.1

נתון אי השוויון:

$$\frac{3x^2-12x-36}{x^2+mx-6}\le 2$$

א. האי שוויון אינו מוגדר עבור $x=-2$

לכן המכנה מתאפס עבור $x=-2$

$$(-2)^2+m\cdot(-2)-6=0$$
$$4-2m-6=0$$
$$-2m=2$$
$$\boxed{m=-1}$$

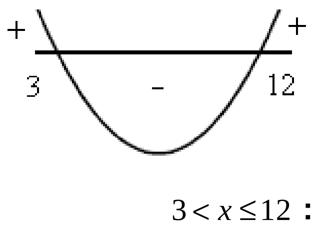
תשובה: $m=-1$

ב. נציב $m=-1$ **באי-השוויון ונקבל** $\frac{3x^2-12x+36}{x^2-x-6}\le 2$

$$\frac{3x^2-12x-36}{x^2-x-6}\le 2$$
$$\frac{3x^2-12x-36}{x^2-x-6}-2\le 0$$
$$\frac{3x^2-12x-36-2(x^2-x-6)}{x^2-x-6}\le 0$$
$$\frac{3x^2-12x-36-2x^2+2x+12}{x^2-x-6}\le 0$$
$$\frac{x^2-10x-24}{x^2-x-6}\le 0$$
$$\boxed{\frac{(x-12)(x+2)}{(x-3)(x+2)}\le 0}$$

ה- x **שמאפסים את המכנה הם:** $3,-2$ **ולכן תחום ההגדרה** $x\ne 3,-2$

$$\frac{(x-12)\cancel{(x+2)}}{(x-3)\cancel{(x+2)}}\le 0$$
$$\frac{x-12}{x-3}\le 0 \quad /\cdot(x-3)^2$$
$$\boxed{(x-3)(x-12)\le 0}$$



הפרבולה המתאימה היא:

ובהתאם : $3\le x\le 12$ **ועל פי תחום ההגדרה:** $3<x\le 12$

תשובה: $3<x\le 12$

.2

סכום n **האיברים הראשונים בסדרה נתון בנוסחה** $S_n = 4n^2 - 2n$

א. נשתמש בנוסחה $a_n = S_n - S_{n-1}$

$$a_n = 4n^2 - 2n - (4(n-1)^2 - 2(n-1))$$
$$a_n = 4n^2 - 2n - (4(n^2 - 2n + 1) - 2n + 2)$$
$$a_n = 4n^2 - 2n - (4n^2 - 8n + 4 - 2n + 2)$$
$$a_n = 4n^2 - 2n - 4n^2 + 8n - 4 + 2n - 2$$
$$\boxed{a_n = 8n - 6}$$

נבדוק האם $a_1 = S_1$

$$a_1 = 8 \cdot 1 - 6 = 2$$
$$S_1 = 4 \cdot 1^2 - 2 \cdot 1 = 2$$

הבדיקה מאששת את התשובה.

תשובה: $a_n = 8n - 6$

ב. נראה שהסדרה חשבונית אם ההפרש $a_{n+1} - a_n$ **הוא מספר קבוע שלא תלוי ב-** n **.**

$$a_{n+1} - a_n = 8n - 6 - (8(n-1) - 6)$$
$$a_{n+1} - a_n = 8n - 6 - (8n - 8 - 6)$$
$$a_{n+1} - a_n = 8n - 6 - 8n + 8 + 6$$
$$\boxed{a_{n+1} - a_n = 8}$$

לכן ההפרש בין כל שני איברים עוקבים בסדרה הוא מספר קבוע שלא תלוי ב- n

תשובה: $a_1 = 2, \quad d = 8$ **(בסיוע של סעיף א')**

ג. סכום האיברים במקומות הזוגיים הוא 1596

נראה כי זו סדרה חשבונית

$$a_{n+2}-a_n=8n-6-(8(n-2)-6)$$
$$a_{n+2}-a_n=8n-6-(8n-16-6)$$
$$a_{n+2}-a_n=8n-6-8n+16+6$$
$$\boxed{a_{n+2}-a_n=16}$$

ההפרש בין שני איברים בסדרת האיברים במקומות הזוגיים קבוע ושווה ל- 16

האיבר הראשון הוא: $a_2=a_1+d=2+8=10$

לכן סדרת האיברים במקומות הזוגיים היא סדרה חשבונית, עם $a_1=10$ **,** $d=16$

ניעזר בנוסחת הסכום של סדרה חשבונית.

$$S_n=\frac{n}{2}(2a_1+d(n-1))$$

$$1596=\frac{n}{2}(2\cdot 10+16\cdot(n-1))$$
$$\Leftrightarrow 3192=n(20+16n-16)$$
$$\Leftrightarrow 3192=n(4+16n)$$
$$\Leftrightarrow 16n^2+4n-3192=0$$
$$\Leftrightarrow n_{1,2}=\frac{-4\pm 452}{32}$$
$$\Leftrightarrow \boxed{n_1=14} \quad \cancel{n_2<0}$$

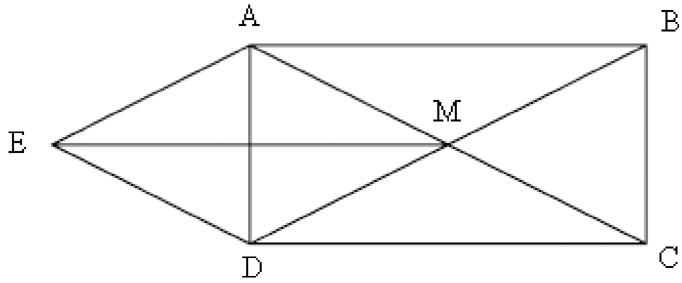
מספר איברי הסדרה הוא שלם וחיובי, לכן נפסל הפתרון השלילי

בסדרה 14 **איברים במקומות הזוגיים.**

מכיוון ובסדרה מספר זוגי של איברים הרי שבסדרה 28 **איברים**

תשובה: בסדרה 28 **איברים**

.3



<u>נתונים</u>

.1 ABCD **מלבן**

.2 EMCD **מקבילית**

עבור ב

.3 שטח המלבן ABCD **הוא** 32 **סמ"ר**

צ"ל:

א. AMDE **מעוין**

ב. שטח המעוין AMDE

<u>הוכחה</u>

הסבר		טענה	נימוק
2	4	$EMCD$ **מקבילית**	**נתון**
4	5	$ED \parallel MC$	**צלעות נגדיות מקבילות במקבילית**
5	6	$ED \parallel AM$	**המשכים של ישרים מקבילים גם מקבילים**
1	7	$ABCD$ **מלבן**	**נתון**
7	8	$AC = BD$	**אלכסוני המלבן שווים זה לזה**
8	9	$\frac{AC}{2} = \frac{BD}{2}$	**חילוק ב-** 2
7,9	10	$AM = DM = MC$	**אלכסוני המלבן חוצים זה את זה**
4	11	$ED = MC$	**צלעות נגדיות שוות במקבילית**
16	12	$ED = AM$	**כלל המעבר**
6,12	13	$AMDE$ **מקבילית**	**זוג צלעות נגדיות – שווה ומקביל**
10,13	14	$AMDE$ **מעוין**	**מקבילית עם זוג צלעות סמוכות שוות**
		מ.ש.ל א	
3	15	**שטח המלבן** $ABCD$ 32 **סמ"ר**	**נתון**
15	16	$AD \cdot CD = 32$	**שטח מלבן: אורך כפול רוחב**
4	17	$CD = EM$	**צלעות נגדיות שוות במקבילית**
17	18	$AD \cdot EM = 32$	**הצבה**
18	19	$\frac{AD \cdot EM}{2} = 16$	**חילוק ב-** 2
14,19	20	**שטח המעוין** $AMDE$ 16 **סמ"ר**	**שטח מעוין: מחצית מכפלת האלכסונים**
		מ.ש.ל. ב	

.4

<u>נתונים</u>

1. RDAC = RBAC

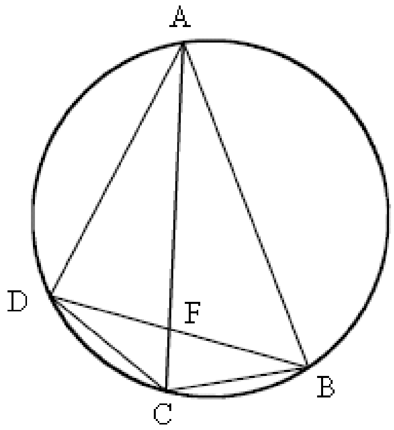
עבור ב

2. AD = 6 ס"מ
3. DF = 3 ס"מ
4. FC = 2 ס"מ

צ"ל:

א. משולש BCD שווה שוקיים

ב. האורך של DC

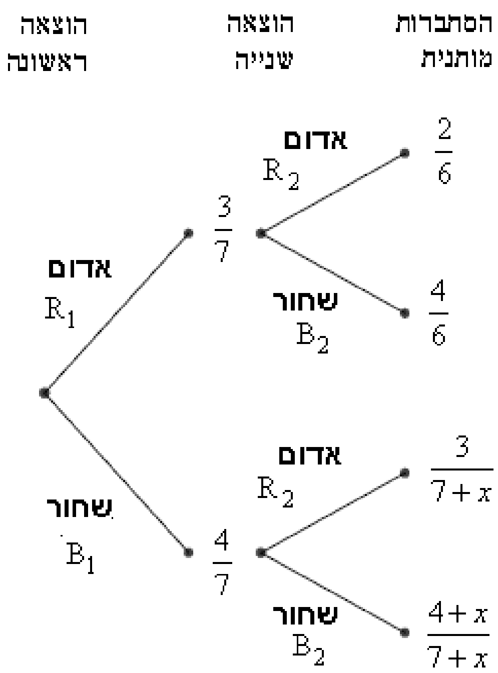


<u>הוכחה</u>

הסבר		טענה	נימוק
1	5	$RDAC = RBAC$	נתון
2	6	$DC = CB$	על זוויות היקפיות שוות נשענים מיתרים שווים
6	7	משולש BCD שווה שוקיים	זוג צלעות שוות זו לזו
		מ.ש.ל. א	
		נביט על ΔBCF ו- ΔADF ונראה שהם דומים	
	8	$RADF = RFBC$	זוויות היקפיות הנשענות על אותה קשת שוות
	9	$RAFD = RBFC$	זוויות קדקודיות שוות זו לזו
8,9	10	$\Delta ADF : \Delta BCF$	משפט דמיון שני (ז. ז.)
10	11	$\frac{AD}{BC} = \frac{AF}{BF} = \frac{DF}{CF}$	יחסי פרופורציה במשולשים דומים
2	12	$AD =$ 6 ס"מ	נתון
3	13	$DF =$ 3 ס"מ	נתון
4	14	$FC =$ 2 ס"מ	נתון
11,12 13,14	15	$\frac{6}{BC} = \frac{3}{2}$	הצבה
15	16	$BC =$ 4 ס"מ	חישוב
6,16	17	$DC =$ 4 ס"מ	כלל המעבר
		מ.ש.ל. ב	

.5

נציג הנתונים על עץ אפשרויות: $\frac{9}{12}$ $\frac{3}{12}$



א. נגדיר את המאורעות המתאימים:

R_1 **- הוצאת כדור אדום בפעם הראשונה**

R_2 **- הוצאת כדור אדום בפעם השנייה**

B_1 **- הוצאת כדור שחור בפעם הראשונה**

B_2 **- הוצאת כדור שחור בפעם השנייה**

ידוע שההסתברות ששני הכדורים שהוצאו הם בצבעים שונים היא $\frac{3}{7}$.

$$P((B_1 \cap R_2) \cup (R_1 \cap B_2)) = P(B_1) \cdot P(R_2 / B_1) + P(R_1) \cdot P(B_2 / R_1)$$

$$\frac{3}{7} = \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{7+x} + \frac{3}{7} \cdot \frac{4}{6}$$

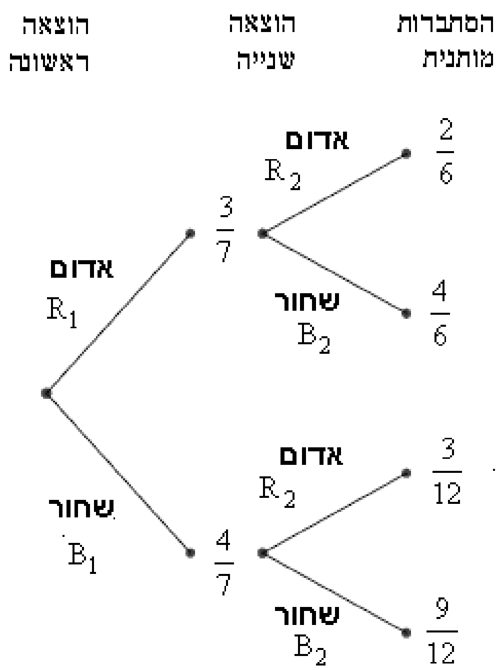
$$\frac{1}{7} = \frac{12}{7(7+x)} \quad / \cdot 7(7+x)$$

$$7 + x = 12$$

$$\boxed{x = 5}$$

תשובה: $x = 5$

ב. נעדכן את עץ ההסתברויות



ידוע שלפחות אחד מהכדורים שהוצא הוא שחור, ויש למצוא את ההסתברות

שהכדור הראשון שהוצא הוא אדום, כלומר את: $P(R_1/((R_1\cap B_2)\cup(B_1\cap B_2)\cup(B_1\cap R_2))$

נחשב את ההסתברות שלפחות אחד מהכדורים שהוצא הוא שחור בסיוע המאורע המשלים:

שהוא הוצאת שני כדורים אדומים.

לכן יש לחשב את $\frac{P(R_1\cap B_2)}{1-P(R_1\cap R_2)}$

$$\frac{P(R_1\cap B_2)}{1-P(R_1\cap R_2)}=\frac{P(R_1)\cdot P(B_2/R_1)}{1-P(R_1)\cdot P(R_2/R_1)}$$

$$\frac{P(R_1\cap B_2)}{1-P(R_1\cap R_2)}=\frac{\frac{3}{7}\cdot\frac{4}{6}}{1-\frac{3}{7}\cdot\frac{2}{6}}=\frac{1}{3}$$

תשובה: $\frac{1}{3}$

.6

א. נגדיר את הקבוצות הבאות:

S - **קבוצת התלמידים שניגשו למבחן כניסה למכללה**

A - **קבוצת התלמידים שהשתתפו בקורס ההכנה**

$\bar{A}$ - **קבוצת התלמידים שלא השתתפו בקורס ההכנה**

B - **קבוצת התלמידים שהצליחו בבחינה**

$\bar{B}$ - **קבוצת התלמידים שלא הצליחו בבחינה**

<u>נתונים ומשמעויות</u>

$P(B/A) = 0.8 \quad \rightarrow P(\bar{B}/A) = 0.2$

$P(A/B) = 0.6 \quad \rightarrow P(\bar{A}/B) = 0.4$

$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0.08$

<u>פיתוח נוסחאות פרופורציה מותנית</u>

נסמן: $P(\bar{A} \cap B) = x$

$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0.08$. **לכן:** $P(\bar{A}) = 0.08 + x$ **ו:** $P(A) = 0.92 - x$

$$P(\bar{A}/B) = \frac{P(\bar{A} \cap B)}{P(B)}$$

$$0.4 = \frac{x}{P(B)}$$

$$P(B) = 2.5x \quad \rightarrow P(A \cap B) = 1.5x$$

$$P(B/A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)}$$

$$0.8 = \frac{1.5x}{0.92 - x}$$

$$0.736 - 0.8x = 1.5x$$

$$-2.3x = -0.736$$

$$x = 0.32$$

	A השתתפו	$\bar{A}$ לא השתתפו	
B - **הצליחו**	$1.5x$	x	$2.5x$
$\bar{B}$ - **לא הצליחו**		0.08	
	$0.92 - x$	$0.08 + x$	1

<u>נציב בטבלה ונשלים נתונים</u>

	A השתתפו	$\bar{A}$ לא השתתפו	
B - הצליחו	0.48	0.32	0.8
$\bar{B}$ - לא הצליחו	0.12	0.08	0.2
	0.6	0.4	1

תשובה: 80% מהסטודנטים שהשתתפו בשיעורי התגבור הצליחו במבחן

ג. נשווה את שיעור המצליחים בבחינה מבין אלו שהשתתפו בקורס
לשיעור המצליחים בבחינה מבין אלו שלא השתתפו בקורס

פרופורציית התלמידים שהצליחו בבחינה מבין אלו שלא השתתפו בקורס

$$P(A/\bar{B}) = \frac{P(A \cap \bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{0.12}{0.2} = 0.6$$

מכיוון וקיים שוויון $P(A/B) = P(A/\bar{B})$ – הרי שאין קשר סטטיסטי (כמובן, גם שאין קשר סיבתי).

לכן, לא ניתן להסיק מהנתונים שהסיכוי להצליח בבחינה גדול יותר אתך תלמידים שהשתתפו בקורס.