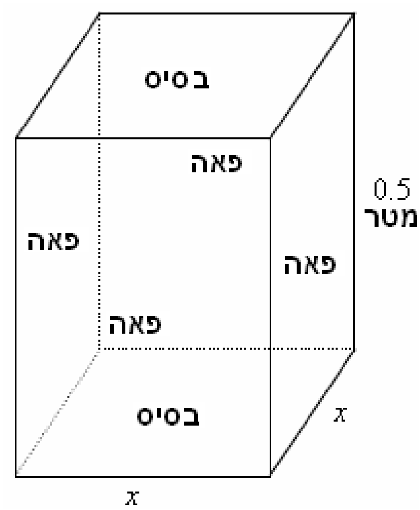


א. (1) בסיס התיבה הוא ריבוע שצלעו x (בסיס תחתון ובסיס עליון)

שטח בסיס אחד: $x \cdot x = x^2$

שטח שני הבסיסים: $2 \cdot x^2 = 2x^2$

תשובה: $2x^2$

(2) כל פאה היא מלבן, שממדיו: x ו- 0.5 מטר (שתי פאות בצדדים, אחת מאחור ואחת לפנים)

שטח פאה אחת: $x \cdot 0.5 = 0.5x$

שטח ארבע פאות: $4 \cdot 0.5x = 2x$ **(כל הפאות זהות, כי הבסיס ריבוע)**

תשובה: $2x$

ב. עלות בניית הפאות הצדדיות: $32 \cdot 2x = 64x$

מחיר למ"ר של בניית בסיסי התיבה: $32 \cdot 1.25 = 40$

עלות בניית בסיס התיבה: $40 \cdot 2x^2 = 80x^2$

מחיר כל החומר שממנו נבנתה התיבה הוא 16 שקל,

לכן: $64x + 80x^2 = 16$

נפתור את המשוואה:

$$64x + 80x^2 = 16$$

$$80x^2 + 64x - 16 = 0$$

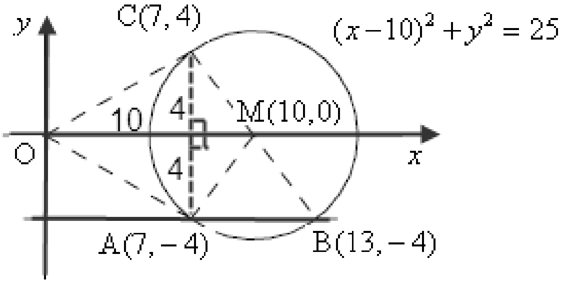
$$x_{1,2} = \frac{-64 \pm \sqrt{64^2 - 4 \cdot 80 \cdot (-16)}}{2 \cdot 80}$$

$$x_1 = \frac{-64 + 96}{160} = \frac{32}{160} = 0.2$$

$$x_1 = \frac{-64 - 96}{160} = \frac{-160}{160} = -1$$

$$\boxed{x = 0.2} \quad \leftarrow x > 0$$

תשובה: $x = 0.2$ **.**



א. נתונה משוואת המעגל $(x-10)^2+y^2=25$ **,**

ובהתאם שיעורי מרכז המעגל הם $M(10,0)$ **ורדיוסו** 5 **.**

הישר $y=-4$ **חותך את המעגל בשתי נקודות** A **ו-** B

נציב $y=-4$ **במשוואת המעגל:**

$$(x-10)^2+(-4)^2=25$$
$$(x-10)(x-10)+16=25$$
$$x^2-10x-10x+100+16-25=0$$
$$x^2-20x+91=0$$
$$x_{1,2}=\frac{20\pm 6}{2}$$
$$x_1=\frac{20+6}{2}=\frac{26}{2}=13 \quad \to B(13,-4)$$
$$x_2=\frac{20-6}{2}=\frac{14}{2}=7 \quad \to A(7,-4)$$

תשובה: $A(7,-4)$ **,** $B(13,-4)$

ב. (1) מרכז המעגל הוא אמצע הקוטר.

SCAB $=90°$ **(זווית היקפית הנשענת על קוטר)**

ולכן $M(10,0)$ **הוא אמצע** BC

נשתמש בנוסחה של אמצע הקטע:

$$x_M=\frac{x_C+x_B}{2}\to 10=\frac{x_C+13}{2}\to 20=x_C+13\to x_C=7$$
$$y_M=\frac{y_C+y_B}{2}\to 0=\frac{y_C+(-4)}{2}\to 0=y_C-4\to y_C=4$$

תשובה: $C(7,4)$

(2) ניתן לחשב את שטח המרובע OCMA **כסכום שטחים של שני משולשים,**

או כשטח מרובע שאלכסוניו מאונכים זה לזה (SCAB $=90°$ **)**

$$S_{OCMA}=\frac{MO\cdot AC}{2}=\frac{(10-0)\cdot(4-(-4))}{2}==\frac{10\cdot 8}{2}=40$$

תשובה: שטח המרובע OCMA **הוא** 40 **יחידות שטח.**

א. נתונה הפונקציה $y=\frac{x-2}{4}+\frac{a}{x}$

ישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x=-2$ **,**

מקביל לישר $y=-\frac{3}{4}x+\frac{1}{2}$ **, כלומר שיפוע המשיק הוא** $-\frac{3}{4}$

ובהתאם: $y'(-2)=-\frac{3}{4}$ **.**

$$y=\frac{x-2}{4}+\frac{a}{x}\quad\rightarrow y=\frac{x}{4}-\frac{2}{4}+\frac{a}{x}$$

$$y'=\frac{1}{4}-\frac{a}{x^2}$$

$$-\frac{3}{4}=\frac{1}{4}-\frac{a}{(-2)^2}\quad\leftarrow y'(-2)=-\frac{3}{4}$$

$$-\frac{3}{4}=\frac{1}{4}-\frac{a}{4}\quad /\cdot 4\quad\rightarrow -3=1-a$$

$$\boxed{a=4}$$

תשובה: $a=4$

ב. נציב $a=4$ **ונמצא את תחום ההגדרה של הפונקציה** $y=\frac{x-2}{4}+\frac{4}{x}$

המכנה צריך להיות שונה מ- 0 **ולכן:** $\boxed{x\neq 0}$

תשובה: $x\neq 0$

ג. נמצא תחומי עלייה וירידה:

$$\boxed{y=\frac{x-2}{4}+\frac{4}{x}}\quad\rightarrow y=\frac{x}{4}-\frac{2}{4}+\frac{4}{x}$$

$$y'=\frac{1}{4}-\frac{4}{x^2}\quad\rightarrow \boxed{y'=\frac{x^2-16}{4x}}$$

$$0=\frac{x^2-16}{4x^2}$$

$$0=x^2-16\quad\rightarrow x^2=16$$

$$x_1=-4,\quad x_2=4$$

נבדוק את סוג הקיצון בעזרת טבלת התנהגות הפונקציה (מכנה הנגזרת חיובי):

$$y'(-5)=(-5)^2-16>0,\quad y'(-3)=(-3)^2-16<0$$

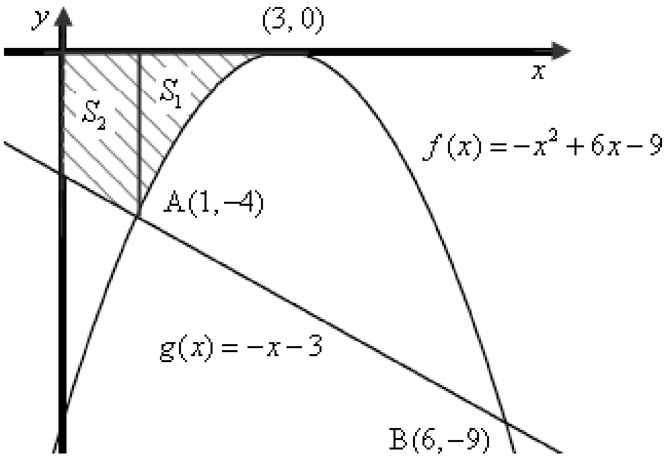
$$y'(3)=3^2-16<0,\quad y'(5)=5^2-16>0$$

-5	-4	-3	0	3	4	5	x
+	0	**-**		**-**	0	**+**	y'
↗	**Max**	↘		↘	**Min**	↗	**מסקנה**

תשובה: תחומי עלייה $x>4$ **או** $x<-4$

תחומי ירידה $0<x<4$ **או** $-4<x<0$

נעלה ציור מעודכן ונסביר בהמשך:



א. בנקודת הקיצון מתקיים $y'=0$

$$\boxed{f(x)=-x^2+6x-9}$$

$$\boxed{f'(x)=-2x+6}$$

$$0=-2x+6$$

$$2x=6$$

$$x=3 \quad \to f(3)=-3^2+6\cdot 3-9=0 \quad \to \boxed{(3,0)}$$

תשובה: $(3,0)$ **(על פי הציור נקודת מקסימום)**

ב. נחשב את השטח המבוקש באמצעות חיבור של שני שטחים: S_1 **ו-** S_2.

נמצא את נקודות החיתוך בין הפרבולה לישר:

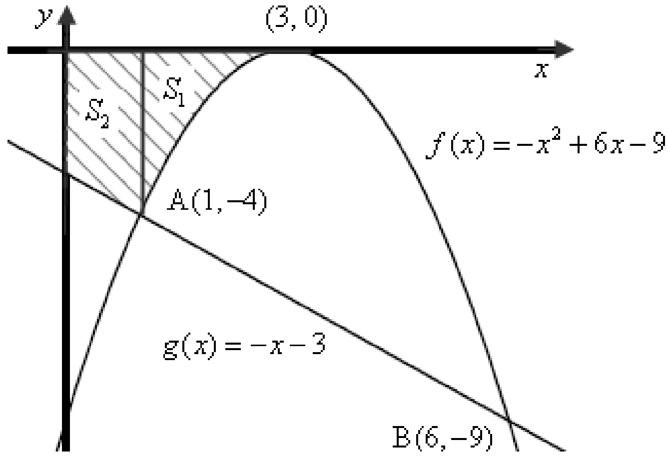
$$-x-3=-x^2+6x-9$$

$$x^2-7x+6=0$$

$$x_{1,2}=\frac{7\pm 5}{2}$$

$$x_1=\frac{7+5}{2}=\frac{12}{2}=6 \quad \to y=-6-3=-9 \quad \to \mathrm{B}(6,-9)$$

$$x_1=\frac{7-5}{2}=\frac{2}{2}=1 \quad \to y=-1-3=-4 \quad \to \mathrm{A}(1,-4)$$



נכין טבלה לסיוע בחישוב השטחים:

	S_1	S_2
פונקציה עליונה	$y = 0$	$y = 0$
פונקציה תחתונה	$y = -x^2 + 6x - 9$	$y = -x - 3$
x **גדול**	$x = 3$	$x = 1$
x **קטן**	$x = 1$	$x = 0$

$$S_1 = \int_1^3 (0 - (-x^2 + 6x - 9))\, dx$$

$$S_1 = \int_1^3 (x^2 – 6x - 9)\, dx$$

$$S_1 = \frac{x^3}{3} - \frac{6x^2}{2} + 9x \Big]_1^3$$

$$S_1 = (\frac{3^3}{3} - 3 \cdot 3^2 + 9 \cdot 3) - (\frac{1^3}{3} - 3 \cdot 1^2 + 9 \cdot 1)$$

$$S_1 = 9 - (6\frac{1}{3})$$

$$\boxed{S_1 = 2\frac{2}{3}}$$

$$S_2 = \int_0^1 (0 - (-x - 3))\, dx$$

$$S_2 = \int_0^1 (x + 3)\, dx$$

$$S_2 = \frac{x^2}{2} + 3x \Big]_0^1$$

$$S_2 = (\frac{1^2}{2} + 3 \cdot 1) - (\frac{0^2}{2} + 0 \cdot 0)$$

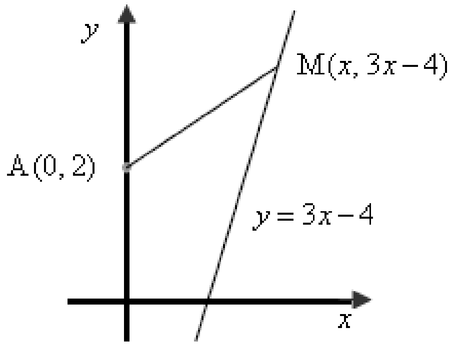
$$\boxed{S_2 = 3.5}$$

נחשב את השטח המקווקו: $S_1 + S_2 = 3.5 + 2\frac{2}{3} = \boxed{6\frac{1}{6}}$

תשובה: גודל השטח המקווקו הוא $6\frac{1}{6}$ **יחידות שטח.**

נכתב ע"י עפר ילין

א.



הפונקציה שיש להביא *למינימום* היא *המרחק* MA

M **נמצאת על הישר** $y=3x-4$ **ובהתאם שיעוריה:** $M(x,3x-4)$

נמצא את המרחק בעזרת הנוסחה למרחק בין שתי נקודות שבנוסחאון:

$$d^2=(x-0)^2+(3x-4-2)^2$$
$$d^2=x^2+(3x-6)\cdot(3x-6)$$
$$d^2=x^2+9x^2-18x-18x+37$$
$$d^2=10x^2-36x+37$$
$$\boxed{d=\sqrt{10x^2-36x+37}}$$

כלומר: $\boxed{f(x)=\sqrt{10x^2-36x+37}}$

נמצא את נקודת הקיצון של $f(x)$

$$\boxed{f'(x)=\frac{20x-36}{2\sqrt{10x^2-36x+37}}}$$
$$0=\frac{20x-36}{2\sqrt{10x^2-36x+37}}$$
$$0=20x-36$$
$$-20x=-36$$
$$\boxed{x=1.8}\quad\rightarrow y=-31.8-4=1.4\quad\rightarrow M(1.8,1.4)$$

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון (מכנה הנגזרת חיובי, הנגזרות לצורכי סימן)

$f'(1)=20\cdot1-36=-16<0\quad f'(2)=20\cdot2-36=4>0$

x		$x=7.5$	
y'	+	0	-
מסקנה	↘	**Min**	↗

הפונקציה עוברת מירידה לעלייה ולכן זו נקודת מינימום.

תשובה: $M(1.8,1.4)$ **היא הנקודה הקרובה ביותר לנקודה** $A(0,2)$.

נמצא את האינטגרל המסוים הנתון ונשווה לאפס

$$\int_0^a x(x-2)dx=0$$

$$\int_0^a (x^2-2x)dx=0$$

$$\frac{x^3}{3}-\frac{2x^2}{2}\Big]_0^a=0$$

$$(\frac{a^3}{3}-a^2)-(\frac{0^3}{3}-0^2)=0$$

$$\frac{a^3}{3}-a^2=0 \quad /\cdot 3$$

$$a^3-3a^2=0$$

$$a^2(a-3)=0$$

$$a^2=0 \quad \rightarrow \quad \cancel{a=0} \quad \leftarrow a\neq 0$$

$$a-3=0 \quad \rightarrow \quad \boxed{a=3}$$

תשובה: $a=3$ **.**