א. (1) נתונה מערכת משוואות ממעלה ראשונה, של שני ישרים, עם פרמטר k :

$$\begin{cases} \text{I.} \quad y = (k^2 - k - 2)x + k^2 + 3k - 10 \\ \text{II.} \quad y = (k^2 + 4k + 3)x + k^2 + 3k - 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{I.} \quad y = (k - 2)(k + 1)x + (k + 5)(k - 2) \\ \text{II.} \quad y = (k + 3)(k + 1)x + (k + 5)(k - 2) \end{cases}$$

ניתן לראות שעבור $k=-1$ שיפועי הישרים שווים, והפונקציות תהיינה קבועות,
כאשר הישרים מתלכדים ($y=-12$).

כיוון שהאיבר החופשי, $k^2+3k-10$, זהה – הרי שנקודת החיתוך עם ציר ה- y זהה,

ולכן אין מצב שהישרים מקבילים ואינם מתלכדים.

תשובה: אין ערך של k.

(2) $k \neq -1$

ב. (1) נקודות החיתוך על ציר ה- y על פי ההסבר בסעיף א, היא $(0, k^2+3k-10)$.

(2) נקודת החיתוך על ציר ה- y תהייה מתחת לציר ה- x,

כאשר $(k+5)(k-2)$ קטן מ- 0, וכמובן $k \neq -1$.

מתקבלת פרבולה בעלת מינימום, וערכיה שליליים עבור $-5<k<2$.

תשובה: $-5<k<2$, $k \neq -1$.

א. האיבר השני בסדרה, האין-סופית היורדת, הוא $\frac{2}{9}$, ובהתאם $a_1=\frac{2}{9q}$.

נראה שהסדרה החדשה הנדסית: $\frac{{a_{n+1}}^2}{{a_n}^2}=(\frac{a_{n+1}}{a_n})^2=q^2$, כלומר המנה של כל שני איברים עוקבים קבועה,

(לא תלויה ב- n), לכן היא הנדסית ומנתה q^2 .

	הסדרה המקורית	הסדרה החדשה
איבר ראשון	$\frac{2}{9q}$	$(\frac{2}{9q})^2=\frac{4}{81q^2}$
מנה	q	q^2
מספר איברים	אינסופי	אינסופי

המשוואה המתאימה לנתון "סכום הסדרה החדשה שווה למחצית סכום הסדרה המקורית"

היא: $2S_{new}=S_{origional}$

נפתח את המשוואה ונמצא את מנת הסדרה:

$$2S_{new}=S_{origional}$$

$$\frac{2\cdot\frac{4}{81q^2}}{1-q^2}=\frac{\frac{2}{9q}}{1-q}$$

$$\frac{\cancel{8}\,4}{81q^{\cancel{2}}(1-q^2)}=\frac{\cancel{2}\,1}{9\cancel{q}(1-q)}$$

$$\frac{4}{81q(1-q)(1+q)}=\frac{1}{9(1-q)}\qquad /\cdot 81(1-q)(1+q)$$

$$4=9q(1+q)$$

$$9q^2+9q-4=0$$

$$q_{1.2}=\frac{-9\pm 15}{18}$$

$$\boxed{q=\frac{1}{3}}\qquad \cancel{q=-1\frac{1}{3}}\qquad \leftarrow 0<q<1$$

תשובה: מנת הסדרה הנתונה היא $\frac{1}{3}$.

ב. המספרים $\frac{1}{a_3}$ ו- $\frac{1}{a_6}$ הם האיבר הראשון והאיבר השלישי בסדרה חשבונית.

$$a_1=\frac{2}{9q}=\frac{2}{9\cdot\frac{1}{3}}=\frac{2}{3}$$

$$a_3=a_1q^2=\frac{2}{3}\cdot(\frac{1}{3})^2=\frac{2}{27}\quad\rightarrow\frac{1}{a_3}=13.5$$

$$a_6=a_1q^5=\frac{2}{3}\cdot(\frac{1}{3})^5=\frac{2}{729}\quad\rightarrow\frac{1}{a_6}=364.5$$

נמצא את הפרש הסדרה החשבונית:

$$364.5=13.5+2d$$
$$251=2d$$
$$d=175.5$$

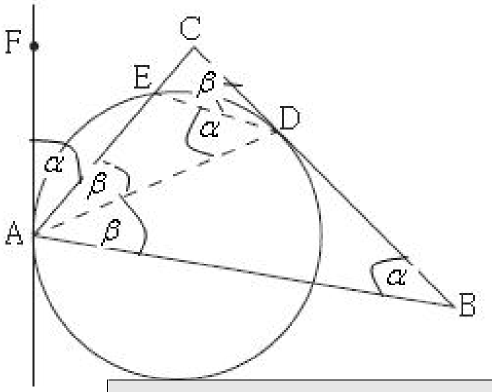
נמצא את סכום שמונת האיברים הראשונים:

$$S_8=\frac{8\left[2\cdot13.5+7\cdot175.5\right]}{2}$$
$$S_8=4\cdot1255.5$$
$$S_8=5,022$$

תשובה: סכום שמונת האיברים הראשונים בסדרה החשבונית הוא $5,022$.

3

עב מאי 12 מועד קיץ א שאלון 35005



נתונים

1. BC **משיק למעגל בנקודה** D .
2. AF **משיק למעגל בנקודה** A .
3. $\sphericalangle FAC = \sphericalangle ABC = \sim$

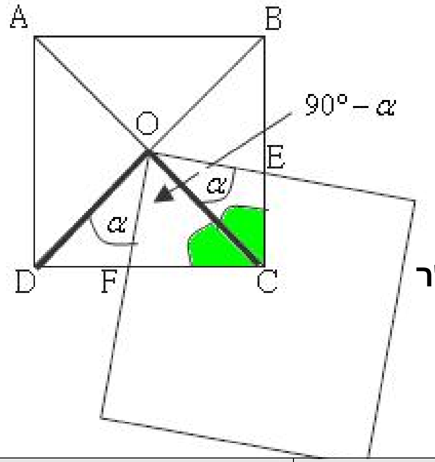
צ"ל: א. $\sphericalangle ADE = \sphericalangle ABC$

ב $\sphericalangle CAD = \sphericalangle DAB$.

ג. $AD^2 = AE \cdot AB$

הסבר	מס'	טענה	נימוק
3	4	$\sphericalangle FAC = \sphericalangle ABC = \sim$	נתון
2	5	AF משיק למעגל בנקודה A	נתון
1	6	$\sphericalangle ADE = \sphericalangle FAC = \sim$	זווית בין משיק למיתר, שווה לזווית ההיקפית הנשענת על המיתר מצידו השני
4, 6	7	$\sphericalangle ADE = \sphericalangle ABC$	כלל המעבר
מ.ש.ל. א			
1	8	BC משיק למעגל בנקודה D	נתון
8	9	$\sphericalangle CDE = \sphericalangle CAD =$	זווית בין משיק למיתר, שווה לזווית ההיקפית הנשענת על המיתר מצידו השני + סימון
9, 6	10	$\sphericalangle CDA = \sim +$	סכום זוויות
4, 10	11	$\sphericalangle DAB =$	זווית חיצונית למשולש ΔDAB שווה לסכום שתי זוויות פנימיות שלא צמודות לה
9, 11	12	$\sphericalangle CAD = \sphericalangle DAB$	כלל המעבר
מ.ש.ל. ב			
7, 12	13	$\Delta ADB \sim \Delta AED$	משפט דמיון זווית זווית
13	14	$\frac{AD}{AE} = \frac{DB}{ED} = \frac{AB}{AD}$	יחסי צלעות מתאימות במשולשים דומים
14	15	$AD^2 = AE \cdot AB$	חישוב
מ.ש.ל. ג			

4



<u>נתונים</u>

1. ABCD **ריבוע**

2. O **קדקוד של ריבוע נוסף**

עבור ב: 3. שטח ABCD **הוא** 100 **סמ"ר**

צ"ל: א. $\Delta OEC \cong \Delta OFD$

ב. שטח המרובע OFCE.

הסבר	מס'	טענה	נימוק
1	4	ABCD **ריבוע**	נתון
1	5	$\sphericalangle EOC = \sim$	סימון
2	6	O **קדקוד של ריבוע נוסף**	נתון
6	7	$\sphericalangle EOF = 90°$	זוויות הריבוע ישרות
5, 7	8	$\sphericalangle COF = 90° - \sim$	הפרש זוויות
4	9	$\sphericalangle COD = 90°$	אלכסוני הריבוע מאונכים זה לזה
9, 8	10	$\sphericalangle DOF = \sim$	הפרש זוויות
5, 10	11	$\sphericalangle DOF = \sphericalangle EOC$ **(ז)**	כלל המעבר
4	12	$OC = OD$ **(צ)**	אלכסוני הריבוע שווים זה לזה וחוצים זה את זה
4	13	$\sphericalangle ECO = \sphericalangle FDO$ **(ז)**	אלכסוני הריבוע חוצי זוויות
12, 13, 11	14	$\Delta OEC \cong \Delta OFD$	משפט חפיפה זווית צלע זווית
מ.ש.ל. א			
3	15	**שטח** ABCD **הוא** 100 **סמ"ר**	נתון
9, 12, 15	16	$S_{\Delta DOC} = \frac{DO \cdot OC}{2}$ $S_{\Delta DOC} = \frac{0.5DB \cdot 0.5AC}{2}$ **שטח** DOC **הוא** 25 **סמ"ר**	כיוון שאלכסוני הריבוע מאונכים זה לזה וחוצים זה את זה, אז שטח המשולש הוא רבע משטח הריבוע, בהתאם לנוסחת שטח משולש, ושטח ריבוע שווה למחצית מכפלת האלכסונים
14,16	17	$S_{\Delta OEC} = S_{\Delta OFD}$	למשולשים חופפים שטחים שווים
	18	$S_{\Delta DOC} = S_{\Delta OFD} + S_{\Delta COF}$	השלם שווה לסכום חלקיו
18, 17	19	$S_{\Delta DOC} = S_{\Delta OEC} + S_{\Delta COF}$	הצבה
	20	$S_{FOEC} = S_{\Delta OEC} + S_{\Delta COF}$	השלם שווה לסכום חלקיו
16, 20, 19	21	**שטח** OFCE **הוא** 25 **סמ"ר**	הצבה
מ.ש.ל. ב			

5

א. בכל כרטיס הגרלה 16 משבצות, מתוכן n משבצות אדומות.

הסיכוי למשבצת אדומה בגירוד הראשון הוא $\frac{n}{16}$. לאחר מכן נשארות $n-1$ משבצות אדומות מתוך 15 משבצות.

הסיכוי למשבצת אדומה בגירוד השני הוא $\frac{n-1}{15}$,

כאשר ההסתברות לשתי משבצות אדומות נתונה כ- $\frac{1}{20}$

$$\frac{n}{16}\cdot\frac{n-1}{15}=\frac{1}{20}$$

$$\frac{n(n-1)}{240}=\frac{1}{20}$$

$$n(n-1)=12$$

$$n^2-n-12=0$$

$$(n-4)(n+3)=0$$

$$\boxed{n=4}\quad \cancel{n=-3}\quad \rightarrow n=0,1,2,3...16$$

תשובה: 4 מבין 16 המשבצות הן אדומות.

ב. (1) יש למצוא הסתברות ל"לכל היותר שניים יזכו בספר", כלומר יגדדו שתי משבצות אדומות.

זו התפלגות בינומית, כאשר $n=11$, $p=\frac{1}{20}=0.05$.

נחשב באמצעות נוסחת ברנולי $P(k)=\binom{n}{k}(p)^k(1-p)^{n-k}$, הסתברות ל- 0, 1, או 2 משבצות אדומות.

$$\mathrm{P}_{11}(2)=\binom{11}{2}(0.05)^2(1-0.05)^{11-2}$$

$$\mathrm{P}_{11}(2)=\frac{11!}{2!\left(11-2\right)!}\cdot 0.05^2\cdot 0.95^9$$

$$\mathrm{P}_{11}(2)=55\cdot 0.05^2\cdot 0.95^9$$

$$\mathrm{P}_{11}(2)=0.08666$$

$$\mathrm{P}_{11}(1)=\binom{11}{1}(0.05)^1(1-0.05)^{11-1}$$

$$\mathrm{P}_{11}(1)=11\cdot 0.05^1\cdot 0.95^{10}$$

$$\mathrm{P}_{11}(1)=0.3293$$

$$\mathrm{P}_{11}(0)=\binom{11}{0}(0.05)^0(1-0.05)^{11-0}$$

$$\mathrm{P}_{11}(1)=0.95^{11}$$

$$\mathrm{P}_{11}(1)=0.5688$$

$$\mathrm{P}(\textit{at least two will get the book})=0.08666+0.3293+0.5688=0.98476$$

תשובה: ההסתברות שלכל היותר שני משתתפים יזכו בספר היא 0.98476 .

(2) יש למצוא את ההסתברות שבדיוק שני משתתפים יזכו בספר, אם ידוע שלכל היותר שניים זכו.

$$P(2\text{ got the book} / 2\text{ at most got the book}) = \frac{P(2\text{ got the book} \cap 2\text{ at most got the book})}{P(2\text{ at most got the book})}$$

$$P(2\text{ got the book} / 2\text{ at most got the book}) = \frac{0.08666}{0.98476} = 0.088$$

תשובה: ההסתברות היא 0.088 **.**

א. נגדיר את הקבוצות הבאות:

S - קבוצת הבקבוקים הנבדקים

A - קבוצת הבקבוקים מתוצרת "העמק" $\overline{A}$ - קבוצת הבקבוקים שאינם תוצרת העמק

D - הבקבוקים שיוסי מזהה כתוצרת "העמק" $\overline{D}$ - קבוצת הבקבוקים שיוסי אינו מזהה כתוצרת "העמק"

<u>נתונים ומשמעויות</u>

$$N(A)=1.25N(\overline{A}) \quad \rightarrow P(\overline{A})+1.25P(\overline{A})=1 \quad \rightarrow P(\overline{A})=\frac{4}{9} \quad \rightarrow P(A)=\frac{5}{9}$$

$$P(D/A)=0.8 \quad \rightarrow P(\overline{D}/A)=0.2$$

$$P(D/\overline{A})=0.2 \quad \rightarrow P(\overline{D}/\overline{A})=0.8$$

$$P(D)=P(A)\cdot P(D/A)+P(\overline{A})\cdot P(D/\overline{A})$$

$$P(D)=\frac{5}{9}\cdot 0.8+\frac{4}{9}\cdot 0.2$$

$$P(D)=\frac{8}{15}$$

יש למצוא את ההסתברות שהבקבוק הוא מתוצאת "העמק", אם יוסי זיהה אותו ככזה.

<u>על פי נוסחת בייס:</u>

$$P(A/D)=\frac{P(D/A)\cdot P(A)}{P(D)}$$

$$P(A/D)=\frac{0.8\cdot\frac{5}{9}}{\frac{8}{15}}$$

$$P(A/D)=\frac{5}{6}$$

תשובה: ההסתברות היא $\frac{5}{6}$.

ב. על פי הנתון השיעור הבסיסי של בקבוקי "העמק" קטן, בעוד שהאוכלוסייה *לא* משתנה.

זאת כאשר הדיאגנוסטיות קבועה (איכות הזיהוי של יוסי),

כלומר יקטן היחס בין בקבוקי "העמק" לבין הבקבוקים שאינם מתוצרת "העמק".

בהתאם R (היחס המעודכן) קטֵן ועימו גם $P(A/D)$ קטֵן.

דוגמת קיצון – אם כל הבקבוקים יהיו *שלא* מתוצרת העמק,

אז המאורע של "בקבוק "העמק", בהינתן זיהוי של יוסי כתוצרת "העמק" יהיה מאורע בלתי אפשרי.

תשובה: ההסתברות תקטן.