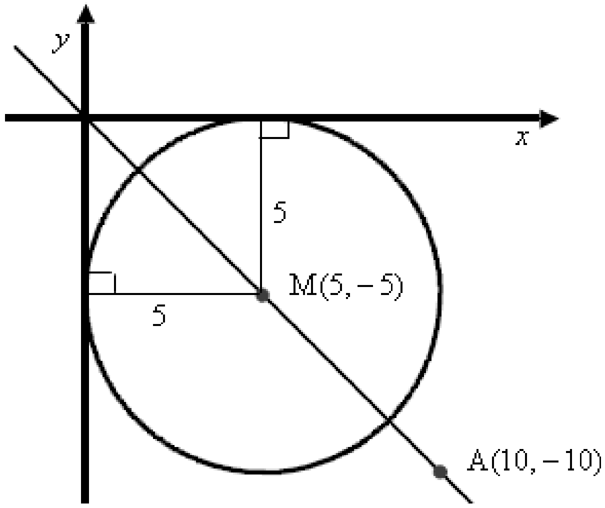
ובהתאם $y_A=-10$ **ושיעורי הנקודה** $A(10,-10)$

תשובה: $y_A=-10$

(2) מרחק הנקודה $A(10,-10)$ **מראשית הצירים** $(0,0)$

$$\sqrt{(10-0)^2+(-10-0)^2}=\boxed{\sqrt{200}}$$

תשובה: $\sqrt{200}$



ב. מרחק הנקודה $M(x,-x)$ **מראשית הצירים** $(0,0)$ **הוא** $\sqrt{50}$

כלומר $d^2=50$

$$50=(x-0)^2+(-x-0)^2$$
$$50=x^2+x^2$$
$$50=2x^2$$
$$x^2=25$$
$$x=5 \quad \rightarrow \boxed{M(5,-5)} \quad \leftarrow x_M>0$$

תשובה: $M(5,-5)$

ג. המעגל משיק לצירים, כאשר הרדיוס מאונך לנקודת ההשקה.

מרכז המעגל $M(5,-5)$ **ובהתאם:** $R=5$ **.**

תשובה: משוואת המעגל $(x-5)^2+(y+5)^2=25$ **.**

ד. מרחק הנקודה $A(10,-10)$ **ממרכז המעגל**

$$d^2=(10-5)^2+(-10-(-5))^2 \quad \rightarrow \boxed{d=\sqrt{50}}$$

או על פי סעיפים קודמים: $\sqrt{200}-\sqrt{50}=7.07=\sqrt{50}$

כיוון שמרחק זה גדול מהרדיוס ($7.07>5$ **) הרי שהנקודה** A **מחוץ למעגל.**

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{2}{x^2}+3$ **בתחום** $x>0$ **.**

העבירו ישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $y=5$ **.**

(1) נמצא את נקודת ההשקה

$$5=\frac{2}{x^2}+3 \quad / \cdot x^2$$
$$5x^2=2+3x^2$$
$$2x^2=2$$
$$x^2=1$$
$$x=1 \quad \leftarrow x>0$$
$$f(1)=\frac{2}{1^2}+3=5$$

תשובה: נקודת ההשקה היא $(1,5)$

(2) נמצא את משוואת המשיק

$$f'(x)=-\frac{2\cdot 2x}{x^4}$$
$$\boxed{f'(x)=-\frac{4}{x^3}}$$
$$m=f'(1)=-\frac{4}{1^3}=-4$$
$$(1,5), \quad m=-4$$
$$y-5=-4(x-1)$$
$$y-5=-4x+4$$
$$\boxed{y=-4x+9}$$

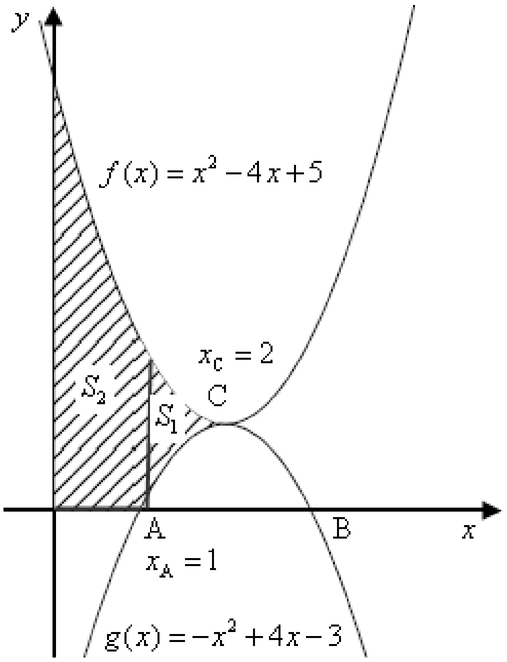
תשובה: משוואת המשיק היא $y=-4x+9$

ב. נגזרת הפונקציה, $f'(x)=-\frac{4}{x^3}$ **, אינה מתאפסת ולכן לפונקציה אין נקודות קיצון**

ג. עבור $x>0$ **מכנה הנגזרת חיובי ולכן הנגזרת שלילית והפונקציה יורדת עבור כל** $x>0$ **.**

ד. תבנית הפונקציה $f(x)=\frac{2}{x^2}+3$ **היא של סכום של שני מחוברים חיוביים,**

ולכן ערכי הפונקציה חיוביים לכל $x\neq 0$ **ובהתאם גרף הפונקציה נמצא מעל ציר ה-** x **.**



א. הגרף של $f(x)=x^2-4x+5$ **הוא של פרבולה בעלת מינימום (צוחקת), והגרף של** $g(x)=-x^2+4x-3$ **הוא של פרבולה בעלת מקסימום (בוכה) – נמצא את שיעור ה-** x **של נקודת החיתוך** C.

$$x^2-4x+5=-x^2+4x-3$$
$$2x^2-8x+8=0$$
$$x_{1,2}=\frac{8\pm0}{4}\quad\rightarrow\boxed{x_C=2}$$

$y_A=0$ **ובהתאם נפתור משוואה ריבועית**

$$0=-x^2+4x-3\quad\rightarrow x_{1,2}=\frac{-4\pm2}{-2}$$
$$x_1=\frac{-4+2}{-2}=\frac{-2}{-2}=1,\quad x_2=\frac{-4-2}{-2}=\frac{-6}{-2}=3$$
$$\boxed{x_A=1}\quad\leftarrow x_B>x_A$$

תשובה: $x_A=1\ ,\ x_C=2$.

ב. נחלק את השטח לשניים.

	S_1	S_2
פונקציה עליונה	$f(x)=x^2-4x+5$	$f(x)=x^2-4x+5$
פונקציה תחתונה	$g(x)=-x^2+4x-3$	$y=0$
x **גדול**	$x=2$	$x=1$
x **קטן**	$x=1$	$x=0$

$$S_1=\int_1^2(x^2-4x+5-(-x^2+4x-3))\,dx$$
$$S_1=\int_1^2(x^2-4x+5+x^2-4x+3)\,dx$$
$$S_1=\int_1^2(2x^2-8x+8)\,dx$$
$$S_1=\frac{2x^3}{3}-\frac{8x^2}{2}+8x\Big]_1^2$$
$$S_1=(\frac{2\cdot2^3}{3}-4\cdot2^2+8\cdot2)-(\frac{2\cdot1^3}{3}-4\cdot1^2+8\cdot1)$$
$$S_1=5\frac{1}{3}-4\frac{2}{3}$$
$$\boxed{S_1=\frac{2}{3}}$$

$$S_2=\int_0^1(x^2-4x+5-0)\,dx$$
$$S_2=\frac{x^3}{3}-\frac{4x^2}{2}+5x\Big]_0^1$$
$$S_2=(\frac{1^3}{3}-2\cdot1^2+5\cdot1)-(\frac{0^3}{3}-2\cdot0^2-5\cdot0)$$
$$\boxed{S_2=3\frac{1}{3}}$$

והשטח המקווקו הוא: $\frac{2}{3}+3\frac{1}{3}=4$

תשובה: גודל השטח הוא 4 **יח"ר.**

א. הסכום של שני מספרים הוא 10.

הפונקציה שיש להביא ל*מינימום* היא *סכום ריבועי המספרים*.

נסמן את המספר הראשון ב- x, ובהתאם המספר השני הוא ($10-x$).

$f(x)=x^2+(10-x)^2$

$f(x)=x^2+(10-x)(10-x)$

$f(x)=x^2+100-10x-10x+x^2$

$\boxed{f(x)=2x^2-20x+100}$

$\boxed{f'(x)=4x-20}$

$0=4x-20$

$-4x=20$

$x=5 \quad \rightarrow 10-x=10-5=5$

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון

$f'(4)=4\cdot4-20<0, \quad f'(6)=4\cdot6-20>0$

x	6	5	4
$f'(x)$	+	0	-
מסקנה	↗	**Min**	↘

ב- $x=5$ עוברים מירידה לעלייה ולכן מינימום.

תשובה: שני המספרים הם 5, עבורם סכום הריבועים הוא מינימלי.

ב. סכום הריבועים הוא: $5^2+5^2=50$

ניתן גם $f(5)=2\cdot5^2-20\cdot5+100=50$

תשובה: סכום ריבועי המספרים הוא 50.

א. נתונה הפונקציה $f(x)=ax+\frac{4a}{x}$

שיפוע הישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x=4$ **הוא** 3 **,**

כלומר $f'(4)=3 \rightarrow x=4$ **,**

$$f'(x)=a-\frac{4a}{x^2}$$

$$3=a-\frac{4a}{4^2} \quad \leftarrow f'(4)=3$$

$$3=a-\frac{a}{4}$$

$$12=4a-a$$

$$12=3a \quad /:3$$

$$\boxed{a=4}$$

תשובה: $a=4$

ג. נציב $a=4$ **ובהתאם** $f(x)=4x+\frac{16}{x}$ **ונמצא נקודות קיצון:**

$$\boxed{f'(x)=4-\frac{16}{x^2}}$$

$$0=4-\frac{16}{x^2} \quad /\cdot x^2$$

$$0=4x^2-16$$

$$-4x^2=-16$$

$$x^2=4$$

$$x=2 \quad \leftarrow x>0$$

$$y=4\cdot 2+\frac{16}{2}=16 \quad \rightarrow \boxed{(2,16)}$$

נבדוק את סוג הקיצון, בנקודה $(2,16)$ **, בעזרת טבלת התנהגות הפונקציה, בתחום** $x>0$

$$f'(1)=4-\frac{16}{1^2}<0, \quad f'(3)=4-\frac{16}{3^2}>0$$

x	3	2	1	0
y'	+	0	-	
מסקנה	↗	Min	↘	

תשובה: $(2,16)$ **מינימום.**

ג. משוואת המשיק בנקודת קיצון היא תמיד פונקציה קבועה,

בהתאם לשיעור ה- y **של נקודת הקיצון, שהפעם היא נקודת מינימום** $(2,16)$ **.**

תשובה: $y=16$ **.**