א. נתונה הפונקציה $f(x)=\cos(a-x)+2$

אם גרף הפונקציה חותך את ציר ה- x **אז** $y=0$

$$0=\cos(a-x)+2$$
$$\cos(a-x)=-2$$

כיוון ש: $-1\le\cos\sim\le 1$ **, כלומר שפונקציית הקוסינוס חסומה בין** -1 **ל-** 1**, אזי אין פתרון.**

תשובה: גרף הפונקצייה *לא* חותך את ציר ה- x **.**

ב. השיפוע של גרף הפונקציה בנקודה שבה $x=-®$ **הוא** -1 **,** $0<a<2®$

כלומר: $f'(-®)=-1$

$$\boxed{f(x)=\cos(a-x)+2}$$
$$f'(x)=-\sin(a-x)\cdot(-1)$$
$$\boxed{f'(x)=\sin(a-x)}$$
$$-1=\sin(a-(-®))$$
$$a+®=\frac{3®}{2}+2®k$$
$$a=\frac{®}{2}+2®k$$
$$k=0\quad\rightarrow\boxed{a=\frac{®}{2}}$$
$$k=1\quad\rightarrow a=\frac{5®}{2}\quad\leftarrow 0<a<2®$$

תשובה: $a=\frac{®}{2}$

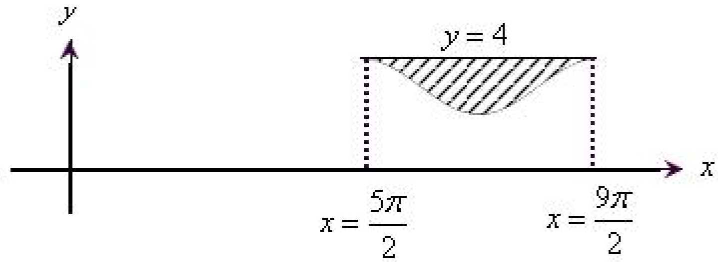
ג. נתון ששיעורי ה- x של שתי נקודות מקסימום סמוכות של הפונקציה $g(x)$ הם: $x=\frac{5®}{2}$ ו- $x=\frac{9®}{2}$.

נמצא את ערך הפונקציה בשתי נקודות המקסימום:

$$g(\frac{5®}{2})=\cos(\frac{5®}{2}-\frac{5®}{2})+3=\cos 0+3=4, \quad g(\frac{9®}{2})=\cos(\frac{5®}{2}-\frac{9®}{2})+3=\cos(-2®)+3=4$$

לכן משוואת המיתר המחבר את שתי נקודות המקסימום היא $y=4$

נעדכן בהתאם את הסרטוט הנתון בשאלה:



נכין טבלה לסיוע בחישוב השטח

פונקציה עליונה	$y=4$
פונקציה תחתונה	$g(x)=\cos(\frac{5®}{2}-x)+3$
x **גדול**	$x=\frac{9®}{2}$
x **קטן**	$x=\frac{5®}{2}$

נחשב את השטח המבוקש:

$$S=\int_{\frac{5®}{2}}^{\frac{9®}{2}}(4-(\cos(\frac{5®}{2}-x)+3))dx=\int_{\frac{5®}{2}}^{\frac{9®}{2}}(1-\cos(\frac{5®}{2}-x))dx$$

$$S=x-\frac{\sin(\frac{5®}{2}-x)}{-1}\Big]_{\frac{5®}{2}}^{\frac{9®}{2}}$$

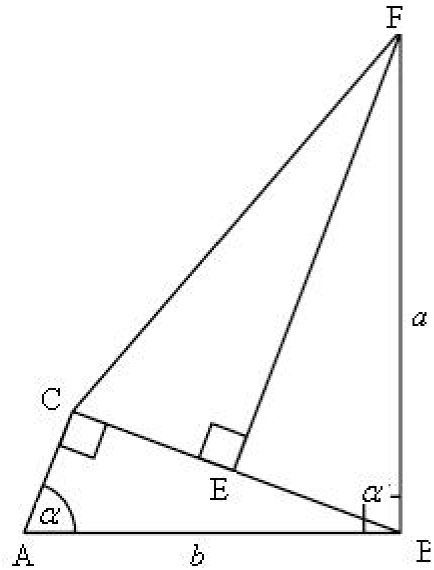
$$S=(\frac{9®}{2}+\sin(\frac{5®}{2}-\frac{9®}{2}))-(\frac{5®}{2}+\sin(\frac{5®}{2}-\frac{5®}{2}))$$

$$S=(\frac{9®}{2}+0)-(\frac{5®}{2}+0)$$

$$\boxed{S=2®}$$

תשובה: $2®$

<u>נעלה את השרטוט המתאים</u>:



א. הציור המעודכן כולל גובה FE **ב-** ΔFBC **, שהוא גם תיכון במשולש שווה שוקיים.**

$\measuredangle CAB = \sim$ **(נתון)**

$\measuredangle CBA = 90^\circ - \sim$ **(סכום זוויות ב-** ΔABC **הוא** 180°**)**

$\measuredangle FBC = \sim$ **(הפרש זוויות)**

$\underline{\Delta FBE}$

$$\cos\sim = \frac{BE}{FB}$$

$$\boxed{BE = a\cos\sim}$$

כיוון ש: FE **הוא גם תיכון הרי ש:** $BC = 2a\cos\sim$

תשובה: $BC = 2a\cos\sim$

ב. נתון כי $b = \frac{3}{4}a$

$\underline{\Delta ABC}$

$$\sin\sim = \frac{BC}{AB}$$

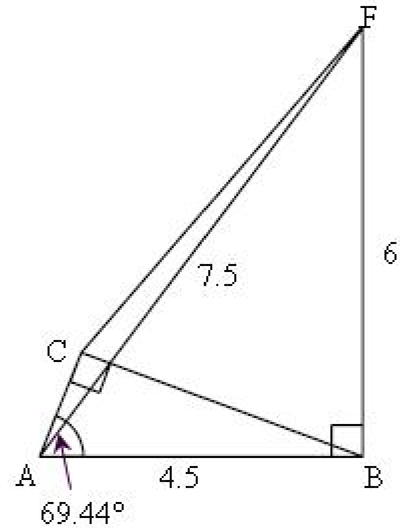
$$\sin\sim = \frac{2a\cos\sim}{0.75a} \quad / : \cos\sim \neq 0 \quad \leftarrow 0 < \sim < 90^\circ$$

$$\tan\sim = 2.667$$

$$\boxed{\sim = 69.44^\circ}$$

תשובה: $\sim = 69.44^\circ$

ב. נתון כי 7.5 **ס"מ** $\text{AF} =$ **.**



נשתמש במשפט פיתגורס:

$\underline{\Delta\text{AFB}}$

$$\text{AF}^2 = \text{AB}^2 + \text{BF}^2$$

$$7.5^2 = (0.75a)^2 + a^2$$

$$56.25 = 1.5625a$$

$$a^2 = 36$$

$$\boxed{a = 6} \quad \leftarrow a > 0$$

לכן: 6 **ס"מ** $\text{BF} =$ **ובהתאם:** 4.5 **ס"מ** $\text{AB} = 0.75 \cdot 6 =$

$\underline{\Delta\text{ABC}}$

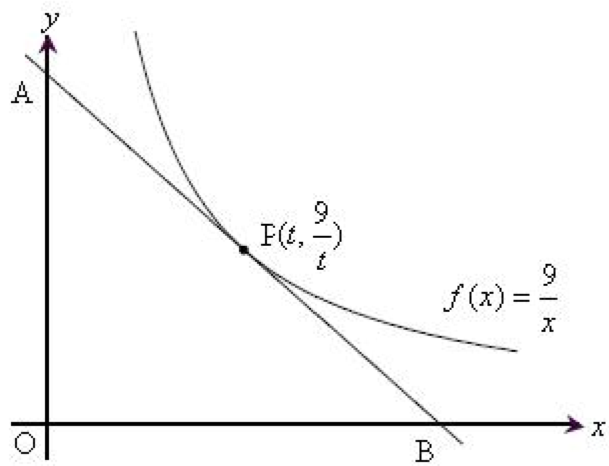
$$\cos\sim = \frac{\text{AC}}{\text{AB}}$$

$$4.5\cos 69.44° = \text{AC}$$

$$\boxed{\text{AC} = 1.58}$$

תשובה: 1.58 **ס"מ** $\text{AC} =$

א. נסמן ב- t את שיעור ה- x של הנקודה P .



נמצא את משוואת המשיק בנקודה $P(t,\frac{9}{t})$.

$$\boxed{f(x)=\frac{9}{x}}$$

$$\boxed{f'(x)=-\frac{9}{x^2}}$$

$$m=f'(t)=-\frac{9}{t^2}$$

$$y-\frac{9}{t}=-\frac{9}{t^2}(x-t)$$

$$y-\frac{9}{t}=-\frac{9}{t^2}x+\frac{9}{t}$$

$$\boxed{y=-\frac{9}{t^2}x+\frac{18}{t}}$$

תשובה: $y=-\frac{9}{t^2}x+\frac{18}{t}$

ב. נמצא את שיעורי נקודות החיתוך עם הצירים.

ציר ה- y : $y=-\frac{9}{t^2}\cdot 0+\frac{18}{t} \rightarrow A(0,\frac{18}{t})$

ציר ה- x : $0=-\frac{9}{t^2}x+\frac{18}{t} \rightarrow 0=-9x+18t \rightarrow x=2t \rightarrow B(2t,0)$

תשובה: $A(0,\frac{18}{t})$, $B(2t,0)$

ג. הפונקציה שיש להביא *למינימום* היא *סכום אורכי הניצבים במשולש* AOB.

כלומר: $\boxed{g(t)=2t+\frac{18}{t}}$

נמצא את נקודת הקיצון

$$g'(t)=2-\frac{18}{x^2}$$

$$\boxed{g'(t)=\frac{2t^2-18}{t^2}}$$

$$0=\frac{2t^2-18}{t^2}$$

$$0=2t^2-18 \quad \rightarrow 2t^2=18 \quad \rightarrow t^2=9 \quad \rightarrow t=\pm 3$$

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון (מכנה הנגזרת חיובי)

$$g'(2)=2\cdot 2^2-18=-10<0$$

$$g'(4)=2\cdot 4^2-18=14>0$$

x		3	
y'	+	0	-
מסקנה	↗	Min	↘

הפונקציה עוברת מירידה לעלייה ולכן זו נקודת מינימום

(בהתאם שיעורי הנקודה $P(3,3)$)

תשובה: $t=3$ יביא את סכום אורכי הניצבים למינימום.

$f(t)=K\cdot a^t$,

כאשר K - הכמות ההתחלתית

a הוא גורם הגידול, $f(t)$ הכמות לאחר זמן t.

א. $K=15{,}000$ - הכמות ההתחלתית לפני 15 שנה , $t=15$, $f(15)=20{,}190$.

$$20{,}190=15{,}000\cdot a^{15} \quad /:15{,}000$$

$$1.346=a^{15}$$

$$\sqrt[15]{1.346}=a$$

$$\boxed{a=1.02}$$

נסמן P אחוז הגידול, ובהתאם: $a=1+\frac{P}{100}$

$$1.02=1+\frac{P}{100}$$

נפתור את המשוואה המתאימה: $0.02=\frac{P}{100}$

$$\boxed{P=2}$$

תשובה: האוכלוסיה גדלה ב- 2% בכל שנה.

ב. קצב גידול האוכלוסייה החדש הוא $2\%+3\%=5\%$

נמצא את t, עבורו $f(t)=38{,}075$, כאשר $K=20{,}190$ ו- $a=1+\frac{5}{100}=1.05$

$$38{,}075=20{,}190\cdot 1.05^t$$

$$1.8858=1.05^t$$

$$\ell n1.8858=\ell n1.05^t$$

$$\ell n1.8858=t\ell n1.05$$

$$t=\frac{\ell n1.8858}{\ell n1.05}$$

$$\boxed{t=13}$$

תשובה: בעוד 13 שנים יהיו בעיר 38,075 תושבים.

א. נתונה הפונקציה $y=\frac{x^2-2}{e^{2x}}$

נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x **:** $y=0$

$$0=\frac{x^2-2}{e^{2x}} \quad \to x^2=2 \quad \to \quad x=\pm\sqrt{2} \quad \to (\sqrt{2},0),(-\sqrt{2},0)$$

נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- y **:** $x=0$

$$y=\frac{0^2-2}{e^{2\cdot 0}}=\frac{-2}{1}=-2 \quad \to (0,-2)$$

תשובה: נקודות החיתוך עם הצירים: $(0,-2)$ **,** $(\sqrt{2},0),(-\sqrt{2},0)$

ב. נמצא את נקודות הקיצון (אם ישנם) ואת סוגן :

$$\boxed{y=\frac{x^2-2}{e^{2x}}}$$

$$y'=\frac{2x\cdot e^{2x}-2e^{2x}(x^2-2)}{(e^{2x})^2}$$

$$f'(x)=\frac{2e^{2x}(x-(x^2-2))}{(e^{2x})^2}$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{2(-x^2+x+2)}{e^{2x}}}$$

$$0=\frac{2(-x^2+x+2)}{e^{2x}}$$

$$0=-x^2+x+2$$

$$x_{1,2}=\frac{-1\pm 3}{-2}$$

$$\boxed{x_1=-1} \quad \boxed{x_2=2}$$

$$y(-1)=y=\frac{(-1)^2-2}{e^{2\cdot(-1)}}=\frac{-1}{e^{-2}}=-e^2 \quad \to (-1,-e^2)$$

$$y(2)=y=\frac{2^2-2}{e^{2\cdot 2}}=\frac{2}{e^4}= \quad \to (2,\frac{2}{e^4})$$

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון (מכנה הנגזרת חיובי)

$f'(-2) = -(-2)^2 + (-2) + 2 < 0$

$f'(0) = -0^2 + 0 + 2 > 0$

$f'(3) = -3^2 + 3 + 2 < 0$

x	3	2	0	-1	-2
y'	-	0	+	0	-
מסקנה	↘	**Max**	↗	**Min**	↘

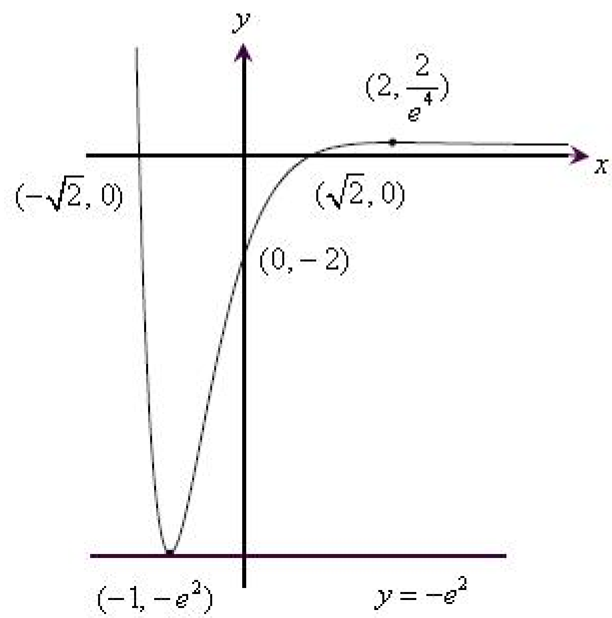
תשובה: $(2, \frac{2}{e^4})$ **מקסימום ,** $(-1, -e^2)$ **מינימום.**

ג. תחומי העלייה והירידה בהתאם לטבלה בסעיף הקודם:

ירידה: $x > 2$ **או** $x < -1$ **.**

עלייה: $-1 < x < 2$ **.**

ד. הסקיצה המתאימה



ה. הישר $y = -e^2$ **עובר בנקודת המינימום המוחלט של הפונקציה** $(-1, -e^2)$**,**

לכן הוא חותך את גרף הפונקציה רק פעם אחת.

תשובה: בנקודה אחת.