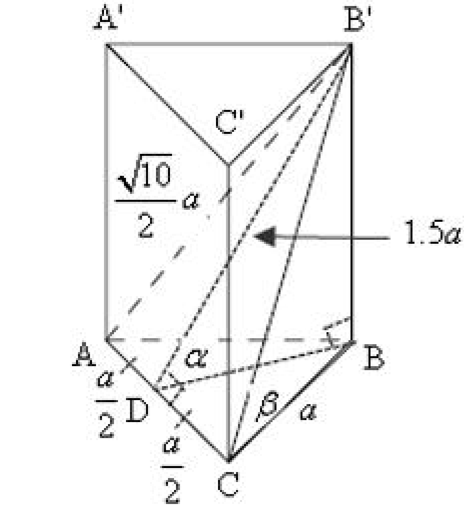


א. כיוון שבסיס המנסרה הוא משולש שווה צלעות,

הרי שפאות המנסרה חופפות זו לזו,

ולכן אלכסוני הפאות שווים ו- $AB'C$ הוא שווה שוקיים

נוריד את $B'D$ גובה ותיכון לבסיס משולש זה .

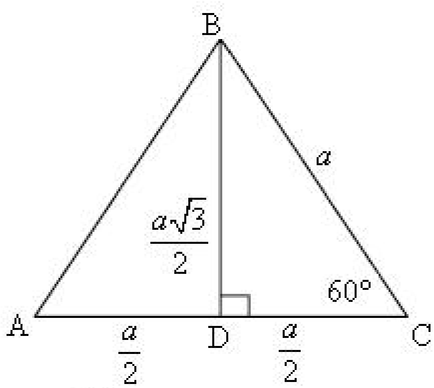
$\underline{B'DC}$

$$(B'D)^2 + (CD)^2 = (B'C)^2$$

$$(B'D)^2 = (\frac{\sqrt{10}}{2}a)^2 - (\frac{a}{2})^2 = 2.25a^2$$

$$\boxed{B'D = 1.5a}$$

תשובה: אורך הגובה הוא $1.5a$.



ב. הזווית בין המשולש $AB'C$ למישור הבסיס ABC ,

היא $(\sim)\ \sphericalangle B'DB$ שבין $B'D$ - האנך (והתיכון) לישר החיתוך AC

מהמשולש $AB'C$ לבין BD - האנך (והתיכון) לישר החיתוך AC

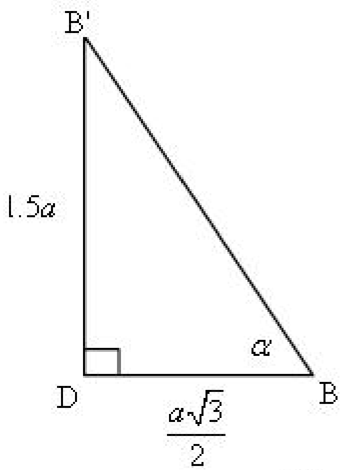
ממישור הבסיס ABC , ומתקבלת במשולש ישר הזווית

$B'BD\ (\sphericalangle B = 90°)$.

$\underline{\Delta BDC}$

$$\sin 60° = \frac{BD}{a}$$

$$\boxed{BD = \frac{a\sqrt{3}}{2}}$$

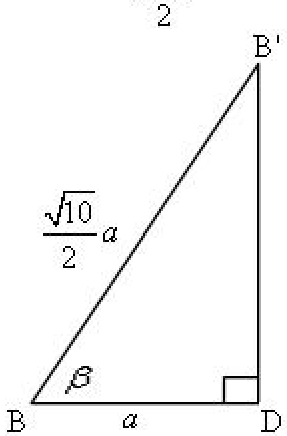


$\underline{\Delta B'BD}$

$$\cos\sim = \frac{BD}{B'D} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{1.5a}$$

$$\boxed{\sim = 54.74°}$$

תשובה: גודל הזווית הוא $54.74°$.



ג. הזווית בין אלכסון הפאה $B'C$ לבסיס היא $(\ \ )\ \sphericalangle B'CB$,

שבין האלכסון להיטל שלו (BC) על הבסיס

$\underline{\Delta B'CB}$

$$\cos\ \ = \frac{BD}{B'D} = \frac{a}{\frac{\sqrt{10}}{2}a}$$

$$\boxed{\ \ = 50.77°}$$

תשובה: גודל הזווית הוא $50.77°$.

א. נציב $x=0$ **ונקבל** $f(x)=\cos 0=1$ **ו-** $g(0)=\cos 2\cdot 0=0$ **.**

על פי הציור גרף I **עובר בראשית הצירים ובהתאם הזיהוי**

תשובה: I **-** $g(x)=\sin 2x$ **,** II **-** $f(x)=\cos x$

ב. נמצא את A **נקודת ההשקה, כאשר שיפוע המשיק במקסימום הוא** 0 **. :**

$$\boxed{g(x)=\sin 2x}$$

$$\boxed{g'(x)=2\cos 2x}$$

$$0=2\cos 2x$$

$$2x=\frac{\pi}{2}+2\pi k$$

$$x=\frac{\pi}{4}+\pi k$$

ובתחום הנתון, על פי הציור, מתקבל המקסימום עבור : $x=\frac{\pi}{4}$

$$f(\frac{\pi}{4})=\sin\frac{2\pi}{4}=1$$

ומשוואת המשיק, בנקודת המקסימום, היא $y=1$

נמצא את נקודת החיתוך בין הגרפים שלשתי הפונקציות:

$$\sin 2x=\cos x$$

$$2\sin x\cos x=\cos x$$

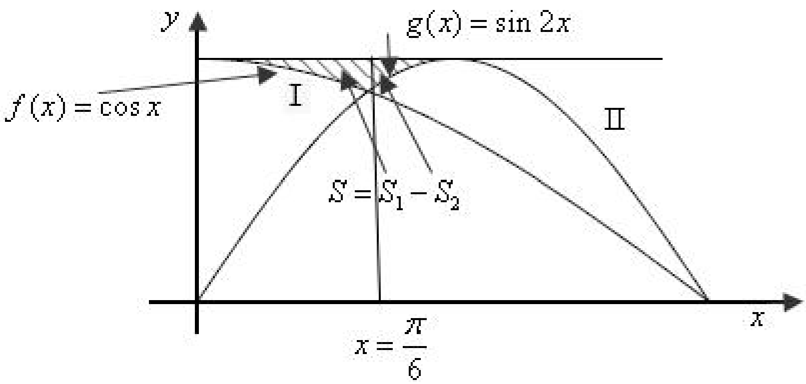
$$\cos x(2\sin x-1)=0$$

$$\cos x=0 \quad \to x=\frac{\pi}{2}+2\pi k$$

$$\sin x=\frac{1}{2} \quad \to x=\frac{\pi}{6}+2\pi k,\ x=\frac{5\pi}{6}+2\pi k$$

ובתחום המבוקש ועל פי הציור, הגרפים נחתכים עבור $x=\frac{\pi}{6}$

ב. נחשב את השטח המבוקש ע"י: $S = S_1 + S_2$



	S_2	S_1
פונקציה עליונה	$y = 1$	$y = 1$
פונקציה תחתונה	$g(x) = \sin 2x$	$f(x) = \cos x$
x גדול	$x = \frac{®}{4}$	$x = \frac{®}{6}$
x קטן	$x = \frac{®}{6}$	$x = 0$

נחשב את S_2:

$$S_2 = \int_{\frac{®}{6}}^{\frac{®}{4}} (1 - \sin 2x)dx$$

$$S_2 = x + \frac{\cos 2x}{2} \Big]_{\frac{®}{6}}^{\frac{®}{4}}$$

$$S_2 = \left(\frac{®}{4} + \frac{\cos\frac{2®}{4}}{2}\right) - \left(\frac{®}{6} + \frac{\cos\frac{2®}{6}}{2}\right)$$

$$S_2 = \frac{®}{4} - \left(\frac{®}{6} + \frac{1}{4}\right)$$

$$\boxed{S_2 = \frac{®}{4} - \frac{®}{6} - \frac{1}{4}}$$

נחשב את S_1:

$$S_2 = \int_0^{\frac{®}{6}} (1 - \cos x)dx$$

$$S_2 = x - \sin x \Big]_0^{\frac{®}{6}}$$

$$S_2 = \left(\frac{®}{6} - \sin\frac{®}{6}\right) - (0 - \sin 0)$$

$$\boxed{S_2 = \frac{®}{6} - 0.5}$$

ובהתאם: $S = S_1 + S_2 = \frac{®}{6} - 0.5 + \frac{®}{4} - \frac{®}{6} - \frac{1}{4} = \frac{®}{4} - 0.75$

תשובה: גודל השטח המבוקש $\frac{®}{4} - 0.75$ **יחידות שטח.**

א. (1) נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{\sqrt{x^2-a}}{x^2}$.

בנקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- x **, מתקיים** $f(x)=0$

$$0=\frac{\sqrt{x^2-a}}{x^2}$$
$$0=\sqrt{x^2-a}$$
$$x^2-a=0$$
$$x^2=a$$
$$x=\pm\sqrt{a}$$

תשובה: $(-\sqrt{a},0),(\sqrt{a},0)$

(2) המרחק בין נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- x **הוא** 2

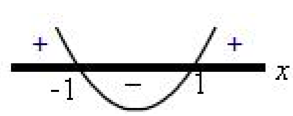
$$\sqrt{a}-(-\sqrt{a})=2$$
$$2\sqrt{a}=2$$
$$\sqrt{a}=1 \quad (\quad)^2$$
$$\boxed{a=1} \quad \sqrt{1}=1 \quad o.k.$$

תשובה: $a=1$

ב. (1) נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{\sqrt{x^2-1}}{x^2}$.

נמצא את תחום ההגדרה :(ביטוי בתוך השורש אי-שלילי ומכנה שונה מאפס)

$$x^2-1\ge 0$$
$$x^2=1$$
$$x=\pm 1$$
$$\boxed{x\le -1 \quad \cup \quad x\ge 1}$$



==== :

בתחום זה גם המכנה אינו מתאפס.

תחום ההגדרה: $x\ge 1$ **או** $x\le -1$:

(2) נמצא את ערך הפונקציה בקצה

$$f(1)=\frac{\sqrt{1^2-1}}{1^2}=0$$
$$f(-1)=\frac{\sqrt{(-1)^2-1}}{(-1)^2}=0$$

לכן $(1,0),(-1,0)$ **הן נקודות הקצה של הפונקציה**

נמצא את נקודות הקיצון פנימיות:

$$\boxed{f(x)=\frac{\sqrt{x^2-1}}{x^2}}$$

$$f'(x)=\frac{\frac{\not{2}x}{\not{2}\sqrt{x^2-1}}\cdot x^2)-(2x\cdot\sqrt{x^2-1})}{x^4}=\frac{\frac{x^3-2x(x^2-1)}{\sqrt{x^2-1}}}{x^4}=$$

$$f'(x)=\frac{x^3-2x^3+2x}{x^4\sqrt{x^2-1}}$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{-x^3+2x}{x^4\sqrt{x^2-1}}}$$

$$0=\frac{-x^3+2x}{x^2\sqrt{x^2-1}}$$

$$0=-x^3+2x=x(-x^2+2)$$

$$x^2=2 \quad \leftarrow x\neq 0$$

$$\boxed{x=\pm\sqrt{2}}$$

נמצא את ערך הפונקציה בנקודות הקיצון:

$$f(\sqrt{2})=\frac{\sqrt{\sqrt{2}^2-1}}{\sqrt{2}^2}=0.5 \quad \to(\sqrt{2},0.5) \qquad f(-\sqrt{2})=\frac{\sqrt{(-\sqrt{2})^2-1}}{(-\sqrt{2})^2}=0.5 \quad \to(-\sqrt{2},0.5)$$

נמצא את סוג הקיצון בטבלה בעזרת ערכי הפונקציה והנגזרת (מכנה הנגזרת חיובי)

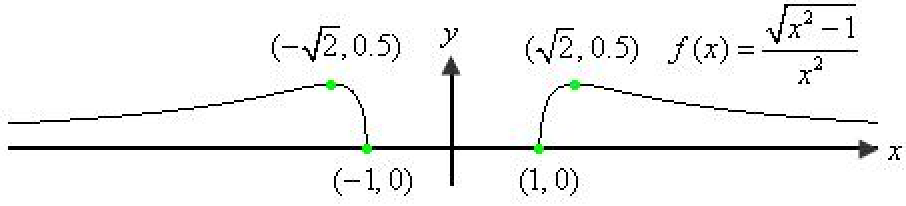
$$f'(-2)=-(-2)^3+2\cdot(-2)>0, \quad f'(2)=-2^3+2\cdot 2<0$$

-2	$-\sqrt{2}$		-1		1		$\sqrt{2}$	2	x
	0.5		0		0		0.5		y
+								-	y'
↗	**Max**	↘	**Min**		**Min**	↗	**Max**	↘	**מסקנה**

לכן נקודות המקסימום המוחלט $(\sqrt{2},0.5)$ **,** $(-\sqrt{2},0.5)$ **(ניתן להיעזר גם בסקיצה בסעיף ג')**

תשובה: $(\sqrt{2},0.5)$ מקסימום מוחלט, $(-\sqrt{2},0.5)$מקסימום מוחלט

ג. <u>הסקיצה המתאימה</u>



א. נתונה הפונקציה $f(x)=\ell n(x^2-5x+6)$

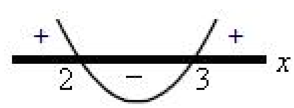
נמצא את תחום ההגדרה :(הביטוי שמקבלת פונקצית ℓog **חיובי)**

$x^2-5x+6\geq 0$

$x_{1,2}=\frac{5\pm 1}{2}$

$x=2,3$

$\boxed{x<2 \quad \cup \quad x>3}$



בתחום זה גם המכנה אינו מתאפס.

תחום ההגדרה: $x>3$ **או** $x<2$:

ב. נבדוק את התנהגות הפונקציה כאשר היא שואפת ל $x=3$ **מימין, ול-** $x=2$ **משמאל**

	$f(3.001)=-6.9$	$f(1.999)=-6.9$
	$f(3.00001)=-11.5$	$f(1.999999)=-13.8$
	$f(3.00000001)=-16.1$	$f(1.99999999)==-18.4$
מסקנה	$\lim\limits_{x\to 3^+}\ell n(x^2-5x+6)=-\infty$	$\lim\limits_{x\to 2^-}\ell n(x^2-5x+6)=-\infty$

ולכן הישרים $x=3$, $x=2$ **הם אסימפטוטות לגרף הפונקציה**

תשובה: $x=3$, $x=2$

ג. נמצא תחומי עלייה וירידה:

$\boxed{f(x)=\ell n(x^2-5x+6)}$

$\boxed{f'(x)=\frac{2x-5}{x^2-5x+6)}}$

$0=2x-5$

$-2x=-5$

$x=2.5$

נבנה טבלה לקביעת תחומי עלייה וירידה,

כאשר בתחום ההגדרה הנגזרת *לא* מתאפסת, ומכנה הנגזרת חיובי

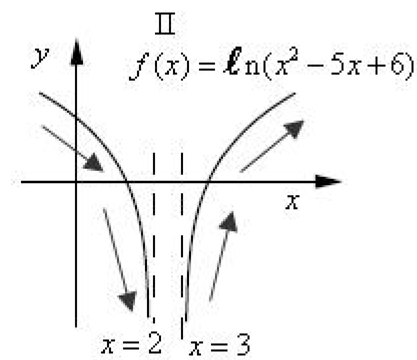
$f'(1)=2\cdot 1-5<0, \qquad f'(4)=2\cdot 4-5>0$

x	$x>3$		$x<2$
y'	+		-
מסקנה	↗		↘

תשובה: הפונקציה עולה עבור $x>3$ **ויורדת עבור** $x<2$

ד. גרפים I , II מתאימים בהקשר של תחום ההגדרה: $x > 3$ או $x < 2$

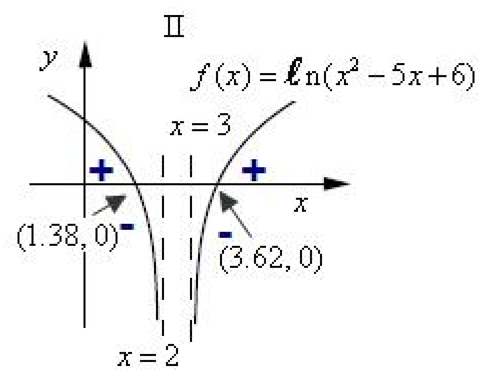
גרפים II , IV מתאימים בהקשר של תחומי עלייה וירידה:: עולה עבור $x > 3$ ויורדת עבור $x < 2$



בהתאם: גרף II מתאר את הפונקציה $f(x) = \ell n(x^2 - 5x + 6)$

ה. נמצא נקודות חיתוך עם ציר ה- x :

$$\ell n(x^2 - 5x + 6) = 0$$
$$x^2 - 5x + 6 = 1$$
$$x^2 - 5x + 5 = 0$$
$$x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{5}}{2}$$
$$x_1 = 3.62 \quad \rightarrow (3.62, 0)$$
$$x_2 = 1.38 \quad \rightarrow (1.38, 0)$$



ובהסתמך על הגרף נקבל את תחומי השליליות של הפונקציה

תשובה: $3 < x < 3.62$ או $1.38 < x < 2$

$f(t)=K\cdot a^t$, כאשר K - הכמות ההתחלתית , a הוא גורם הגידול, $f(t)$ הכמות לאחר זמן t .

א. מ- 250 גרם של חומר ב' נשארו 100 גרם כעבור 5 שנים, לכן:

$K=250$ - הכמות ההתחלתית לפני 5 שנה , $t=5$, $f(5)=100$.

$$250=500\cdot a^5 \quad /:500$$
$$0.4=a^5$$
$$\sqrt[5]{0.4}=a$$
$$\boxed{a=0.8326}$$

נסמן P אחוז הדעיכה, ובהתאם: $a=1-\frac{P}{100}$

נפתור את המשוואה המתאימה:

$$0.8326=1-\frac{P}{100}$$
$$\frac{P}{100}=0.8326$$
$$\boxed{P=83.26\%}$$

כלומר, כל שנה נותר מהחומר $100\%-83.26\%=16.74\%$

תשובה: כמות חומר ב' קטֵנָה- 16.74% בכל שנה.

ב. נתון כי זמן מחצית החיים של חומר א' שווה לזמן רבע החיים של חומר ב':

עבור חומר ב': $K=K$, $a=0.8326$, $f(t)=0.25K$.

$$0.25K=K\cdot 0.8326^t \quad /:K$$
$$0.25=0.8326^t$$
$$\ell n\,0.25=\ell n\,0.8326^t$$
$$\ell n\,0.25=t\ell n\,0.8326$$
$$t=\frac{\ell n\,0.25}{\ell n\,0.8326}$$
$$\boxed{t=7.567}$$

לכן, עבור חומר א': $K=K$ - $t=7.567$, $f(t)=0.5K$.

$$0.5K=K\cdot a^{7.567} \quad /:K$$
$$0.5=a^{7.567}$$
$$\sqrt[7.567]{0.5}=a$$
$$\boxed{a=0.9124}$$

נפתור את המשוואה המתאימה:

$$0.9124=1-\frac{P}{100}$$
$$\frac{P}{100}=0.0876$$
$$\boxed{P=8.76\%}$$

תשובה: כמות חומר א' קטֵנָה- 8.76% בכל שנה.