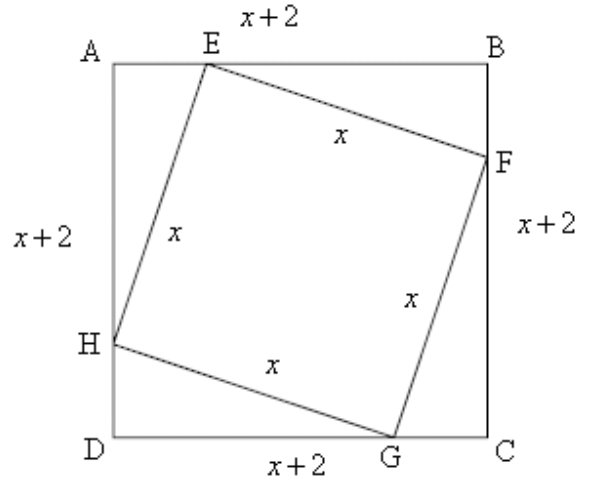


א. נציג את הנתונים על ציור מתאים ונסביר:



נסמן את אורך צלע הריבוע EFGH ב- x

ובהתאם האורך של צלע הריבוע ABCD הוא $x+2$.

שטח הריבוע EFGH הוא 64% משטח הריבוע ABCD, לכן:

$$S_{EFGH} = \frac{64}{100} \cdot S_{ABCD}$$

$$x \cdot x = 0.64 \cdot (x+2)(x+2)$$

$$x^2 = 0.64(x^2 + 2x + 2x + 4)$$

$$x^2 = 0.64x^2 + 1.28x + 1.28x + 2.56$$

$$0.36x^2 - 2.56x - 2.56 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{2.56 \pm 3.2}{0.72}$$

$$x_1 = \frac{2.56 + 3.2}{0.72} = \frac{5.76}{0.72} = 8$$

$$x_2 = \frac{2.56 - 3.2}{0.72} = \frac{-0.64}{0.72} = -\frac{8}{9}$$

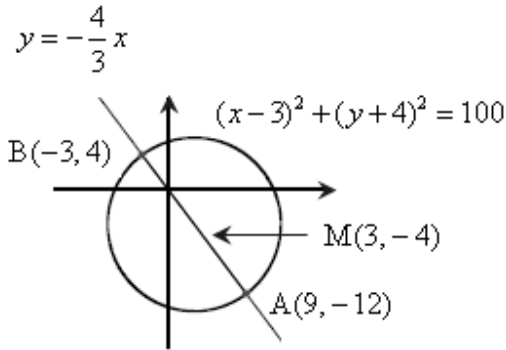
$$\boxed{x=8} \quad \leftarrow x > 0$$

תשובה: אורך צלע הריבוע EFGH הוא 8 ס"מ.

ב. בהתאם, אורך צלע הריבוע ABCD הוא 10 ס"מ ($8+2=10$)

הקף הריבוע ABCD: $40 = 10 \cdot 4$ ס"מ.

תשובה: הקף הריבוע ABCD הוא 40 ס"מ.



א. נתונה משוואת המעגל $(x-3)^2 + (y+4)^2 = 100$,

ובהתאם שיעורי מרכז המעגל הם $M(3, -4)$,

נמצא את השיפוע בין מרכז המעגל לראשית הצירים $(0, 0)$

$$m = \frac{-4-0}{3-0} = -\frac{4}{3}$$

נמצא את משוואת הישר: $y-0 = -\frac{4}{3}(x-0) \rightarrow y = -\frac{4}{3}x$

תשובה: $y = -\frac{4}{3}x$.

ב. הישר $y = -\frac{4}{3}x$ חותך את המעגל $(x-3)^2 + (y+4)^2 = 100$ בשתי נקודות: A ו- B.

$$(x-3)^2 + \left(-\frac{4}{3}x+4\right)^2 = 100$$

$$x^2 - 6x + 9 + \frac{16}{9}x^2 - 10\frac{2}{3}x + 16 = 100 \quad / \cdot 9$$

$$9x^2 - 54x + 81 + 16x^2 - 96x + 144 = 900$$

$$25x^2 - 150x - 675 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{150 \pm 300}{50}$$

$$x_1 = \frac{150+300}{50} = \frac{450}{50} = 9 \rightarrow y = -\frac{4}{3} \cdot 9 = -12 \rightarrow A(9, -12)$$

$$x_2 = \frac{150-300}{50} = \frac{-150}{50} = -3 \rightarrow y = -\frac{4}{3} \cdot (-3) = 4 \rightarrow B(-3, 4)$$

תשובה: $B(-3, 4)$, $A(9, -12)$

ג. נמצא את השיפוע בין A $(9, -12)$ ל- C $(3, 6)$: $m = \frac{-12-6}{9-3} = \frac{-18}{6} = -3$

נמצא את משוואת הישר: $y-6 = -3(x-3) \rightarrow y = -3x+15$

נמצא את השיפוע בין B $(-3, 4)$ ל- C $(3, 6)$: $m = \frac{4-6}{-3-3} = \frac{-2}{-6} = \frac{1}{3}$

נמצא את משוואת הישר: $y-6 = \frac{1}{3}(x-3) \rightarrow y = \frac{1}{3}x+5$

נבדוק תנאי ניצבות: $\frac{1}{3} \cdot (-3) = -1$, כלומר הישרים מאונכים זה לזה.

תשובה: $y = -3x+15$, $y = \frac{1}{3}x+5$, הישרים מאונכים זה לזה (שיפועים הופכים ונגדיים)

א. נמצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x) = \frac{2}{1-x} - ax$

המכנה צריך להיות שונה מ-0 ולכן:

$$1-x \neq 0$$

$$\boxed{x \neq 1}$$

תשובה: $x \neq 1$

ב. לפונקציה יש נקודת קיצון בנקודה שבה $x=3$, כלומר $f'(3)=0$

$$f'(x) = -\frac{2 \cdot (-1)}{(1-x)^2} - a$$

$$f'(x) = \frac{2}{(1-x)^2} - a$$

$$0 = \frac{2}{(1-3)^2} - a$$

$$0 = \frac{2}{4} - a$$

$$\boxed{a = 0.5}$$

תשובה: $a = 0.5$

ג. נמצא את נקודות הקיצון ואת סוגן:

$$f(x) = \frac{2}{1-x} - 0.5x$$

$$f(x) = -\frac{2(-1)}{(1-x)^2} - 0.5$$

$$f'(x) = \frac{2}{(1-x)^2} - 0.5$$

$$0 = \frac{2}{(1-x)^2} - 0.5$$

$$0 = 2 - 0.5(1-x)^2$$

$$0 = 2 - 0.5(1 - 2x + x^2)$$

$$0 = 2 - 0.5 + x - 0.5x^2$$

$$0.5x^2 - x - 1.5 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm 2}{1}$$

$$x_1 = \frac{1+2}{1} = 3 \rightarrow y = \frac{2}{1-3} - 0.5 \cdot 3 = -2.5 \rightarrow (3, -2.5)$$

$$x_2 = \frac{1-2}{1} = -1 \rightarrow y = \frac{2}{1-(-1)} - 0.5 \cdot (-1) = 1.5 \rightarrow (-1, 1.5)$$

נבדוק את סוג הקיצון בעזרת טבלת התנהגות הפונקציה:

$$f'(-2) = \frac{2}{(1-(-2))^2} - 0.5 \cdot (-2) < 0, \quad f'(-0.5) = \frac{2}{(1-(-0.5))^2} - 0.5 \cdot (-0.5) > 0$$

$$f'(2) = \frac{2}{(1-2)^2} - 0.5 \cdot 2 > 0, \quad f'(4) = \frac{2}{(1-4)^2} - 0.5 \cdot 4 < 0$$

-2	-1	-0.5	1	2	3	4	x
-	0	+		+	0	-	y'
↘	Min	↗		↘	Max	↘	מסקנה

ב- $x = -1$ עוברים מירידה לעלייה ולכן מינימום.

ב- $x = 3$ עוברים מעלייה לירידה ולכן מקסימום.

תשובה: $(3, -2.5)$ מקסימום, $(-1, 1.5)$ מינימום.

הפונקציה שיש להביא לאינמימום היא סכום ריבועי המספרים, כלומר $x^2 + y^2$.

נתון: $2x + y = 20$, כלומר $y = 20 - 2x$

בהתאם:

$$f(x) = x^2 + (20 - 2x)^2$$

$$f(x) = x^2 + (20 - 2x)(20 - 2x)$$

$$f(x) = x^2 + 400 - 40x - 40x + 4x^2$$

$$f(x) = 5x^2 - 80x + 400$$

נמצא את נקודת הקיצון של הפונקציה

$$f(x) = 5x^2 - 80x + 400$$

$$f'(x) = 10x - 80$$

$$0 = 10x - 80$$

$$-10x = -80 \quad /: (-10)$$

$$x = 8$$

נבנה טבלה לדיהוי סוג הקיצון

$$f'(7) = 10 \cdot 7 - 80 < 0, \quad f'(9) = 10 \cdot 9 - 80 > 0$$

7	8	9	x
-	0	+	f'(x)
↘	Min	↗	מסקנה

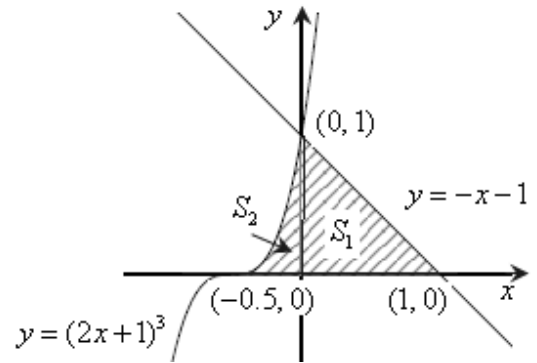
עבור $x = 8$ עוברים מירידה לעלייה ולכן מינימום.

$$x = 8 \rightarrow y = 20 - 2 \cdot 8 = 4$$

תשובה: המספרים $x = 8$, $y = 4$, עבורם סכום הריבועים הוא מינימלי.

נעלה ציור מעודכן ונסביר בהמשך:

א. בנקודת החיתוך עם ציר ה- x מתקיים $y = 0$



$$0 = (2x+1)^3$$

$$0 = 2x+1$$

$$-2x = 1$$

$$x = -0.5 \rightarrow \boxed{(-0.5, 0)}$$

$$0 = -x+1$$

$$x = 1 \rightarrow \boxed{(1, 0)}$$

תשובה: $(1, 0)$, $(-0.5, 0)$

ב. נחשב את השטח המבוקש באמצעות חיבור של שני שטחים: S_1 ו- S_2 .

שטחו של S_1 הוא כשטח משולש

נקודת החיתוך של $y = -x + 1$ עם ציר ה- y היא $(0, 1)$

$$S_1 = \frac{1 \cdot 1}{2} = 0.5$$

ובהתאם:

נכין טבלה לסיוע בחישוב S_2 :

S_2	
$y = (2x+1)^3$	פונקציה עליונה
$y = 0$	פונקציה תחתונה
$x = 0$	x גדול
$x = -0.5$	x קטן

$$S_2 = \int_{-0.5}^0 (2x+1)^3 dx$$

$$S_2 = \frac{(2x+1)^4}{4} \Big|_{-0.5}^0$$

$$S_2 = \left(\frac{(2 \cdot 0 + 1)^4}{4 \cdot 2} \right) - \left(\frac{(2 \cdot (-0.5) + 1)^4}{4 \cdot 2} \right)$$

$$S_2 = \frac{1}{8} - 0$$

$$S_2 = 0.125$$

נחשב את השטח המקווקו: $S_1 + S_2 = 0.5 + 0.125 = \boxed{0.625}$

תשובה: גודל השטח המקווקו הוא 0.625 יחידות שטח.

א. נתונה הפונקציה $f(x) = 4\sqrt{x} - x$

נמצא את משוואת המשיק בנקודה שבה $x = 1$

נמצא את נקודת ההשקה:

$$f(1) = 4\sqrt{1} - 1 = 3$$

ולכן שיעורי נקודת ההשקה הם: $(1, 3)$

נמצא את שיפוע המשיק:

$$f'(x) = \frac{4}{2\sqrt{x}} - 1$$

$$f'(x) = \frac{2}{\sqrt{x}} - 1$$

$$m = f'(1) = \frac{2}{\sqrt{1}} - 1 = 1$$

נמצא את משוואת המשיק:

$$y - 3 = 1(x - 1)$$

$$y - 3 = x - 1$$

$$y = x + 2$$

תשובה: $y = x + 2$.

ב. שיפוע המשיק לפונקציה $g(x) = x^2 - 5x + 11$ הוא 1

נמצא את שיעורי נקודת ההשקה A :

$$g'(x) = 2x - 5$$

$$1 = 2x - 5$$

$$-2x = -6 \quad ; (-2)$$

$$x = 3 \rightarrow y = 3^2 - 5 \cdot 3 + 11 = 5$$

תשובה: שיעורי הנקודה $A(3, 5)$.