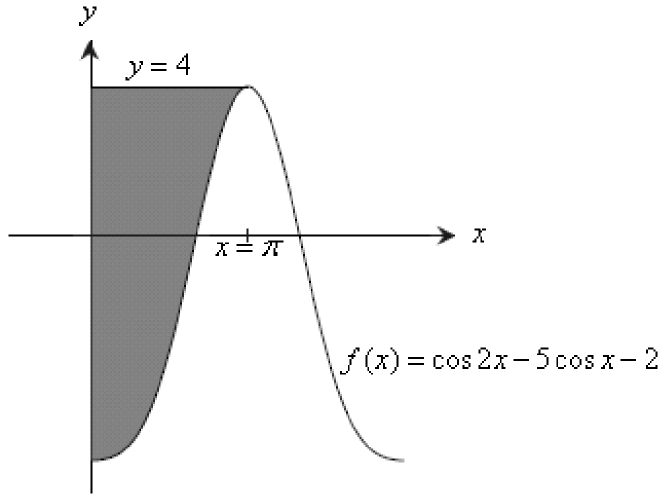
נביא את הציור המעודכן ופרטים בהמשך.



א. בציור מתואר הגרף של הפונקציה $f(x)=\cos 2x-a\cos x-2$

גרף הפונקציה חותך את ציר ה- x **כאשר** $x=\frac{2p}{3}$

$$0=\cos(2\cdot\frac{2p}{3})-a\cos\frac{2p}{3}-2$$
$$0=-0.5+0.5a-2$$
$$2.5=0.5a$$
$$\boxed{a=5}$$

תשובה: $a=5$

בהתאם: $f(x)=\cos 2x-5\cos x-2$

ב. נמצא את שיעורי נקודת הקיצון הראשונה מימין לראשית, בהתאם לציור

$$\boxed{f(x)=\cos 2x-5\cos x-2}$$
$$\boxed{f'(x)=-2\sin 2x+5\sin x}$$
$$-2\sin 2x+5\sin x=0$$
$$-2\cdot 2\sin x\cos x+5\sin x=0$$
$$\sin x(-4\cos x+5)=0$$
$$\sin x=0 \qquad \cancel{\cos x=1.25}$$
$$x=pk$$
$$k=1\to x=p\to \mathrm{f}(p)=\cos 2p-5\cos p-2=4$$

לכן משוואת המשיק בנקודת המקסימום היא $y=4$

תשובה: $y=4$

ג. השטח הוא שטח פשוט

נכין טבלה לסיוע בחישוב השטח

פונקציה עליונה	$y=4$
פונקציה תחתונה	$f(x)=\cos 2x-5\cos x-2$
x **גדול**	$x=p$
x **קטן**	$x=0$

נחשב את השטח המבוקש

$$S=\int_0^{p}(4-(\cos 2x-5\cos x-2))dx=$$

$$S=\int_0^{p}(6-\cos 2x+5\cos x)dx=$$

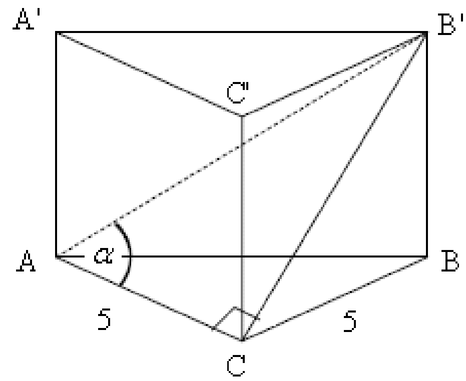
$$S=6x-\frac{\sin 2x}{2}-5\sin x\Big]_0^{p}$$

$$S=(6p-\frac{\sin 2p}{2}-5\sin p)-(6\cdot 0-\frac{\sin 0}{2}-5\sin 0))=$$

$$S=(6p)-(0)$$

$$\boxed{S=6p}$$

תשובה: $6p$



א. בסיס המנסרה הוא משולש ישר זווית ושווה שוקיים.

5 ס"מ $= CA = CB$, ולכן אלו הניצבים ו- $\mathbf{S}ACB = 90°$.

כיוון ש- $AC \perp BC$ **וגם** $AC \perp CC'$

הרי ש AC **מאונך לפאה** $CBB'C'$

כי אם ישר מאונך לשני ישרים, לא מקבילים, במישור,

אז הוא מאונך למישור.

ובהתאם: $AC \perp CB'$ **(זו הזווית הישרה המפיעה בציור כרמז).**

שטח הבסיס: $S = \frac{AC \cdot BC}{2} = \frac{5 \cdot 5}{2} = 12.5$ **סמ"ר**

נמצא את אלכסון הפאה :

$$\underline{\Delta ACC'}$$

$$\tan \mathbf{S}B'AC = \frac{CB'}{AC}$$

$$\tan a = \frac{CB'}{5}$$

$$\boxed{CB' = 5\tan a}$$

נמצא את גובה המנסרה באמצעות משפט פיתגורס:

$$\underline{\Delta CBB'}$$

$$(CB')^2 = (CB)^2 + (BB')^2$$

$$(5\tan a)^2 = (5)^2 + (BB')^2$$

$$\boxed{BB' = \sqrt{25\tan^2 a - 25}}$$

נפח המנסרה: מכפלת שטח הבסיס בגובה:

$$V = 12.5 \cdot \sqrt{25\tan^2 a - 25}$$

$$V = 12.5 \cdot \sqrt{25(\tan^2 a - 1)}$$

$$V = 12.5 \cdot 5\sqrt{\tan^2 a - 1}$$

$$\boxed{V = 62.5\sqrt{\tan^2 a - 1}}$$

תשובה: נפח המנסרה הוא $62.5\sqrt{\tan^2 a - 1}$ **סמ"ק .**

ב. נתון ששטח הפאה ABB'A' **, שהיא מלבן, הוא** 50 **סמ"ר .**

$$50 = 5\sqrt{2} \cdot 5\sqrt{\tan^2 a - 1}$$

$$\sqrt{2} = \sqrt{\tan^2 a - 1}$$

$$2 = \tan^2 a - 1$$

$$\tan^2 a = 3$$

$$\tan a = \pm\sqrt{3}$$

$$\boxed{a = 60^\circ} \quad \leftarrow \quad 0 < a < 90^\circ$$

תשובה: $a = 60^\circ$

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{2x^2}{(x-3)^2}$

נמצא את תחום ההגדרה

$(x-3)^2 \neq 0$

$\boxed{x \neq 3}$

תשובה: $x \neq 3$

ב. נמצא את נקודת החיתוך של הפונקציה עם הצירים:

בציר ה- y **:** $x=0$ **ונקבל** $(0,0)$

וזו גם נקודת החיתוך היחידה עם ציר ה- x **.**

תשובה: $(0,0)$ **מינימום**

ג. <u>נקודות קיצון וסוגן</u>

$$\boxed{f(x)=\frac{2x^2}{(x-3)^2}}$$

$$f'(x)=\frac{4x(x-3)^2-4x^2(x-3)}{(x-3)^4}$$

$$f'(x)=\frac{4(x-3)(x^2-3x-x^2)}{(x-3)^4}$$

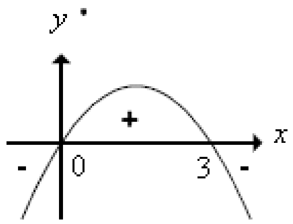
$$\boxed{f'(x)=\frac{-12x(x-3)}{(x-3)^4}}$$

$$0=-12x(x-3)$$

$$x=0 \quad \cancel{x=3} \quad x \neq 3$$

$(0,0)$ **חשודה כנקודת קיצון**

נצייר את סימני הנגזרת (מכנה הנגזרת חיובי)



נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון ותחומי עלייה וירידה

x		3		0	
y'	-		+	0	-
מסקנה	↘		↗	Min	↘

תשובה: $(0,0)$ **נקודת מינימום**

ד. אסימפטוטה אנכית (לא נדרשת בשאלה):

$x=3$ **מאפס את המכנה אך לא את מונה הפונקציה.**

<u>אסימפטוטה אופקית</u>: מעלת פולינום מונה (2)

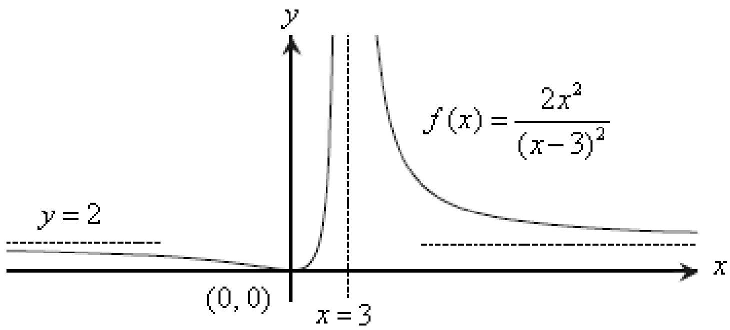
שווה למעלת פולינום מכנה (2) **, לכן** $\lim_{x\to\infty}\frac{2x^2}{x^2-6x+9}=\frac{2x^2}{x^2}=2$

תשובה: $y=2$

ה. בהתאם לתחומי עלייה וירידה שהוצגו בטבלה:

הפוקנציה יורדת עבור: $x>3$

ו. <u>הסקיצה המתאימה</u>



יש לפתור את המשוואה: $\frac{8}{3^{x+1}-1}+\frac{20}{3\cdot 3^{x}+1}=3$

$$\frac{8}{3^{x+1}-1}+\frac{20}{3\cdot 3^{x}+1}=3$$

$$\Leftrightarrow \frac{8}{3^{x+1}-1}+\frac{20}{3^{x+1}+1}=3 \qquad \leftarrow a^{x+y}=a^{x}\cdot a^{y}$$

$$\Leftrightarrow \frac{8}{t-1}+\frac{20}{t+1}=3 \qquad \leftarrow 3^{x+1}=t \quad (t\neq \pm 1)$$

$$\Leftrightarrow 8(t+1)+20(t-1)=3(t^{2}-1) \qquad /\cdot(t^{2}-1)$$

$$\Leftrightarrow 8t+8+20t-20=3t^{2}-3$$

$$\Leftrightarrow 3t^{2}-28t+9=0$$

$$\Leftrightarrow t_{1,2}=\frac{28\pm 26}{6}$$

$$\Leftrightarrow t_{1}=9 \quad \rightarrow 3^{x+1}=9 \quad \rightarrow 3^{x+1}=3^{2} \quad \rightarrow x+1=2 \quad \rightarrow \boxed{x=1}$$

$$\Leftrightarrow t_{2}=\frac{1}{3} \quad \rightarrow 3^{x+1}=\frac{1}{3} \quad \rightarrow 3^{x+1}=3^{-1} \quad \rightarrow x+1=-1 \quad \rightarrow \boxed{x=-2}$$

תשובה: $x=-2$ **,** $x=1$

יש לפתור את המשוואה $\log_9(x+6)\cdot\log_x 3=1$

נעבור לבסיס משותף - 9

$$\log_9(x+6)\cdot\log_x 3=1$$
$$\Leftrightarrow \log_9(x+6)\cdot\frac{\log_9 3}{\log_9 x}=1 \qquad \leftarrow \log_a b=\frac{\log_c b}{\log_c a}$$
$$\Leftrightarrow \log_9(x+6)\cdot\frac{0.5}{\log_9 x}=1 \qquad \leftarrow \log_9 3=\log_9 9^{0.5}=0.5$$
$$\Leftrightarrow 0.5\log_9(x+6)=\log_9 x \qquad /\cdot\log_9 x$$
$$\Leftrightarrow \log_9(x+6)^{0.5}=\log_9 x \qquad /n\log x=\log x^n$$
$$\Leftrightarrow \boxed{\sqrt{(x+6)}=x} \qquad \leftarrow x^{0.5}=\sqrt{x}$$
$$\Leftrightarrow x+6=x^2 \qquad \leftarrow (\ )^2\ !!!$$
$$\Leftrightarrow x^2-x-6=0$$
$$\Leftrightarrow x_{1,2}=\frac{1\pm5}{2}$$
$$\Leftrightarrow \boxed{x=3}$$
$$\Leftrightarrow \boxed{x=-2}$$

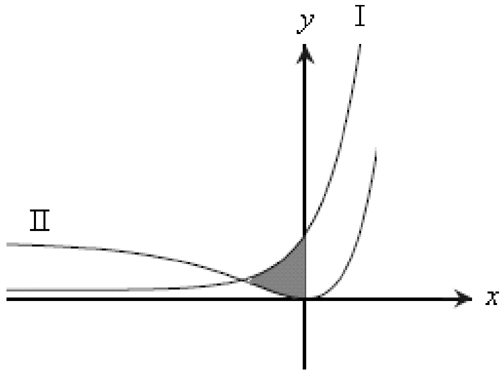
כיוון שהעלינו בריבוע את אגפי המשוואה (מסומן במסגרת)

יש להציב את הפתרונות ולבדוק את נכונותם:

$$\sqrt{(3+6)}=3 \quad 9=9 \quad o.k.$$
$$\sqrt{(-2+6)}=-2 \quad 2\neq-2 \quad false$$

הפתרון $x=3$ **בתחום ההגדרה:** $x>0,\quad x\neq1$

תשובה: $x=3$



א. $f(x)=e^{2x}$ **היא פונקציה אשר הנגזרת שלה** $2e^{2x}$ **חיובית תמיד**

זו פונקציה עולה לכל x **ולכן גרף** I **מתאים עבורה.**

בהתאם, גרף II **מתאים ל-** $g(x)=(1-e^x)^2$

ניתן גם לראות ש- $f(x)=e^{2x}$ **לא עוברת בראשית,**

בעוד ש- $g(x)=(1-e^x)^2$ **עוברת בראשית.**

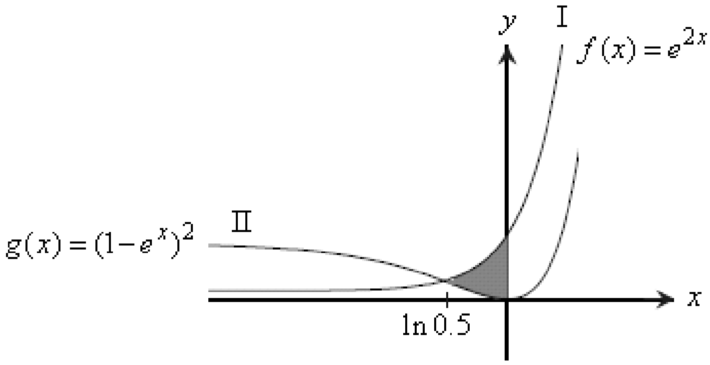
תשובה: לגרף I **-** $f(x)=e^{2x}$ **, לגרף** II **-** $g(x)=(1-e^x)^2$

ב. נמצא את נקודת החיתוך בין שתי הפונקציות

$$e^{2x}=(1-e^x)^2$$
$$e^{2x}=1-2e^x+e^{2x}$$
$$2e^x=1$$
$$e^x=0.5$$
$$e^x=e^{\ln 0.5}$$
$$\boxed{x=\ln 0.5}$$

תשובה: $x=\ln 0.5$

ג. נמצא את השטח האפור



נכין טבלה לסיוע בחישוב השטח

פונקציה עליונה	$g(x)=(1-e^x)^2$
פונקציה תחתונה	
x **גדול**	$x=0$
x **קטן**	$x=\ln 0.5$

$$S=\int_{\ln 0.5}^{0}(e^{2x}-(1-e^x)^2)dx$$

$$S=\int_{\ln 0.5}^{0}(e^{2x}-(1-2e^x+e^{2x}))dx$$

$$S=\int_{\ln 0.5}^{0}(e^{2x}-1+2e^x-e^{2x}))dx$$

$$S=\int_{\ln 0.5}^{0}(2e^x-1)dx$$

$$S=2e^x-x\Big]_{\ln 0.5}^{0}$$

$$S=(2e^0-0)-(2e^{\ln 0.5}-\ln 0.5)$$

$$S=(2-0)-(2\cdot 0.5-\ln 0.5)$$

$$S=2-1+\ln 0.5$$

$$\boxed{S=1+\ln 0.5}$$

תשובה: $1+\ln 0.5$