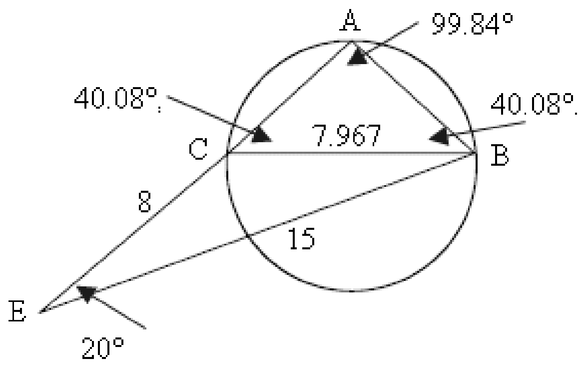
.1



ג. ניעזר במשפט קוסינוסים ב- ΔBCE

$\underline{\Delta \text{BCE}}$

$$\text{BC}^2 = \text{CE}^2 + \text{BE}^2 - 2\text{CE}\cdot\text{BE}\cos\mathbf{R}\text{AEB}$$

$$\text{BC}^2 = 8^2 + 15^2 - 2\cdot 8\cdot 15\cdot\cos 20°$$

$$\text{BC}^2 = 63.4737$$

$$\boxed{\text{BC} = 7.967}$$

תשובה: $\text{BC} =$ 7.967 **ס"מ**

ב. נמצא, בעזרת משפט הסינוסים את גודל זווית $\mathbf{R}$ECB

מכיוון והיא צמודה לזווית בסיס של מש"ש – הרי ש: $\mathbf{R}\text{ECB} > 90°$

$\underline{\Delta \text{BCE}}$

$$\frac{\text{BC}}{\sin\mathbf{R}\text{CEB}} = \frac{\text{BE}}{\sin\mathbf{R}\text{ECB}}$$

$$\frac{7.967}{\sin 20°} = \frac{15}{\sin\mathbf{R}\text{ECB}}$$

$$\sin\mathbf{R}\text{ECB} = \frac{15\sin 20°}{7.967} = 0.644$$

$$\boxed{\mathbf{R}\text{ECB} = 139.92°} \qquad \boxed{\mathbf{R}\text{ECB} = \cancel{40.09°}}$$

ולכן זווית הבסיס של מש"ש ABC **היא** $\mathbf{R}\text{ACB} = 40.08°$

ובהתאם זוויות ΔABC **הן:** $40.09°, 40.09°, 99.82°$

נמצא את שטח המשולש באמצעות הנוסחה: $S = \dfrac{a^2 \sin b \sin g}{2\sin a}$

בהתאם: $S_{\Delta\text{ABC}} = \dfrac{7.967^2 \sin 40.09° \sin 40.09°}{2\sin 99.82°} = 13.36$

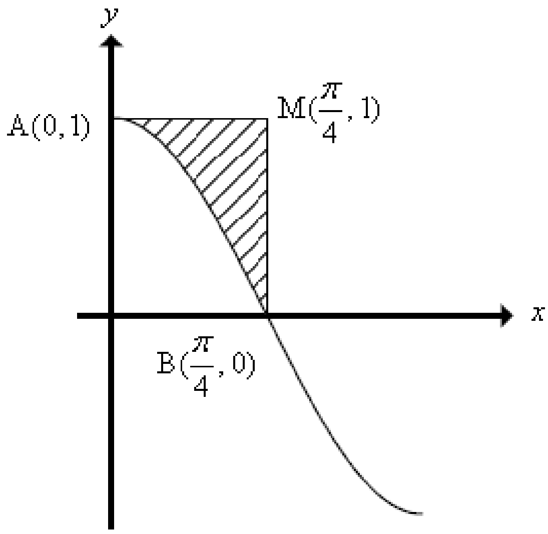
תשובה: שטח ΔABC **הוא** 13.36 **סמ"ר**

ג. נמצא את רדיוס המעגל החוסם את ΔABC **באמצעות משפט הסינוסים:** $2R = \dfrac{7.967}{\sin 99.82} \quad \rightarrow R = 4.043$

תשובה: רדיוס המעגל החוסם את ΔABC **הוא** 4.043 **ס"מ**

.2

נביא את הציור המעודכן ופרטים בהמשך.



א. בציור מתואר הגרף של הפונקציה $y = \cos 2x$

גרף הפונקציה חותך את ציר ה- y **בנקודה** A

$y = \cos(2 \cdot 0) = 1$ **ובהתאם** $A(0,1)$

גרף הפונקציה חותך את ציר ה- x **בנקודה** B

$\cos 2x = 0$

$2x = \frac{p}{2} + p k$

$x = \frac{p}{4} + \frac{p}{2} k$

$k = 0 \rightarrow x = \frac{p}{4} \rightarrow B(\frac{p}{4}, 0)$

ובהתאם שיעורי $M(\frac{p}{4}, 1)$**, מפגש האנכים לצירים** x **ו-** y **בנקודות** B **ו-** A **.**

תשובה: $B(\frac{p}{4}, 0)$

ב. השטח הוא שטח פשוט

נכין טבלה לסיוע בחישוב השטח

פונקציה עליונה	$y=1$
פונקציה תחתונה	$y=\cos 2x$
x **גדול**	$x=\frac{p}{4}$
x **קטן**	$x=0$

נחשב את השטח המבוקש

$$S=\int_{0}^{\frac{p}{4}}(1-\cos 2x)dx==x-\frac{\sin 2x}{2}\Big]_{0}^{\frac{p}{4}}$$

$$S=\left(\frac{p}{4}-\frac{\sin\frac{p}{2}}{2}\right)-\left(0-\frac{\sin 0}{2}\right)=$$

$$S=\left(\frac{p}{4}-0.5\right)-(0-0)$$

$$\boxed{S=\frac{p}{4}-0.5}$$

תשובה: $\frac{p}{4}-0.5$

.3

$f(t) = K \cdot a^t$ **,**

כאשר K **- הכמות ההתחלתית**

a **הוא גורם הגידול,** $f(t)$ **הכמות לאחר זמן** t**..**

א. נחשב את גורם הגידול.

מספר הינשופים בספירה הראשונה הוא $4{,}000$ **.**

כעבור שנתיים, בספירה שנייה, נספרו באותו יער $4{,}840$ **ינשופים.**

לכן: $K = 4{,}000$ **,** $t = 2$ **,** $f(2) = 4{,}840$

נציב בנוסחה

$$4{,}840 = 4{,}000 \cdot a^2$$
$$1.21 = a^2$$
$$\sqrt[2]{1.21} = a$$
$$\boxed{a = 1.1}$$

קיבלנו קצב גידול של 10% **לשנה.**

יש למצוא את הכמות לאחר 8 **שנים מהספירה השנייה,**

לכן: $t = 8$ **,** $a = 1.1$ **,** $K = 4{,}840$

$$f(8) = 4{,}840 \cdot 1.1^8$$
$$\boxed{f(8) = 10{,}375}$$

תשובה: לאחר 8 **שנים מהספירה השנייה יהיו ביער** $10{,}375$ **ינשופים בערך.**

ב. יש למצוא לאחר כמה שנים מהספירה השנייה יהיו ביער $15{,}190$ **ינשופים.**

נתון: $K = 4{,}840$ **ו-** $f(t) = 15{,}190$ **,** $a = 1.1$

$$15{,}190 = 4{,}840 \cdot 1.1^t$$
$$3.13843 = 1.1^t$$
$$\ln 3.13843 = \ln 1.1^t$$
$$\ln 3.13843 = t \ln 1.1$$
$$\frac{\ln 3.13843}{\ln 1.1} = t$$
$$\boxed{t = 12}$$

תשבה: לאחר 12 **שנים מהספירה השנייה, בערך, יהיו ביער** $15{,}190$ **ינשופים.**

.4

הפונקציה שיש להביא *למקסימום* **היא** *היקף המלבן*.

נקודה P **נמצאת על גרף הפונקציה** $y=\ell n(6-x^2)$

נסמן את הנקודה P **עם השיעורים** $P(t,\ell n(6-t^2))$

ונביע באמצעות t **את היקף המלבן** APBC

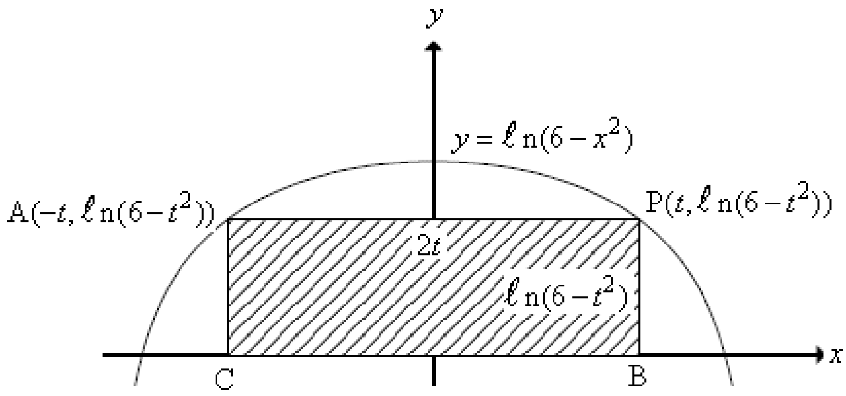
מכיוון ו- PB **מקביל לציר ה-** y **, הרי ש-** $PB=t$

מכיוון ו- PA **מקביל לציר ה-** x **, הרי ש-** $y_A=\ell n(6-t^2)$

הפונקציה היא פונקציה זוגית: $f(-x)=\ell n(6-(-x)^2)=\ell n(6-x^2)=f(x)$

לכן $A(-t,\ell n(6-t^2))$

נעדכן את השרטוט:



נמצא את היקף המלבן:

$$f(t)=2AP+2PB=2\cdot 2t+2\ell n(6-t^2)$$

$$\boxed{f(t)=4t+2\ell n(6-t^2)}$$

$$\boxed{f(t) = 4t + 2\ln(6 - t^2)}$$

$$f'(t) = 4 + \frac{2(-2t)}{6 - t^2}$$

$$\boxed{f'(t) = \frac{-4t^2 - 4t + 24}{6 - t^2}}$$

$$0 = -4t^2 - 4t + 24$$

$$t_{1,2} = \frac{4 \pm 20}{-8}$$

$$\boxed{t_1 = 2}, \quad \cancel{t_2 = -3}$$

פתרון אחד נפסל בשל תחום ההגדרה $-\sqrt{6} \le x \le \sqrt{6}$

$f'(2.1) = -4 \cdot 2.1^2 - 4 \cdot 2.1 + 24 < 0 \quad f'(1) = -4 \cdot 1^2 - 4 \cdot 1 + 24 > 0$

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון (מכנה הנגזרת חיובי, בשל תחום ההגדרה)

ברביע הראשון P

x	$\sqrt{6}$	2.1	2	1	0
y'		-	0	+	
מסקנה		↘	**Max**	↗	

$t = 2$ **יביא את הקף המלבן למקסימום**

תשובה: 2

.5

א. נתונה הפונקציה $y=\frac{1}{x+ax^2}$ **(** a **הוא פרמטר)**

שיפוע הפונקציה בנקודה שבה $x=2$ **הוא** $\frac{3}{4}$ **, לכן:** $y'(2)=\frac{3}{4}$

$$y=\frac{1}{x+ax^2}$$
$$y'=-\frac{1+2ax}{(x+ax^2)^2}$$
$$\frac{3}{4}=-\frac{1+2a\cdot 2}{(2+a\cdot 2^2)^2}$$
$$\frac{3}{4}=-\frac{1+4a}{4(1+2a)^2}$$
$$3(1+4a+4a^2)=-1-4a$$
$$12a^2+16a+4=0$$
$$a_{1,2}=\frac{-16\pm 8}{24}$$
$$\boxed{a=-1} \quad \boxed{a=-\frac{1}{3}}$$

תשובה: $a=-1,\quad a=-\frac{1}{3}$

$$\boxed{y=\frac{1}{x-x^2}}$$

ב. נמצא את תחום ההגדרה

$$x-x^2\neq 0$$
$$x(x-1)\neq 0$$
$$x\neq 0,\quad x\neq 1$$

תשובה: $x\neq 0,\quad x\neq 1$

ג. אסימפטוטות אנכיות:

$x=1,\ \ x=0$ **מאפסים את המכנה אך אל את מונה הפונקציה.**

אסימפטוטה אופקית: מעלת פולינום מונה (0)

קטנה ממעלת פולינום מכנה (2) **, לכן** $y=0$

תשובה: $y=0$ **,** $x=1,\ \ x=0$

ד. נקודות קיצון וסוגן

$$\boxed{f(x)=\frac{1}{x-x^2}}$$

$$f'(x)=-\frac{1-2x}{(x-x^2)^2}$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{2x-1}{(x-x^2)^2}}$$

$$0=2x-1$$

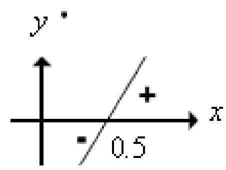
$$2x=1$$

$$x=0.5$$

$$x=0.5\rightarrow f(0.5)=\frac{1}{0.5-0.5^2}=4$$

חשודה כנקודת קיצון $(0.5, 4)$

נצייר את סימני הנגזרת (מכנה הנגזרת חיובי)



נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון ותחומי עלייה וירידה

x		1		0.5		0	
y'	+		+	0	-		-
מסקנה	↗		↗	**Min**	↘		↘

תשובה: $(0.5, 4)$ **נקודת מינימום**

ה. תחומי עלייה וירידה בהתאם לטבלה:

עלייה: $x>0.5, \quad x\neq 1$

ירידה: $x<0.5, \quad x\neq 0$

ה. <u>הסקיצה המתאימה</u>