א. נתונה מערכת המשוואות

$$\begin{cases}(m+1)x+(2m-2)y=m+2\\(3m+3)x+(5m-9)y=-3\end{cases}$$

נמצא את שיעור ה- y **, של הפתרון היחיד , ותוך כדי כך את התנאי לקיומו.**

$$\begin{cases}(m+1)x+(2m-2)y=m+2 \quad /\cdot(-3)\\3(m+1)x+(5m-9)y=-3\end{cases}$$

$$+\begin{cases}-3(m+1)x-(6m-6)y=-3m-6\\3(m+1)x+(5m-9)y=-3\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow (-m-3)y=-3m-9$$

$$\Leftrightarrow \boxed{-(m+3)y=-3(m+3)}$$

כאשר $m=-3$ **נקבל** $0x=0$ **,**

נציב $m=-3$ **בשתי המשוואות המקוריות:**

$$\begin{cases}(-3+1)x+(2\cdot(-3)-2)y=-3+2 \quad \to -2x-8y=-1\\(3\cdot(-3)+3)x+(5\cdot(-3)-9)y=-3 \quad \to -6x-24y=-3\end{cases}$$

המשוואה השנייה היא כפולה של המשוואה הראשונה ב- 3 **.**

כלומר שתי המשוואות שקולות ואינסוף פתרונות.

תשובה: $m=-3$

ב. נמצא את שיעור ה- y **, בהנחה שיש פתרון יחיד**

$$-(m+3)y=-3(m+3)$$

$$\Leftrightarrow y=\frac{-3(m+3)}{-(m+3)}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{y=3}$$

תשובה: $y=3$

ג. נציב $m=-1$ **בשתי המשוואות המקוריות:**

$$\begin{cases}(-1+1)x+(2\cdot(-1)-2)y=-1+2 \quad \to -4y=1\\(3\cdot(-1)+3)x+(5\cdot(-1)-9)y=-3 \quad \to -14y=-3\end{cases}$$

כלומר שתי המשוואות סותרות זו את זו ואין פתרון.

למעשה כבר ההצבה הראשונה סותרת את שיעור ה- y **שקיבלנו בסעיף ב.**

לכן התנאי לפתרון יחיד הוא $m\neq -3,-1$ **.**

א. בסדרה החשבונית האיבר השלישי גדול פי 5 **מהאיבר הראשון.**

$$a_3 = 5a_1$$
$$a_1 + 2d = 5a_1$$
$$2d = 4a_1$$
$$\boxed{d = 2a_1}$$

האיבר הראשון, האיבר השני והאיבר החמישי בסדרה החשבונית
הם גם שלושת האיברים הראשונים בסדרה ההנדסית.
נחשב את המנה ע"י היחס בין האיבר השני לאיבר הראשון:

$$q = \frac{a_2}{a_1} = \frac{a_1 + 2d}{a_1} = \frac{a_1 + 2a_1}{a_1} = \frac{3a_1}{a_1} = 3$$

תשובה: מנת הסדרה ההנדסית היא 3**.**

ב. איברי הסדרה ההנדסית הם: $a_1, \quad 3a_1, \quad 9a_1, \quad 27a_1,...$

$a_1 \neq 0$ **כי איברים בסדרה הנדסית שונים מאפס.**

נמצא את מקומו של $27a_1$ **בסדרה החשבונית:**

$$a_n = 27a_1$$
$$a_1 + d(n-1) = 27a_1$$
$$a_1 + 2a_1(n-1) = 27a_1 \quad / : a_1 \neq 0$$
$$1 + 2(n-1) = 27$$
$$2(n-1) = 26$$
$$n - 1 = 13$$
$$\boxed{n = 14}$$

תשובה: המקום הסידורי הוא ה- 14**.**

<u>נתונים</u>

1. AP **הוא קוטר במעגל.**
2. BE **הוא גובה לצלע** AC
3. CD **הוא גובה לצלע** AB **.**

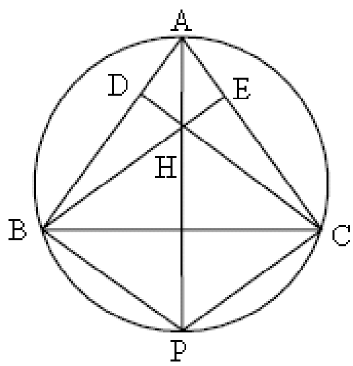
צ"ל:

א. $DC \parallel BP$

ב. BHCP **מקבילית**

ג. $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

<u>הוכחה</u>



הסבר		טענה	נימוק
1	4	AP **הוא קוטר במעגל**	**נתון**
4	5	$\angle ABP = 90°$	**זווית היקפית הנשענת על קוטר היא ישרה**
3	6	CD **הוא גובה לצלע** AB	**נתון**
7	7	$\angle CDB = 90°$	**הגובה יותר זווית ישרה**
5, 7	8	$DC \parallel BP$	**זוויות חד צדדיות משלימות ל-** $180°$
		מ.ש.ל. א	
4	9	$\angle ACP = 90°$	**זווית היקפית הנשענת על קוטר היא ישרה**
2	10	BE **הוא גובה לצלע** AB	**נתון**
10	11	$\angle BEC = 90°$	**הגובה יותר זווית ישרה**
9, 11	12	$PC \parallel BE$	**זוויות חד צדדיות משלימות ל-** $180°$
8, 12	13	$DC \parallel BH, \quad HC \parallel BP$	**חלקים מישרים מקבילים – מקבילים ביניהם**
13	14	$BHCP$ **מקבילית**	**שני זוגות של צלעות נגדיות מקבילות**
		מ.ש.ל. ב	
12	15	$HE \parallel PC$	**חלקים מישרים מקבילים – מקבילים ביניהם**
15	16	$\frac{AH}{HP} = \frac{AE}{EC}$	**משפט תאלס**
8	17	$DH \parallel BP$	**חלקים מישרים מקבילים – מקבילים ביניהם**
17	18	$\frac{AH}{HP} = \frac{AD}{DB}$	**משפט תאלס**
16, 18	19	$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$	**כלל המעבר**
		מ. ש. ל. ג	

<u>נתונים</u>

1. ABC **משולש ישר זווית (**$BC \perp AC$**).**

2. ADC **משולש שווה צלעות**

3. **S**CBA = 30° **.**

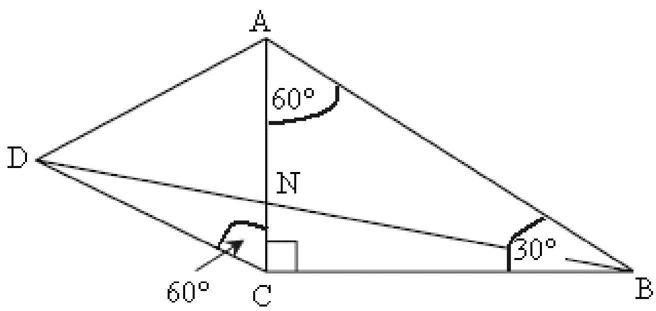
צ"ל:

א. $\Delta ANB \sim \Delta CND$

ב. $\frac{AB}{DC}$

ג. $\frac{S_{\Delta NCB}}{S_{\Delta ANB}}$

<u>הוכחה</u>



הסבר		טענה	נימוק
1	4	$BC \perp AC$	נתון
4	5	$\mathbf{S}ACB = 90°$	האנך יוצר זווית ישרה
3	6	$\mathbf{S}CBA = 30°$	נתון
7	7	$\mathbf{S}BAN = 60°$	סכום זוויות ΔABC הוא $180°$
2	8	ADC משולש שווה צלעות	נתון
8	9	$\mathbf{S}NCD = 60°$	זוויות שוות במשולש שווה צלעות
0 ,7	10	(ז) $\mathbf{S}NCD = \mathbf{S}BAN$	כלל המעבר
	11	(ז) $\mathbf{S}DNC = \mathbf{S}ANB$	זוויות קדקודיות שוות זו לזו
11 ,10	12	$\Delta ANB : \Delta CND$	משפט דמיון ז. ז.
		מ.ש.ל. א	
7 ,6 ,5	13	$\frac{AB}{AC} = 2$	במשולש שזוויותיו $30°, 60°, 90°$ הניצב הקצר שווה למחצית היתר
8	14	$DC = AB$	צלעות שוות במשולש שווה צלעות
14 ,13	15	$\frac{AB}{DC} = 2$	הצבה
		מ.ש.ל. ב	
12	16	$\frac{AN}{CN} = \frac{AB}{CD} = \frac{NB}{ND}$	יחסי צלעות מתאימות במשולשים דומים
16 ,15	17	$\frac{AN}{CN} = 2$	הצבה
17	18	$\frac{S_{\Delta NCB}}{S_{\Delta ANB}} = \frac{1}{2}$	לשני המשולשים גובה משותף לצלעות CN ו- AN שהיחס ביניהן הוא $1:2$
		מ. ש. ל. ג	

א. נגדיר את המאורעות הבאים:

A **- גברים**

$\overline{A}$ **- נשים**

B **- בעלי השכלה גבוהה**

$\overline{B}$ **- בעלי הכשרה מקצועית**

<u>נתונים ומשמעויות</u>

$$P(\overline{B}) = 0.4 \quad \rightarrow P(B) = 0.6$$

$$P(B/A) = 0.15 \quad \rightarrow P(\overline{B}/A) = 0.85$$

$$N(B/\overline{A}) = 9 \cdot N(\overline{B}/\overline{A}) \quad \rightarrow P(B/\overline{A}) = 9 \cdot P(\overline{B}/\overline{A})$$

מסקנה מהשורה הקודמת: כיוון ש: $P(B/\overline{A}) + P(\overline{B}/\overline{A}) = 1$ **- הרי ש:** $P(B/\overline{A}) = 0.9$

<u>פיתוח נוסחאות הסתברות מותנית</u>

$$P(B/A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)}$$

$$0.15 = \frac{P(B \cap A)}{0.6}$$

$$P(B \cap A) = 0.09$$

$$P(B/\overline{A}) = \frac{P(B \cap \overline{A})}{P(\overline{A})}$$

$$0.9 = \frac{P(B \cap \overline{A})}{0.4}$$

$$P(B \cap \overline{A}) = 0.36$$

<u>נציב בטבלה ונשלים נתונים</u>

	גברים A	**נשים** $\overline{A}$	
B **- השכלה גבוהה**	0.09	0.36	0.45
$\overline{B}$ **- הכשרה מקצועית**	0.51	0.04	0.55
	0.6	0.4	1

יש למצוא את ההסתברות של P(**השכלה גבוהה / אישה**)

$$P(\overline{A}/B) = \frac{P(\overline{A} \cap B)}{P(B)} = \frac{0.36}{0.45} = 0.8$$

תשובה: ההסתברות שהעובד בעל ההשכלה הגבוהה שנבחר היא אישה היא 0.8 **.**

ב. זו התפלגות בינומית, כאשר נתון כי $p=0.75$ **(על פי א),** $n=3$, $k=2$

נחשב באמצעות נוסחת ברנולי $P(k)=\binom{n}{k}(p)^k(1-p)^{n-k}$

את ההסתברות למאורע של: " 2 **מ-** 3 **העובדים שנבחרו (בעלי השכלה גבוהה) הם נשים"**

$$P_3(2)=\binom{3}{2}(0.75)^2(1-0.75)^{3-2}$$

$$P_3(2)=\frac{3!}{2!(3-2)!}\cdot 0.75^2\cdot 0.25$$

$$P_3(2)=3\cdot 0.75^2\cdot 0.25$$

$$P_3(2)=\frac{27}{64}$$

תשובה: ההסתברות ש- 2 **מ-** 3 **העובדים שנבחרו (בעלי השכלה גבוהה) הם נשים, היא** $\frac{27}{64}$ **.**

ג. ההסתברות ל"גבר בעל הכשרה מקצועית" היא : $P(A \cap \overline{B}=0.51$ **,**

כאשר אנו מדרשים למאורע המשלים "אף גבר בעל הכשרה מקצועית": $1-P(A\cap\overline{B})=1-0.51=0.49$

זו התפלגות בינומית, כאשר נתון כי $p=0.49$, $n=4$ **,** $k=0$

נחשב באמצעות נוסחת ברנולי $P(k)=\binom{n}{k}(p)^k(1-p)^{n-k}$

את ההסתברות למאורע של: " 0 **מ-** 4 **העובדים שנבחרו (גברים או נשים) הם גברים בעלי הכשרה מקצועית"**

$$P_4(0)=\binom{4}{0}(0.49)^0(1-0.49)^{4-0}$$

$$P_4(0)=\frac{4!}{0!(4-0)!}\cdot 1\cdot 0.49^4$$

$$P_4(0)=1\cdot 0.49^4$$

$$P_4(0)=0.0577$$

תשובה: ההסתברות שאף אחד מהנבחרים יהיה גבר בעל הכשרה מקצועית היא 0.0577 **.**

א. נגדיר את הקבוצות הבאות:

נסמן: A **- קבוצת המעשנים** $\overline{A}$ **- קבוצת הלא מעשנים**

B **- קבוצת חולי הלב** $\overline{B}$ **- קבוצת הלא חולי לב.**

נשלים את הטבלה, באמצעות פעולות חיבור וחיסור:

	A	$\overline{A}$	**סה"כ**
B	$X-3500$	500	$X-3000$
$\overline{B}$	1000	2000	3000
סה"כ	$X-2500$	2500	X

תשובה: $A \cap B = X-3500$

ב. נתון שאין קשר סטטיסטי, לכן $P(A/\overline{B}) = P(A)$

$$P(A/\overline{B}) = \frac{N(A \cap \overline{B})}{N(\overline{B})} = \frac{1000}{3000} = \frac{1}{3}$$

$$P(A) = \frac{N(A)}{N(S)} = \frac{X-2500}{X}$$

נפתור את המשוואה המתאימה:

$$\frac{1}{3} = \frac{X-2500}{X}$$

$$X = 3X - 7500$$

$$7500 = 2X$$

$$\boxed{X = 3,750}$$

נעדכן את הטבלה:

	A	$\overline{A}$	**סה"כ**
B	250	500	750
$\overline{B}$	1000	2000	3000
סה"כ	1250	2500	3,750

בעזרת העדכון ניתן לראות שלא קיים קשר סטטיסטי, גם בעזרת משוואות אחרות,

כגון: $P(B) = P(B/A) = 0.2$

תשובה: $X = 3,750$

ג. נתון יש קשר סטטיסטי, כאשר העישון מגביר את מחלות הלב,

כלומר $P(B/A) > P(B/\overline{A})$

$$P(B/A) = \frac{N(B \cap A)}{N(A)} = \frac{X-3500}{X-2500}$$

$$P(B/\overline{A}) = \frac{N(B \cap \overline{A})}{N(\overline{A})} = \frac{500}{2500} = 0.2$$

$$P(A) = \frac{N(A)}{N(S)} = \frac{X-2500}{X}$$

נפתור את האי-שוויון המתאים

$$\frac{X-3500}{X-2500} > 0.2 \quad /(X-2500>0)$$

$$X-3500 > 0.2X-500$$

$$0.8X > 3000$$

$$\boxed{X > 3750}$$

הסבר: $X-2500>0$ **כי** $X>2500$ **, וזאת משום ש:** $N(A) \geq 1000$ **ו-** $X = N(A)+2500$

תשובה: $X > 3750$