

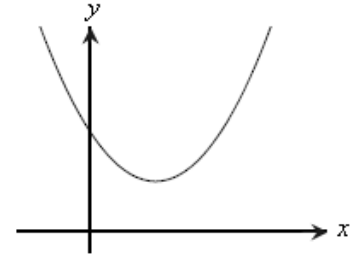
נתונה הפונקציה  $y = (m^2 - 1)x^2 + 2(m - 1)x + 2$

א. יש למצוא עבור אילו ערכי  $m$  גרף הפונקציה נמצא כולו מעל ציר ה- $x$

$a = m^2 - 1 \quad b = 2(m - 1) \quad c = 2$

**מקרה הפרבולה (גרף של פונקציה ממעלה שנייה)**

נדרש גרף של פרבולה, בעלת מינימום, כדוגמת:



התנאים הנדרשים הם:  $\Delta < 0$  (ללא נקודות חיתוך עם ציר ה- $x$ )

$a > 0$  (גרף של פרבולה בעלת מינימום)

$\Delta < 0$

$\Delta = b^2 - 4ac < 0$

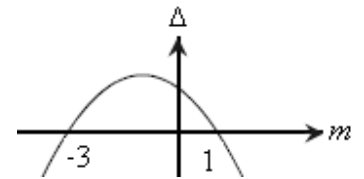
$(2(m - 1))^2 - 4 \cdot (m^2 - 1) \cdot 2 < 0$

$4(m^2 - 2m + 1 - 2m^2 + 2) < 0 \quad /: 4$

$-m^2 - 2m + 3 < 0$

$m_{1,2} = \frac{2 \pm 4}{-2}$

$m_1 = -3 \quad m_2 = 1$

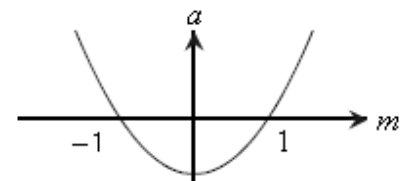


ולכן  $m < -3$  או  $m > 1$

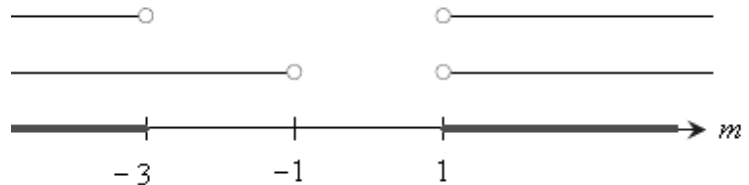
$a > 0$

$m^2 - 1 > 0$

$m_1 = -1 \quad m_2 = 1$



ולכן  $m < -1$  או  $m > 1$



והתשובה הסופית לשני התנאים:  $m < -3$  או  $m > 1$

**מקרה הישר (גרף של פונקציה ממעלה ראשונה)**

$$a = 0, \text{ כלומר } m = 1 \text{ או } m = -1$$

$$y = (1^2 - 1)x^2 + (2 \cdot (1 - 1))x + 2 \rightarrow y = 2: \text{ או ונקבל: } m = 1,$$

כלומר פונקציה קבועה, שגרף הישר שלה כולו מעל ציר -  $x$

לכן,  $m = 1$  עונה לתנאי השאלה

$$y = ((-1)^2 - 1)x^2 + (2 \cdot (-1 - 1))x + 2 \rightarrow y = -4x + 2: \text{ או ונקבל: } m = -1,$$

כלומר פונקציה עולה, שגרף הישר שלה רק חלקו מעל ציר -  $x$

לכן,  $m = -1$  לא עונה לתנאי השאלה

תשובה מאוחדת:  $m \geq 1$  או  $m < -3$

ב. שיעור ה- $x$  של קדקוד הפרבולה נתון על ידי הנוסחה:  $x = -\frac{b}{2a}$

$$1 = -\frac{2(m-1)}{2(m^2-1)}: \text{ ונקבל: } x = 1$$

$$1 = -\frac{\cancel{2} (m-1)}{\cancel{2} (m-1)(m+1)}$$

$$1 = -\frac{1}{m+1}$$

$$m+1 = -1$$

$$\boxed{m = -2}$$

נציב  $m = -2$  בפונקציה ונקבל

$$y = ((-2)^2 - 1)x^2 + 2(-2 - 1)x + 2 \rightarrow y = 3x^2 - 6x + 2$$

$$y = 3 \cdot 1^2 - 6 \cdot 1 + 2 \rightarrow y = -1: \text{ ונקבל } x = 1$$

תשובה: -1 הוא שיעור ה- $y$  של קדקוד הפרבולה

א. הסדרה מוגדרת לכל  $n$  טבעי על ידי כלל הנסיגה:

$$a_{n+1} = 6n - a_n + 3$$

$$a_{n+2} = a_n + 6 \text{ יש להוכיח כי}$$

נפעיל פעמיים את כלל הנסיגה:

$$a_{n+2} = 6(n+1) - a_{n+1} + 3$$

$$a_{n+2} = 6n + 6 - (6n - a_n + 3) + 3$$

$$a_{n+2} = 6n + 6 - 6n + a_n - 3 + 3$$

$$\boxed{a_{n+2} = a_n + 6}$$

הוכח

$$a_5 = 4a_3 \text{ ו} a_5 = a_3 + 6 \text{ ועל פי סעיף א:}$$

$$a_3 + 6 = 4a_3$$

$$6 = 3a_3$$

$$\boxed{a_3 = 2}$$

תשובה: 2

ג. ההפרש בין כל זוג איברים עם דילוג ביניהם, לא תלוי ב-  $n$ .

האיברים האי-זוגיים היא סדרה חשבונית עם  $d = 6$ , כאשר:

$$a_3 = a_1 + 6$$

$$2 = a_1 + 6$$

$$\boxed{a_1 = -4}$$

יש לחשב את סכום 20 האיברים הראשונים במקומות האי-זוגיים בסדרה

ניעזר בנוסחת הסכום של סדרה חשבונית.

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$$

סכום 20 האיברים הראשונים במקומות האי-זוגיים:

$$S_{20} = \frac{20}{2}(2 \cdot (-4) + (20-1) \cdot 6) = 1,060$$

תשובה: 1,060

**נתונים**

1. מרובע ABCG חסום במעגל

2. ABCD הוא מקבילית

עבור ב

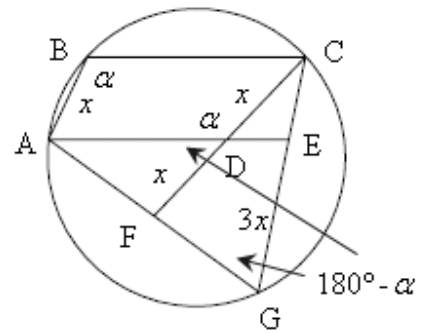
3.  $CD = DF$

4.  $GE = 3AB$

צ"ל:

א.  $\triangle ADF : \triangle AGE$

ב. היחס  $\frac{AD}{AG}$



### הוכחה

נימוק	טענה	הסבר
<b>נבית על <math>\triangle AGE</math> ו- <math>\triangle ADF</math> ונראה שהם דומים</b>		
נתון	מרובע ABCG חסום במעגל	5, 1
סימון	$RCBA = a$	6
זוויות נגדיות במרובע חסום במעגל משלימות ל- $180^\circ$	$RCGA = 180^\circ - a$	7, 5,6
נתון	ABCD הוא מקבילית	8, 2
זוויות נגדיות שוות במקבילית	$RCDA = RCBA$	9, 3
כלל המעבר	$RCDA = a$	10, 8,9
זוויות צמודות משלימות ל- $180^\circ$	$RADF = 180^\circ - a$	11, 10
כלל המעבר	$(\tau) RADF = RCGA$	12, 7,11
זווית משותפת	$(\tau) RDAF = REAG$	13
משפט דמיון שני (ז.ז.)	$\triangle ADF : \triangle AGE$	14, 7,13
<b>מ.ש.ל. א</b>		
סימון	$AB = x$	15
צלעות נגדיות שוות במלבן + הצבה	$CD = AB = x$	16, 6,10
נתון	$CD = DF$	17, 14,16
כלל מעבר + הצבה	$DF = CD = x$	18, 16,17
נתון	$GE = 3AB$	19, 4
הצבה	$GE = 3x$	20, 15,19
יחסי צלעות מתאימות במשולשים דומים	$\frac{AD}{AG} = \frac{AF}{AE} = \frac{DF}{GE}$	21, 14
הצבה וחישוב	$\frac{DF}{GE} = \frac{x}{3x} = \frac{1}{3}$	22, 18,20
כלל המעבר	$\frac{AD}{AG} = \frac{1}{3}$	23, 21,22
<b>מ.ש.ל. ב</b>		



**נתונים**

1.  $ABC$  משולש שווה שוקיים ( $AB = AC$ )

2.  $BE \perp AC, CD \perp AB$

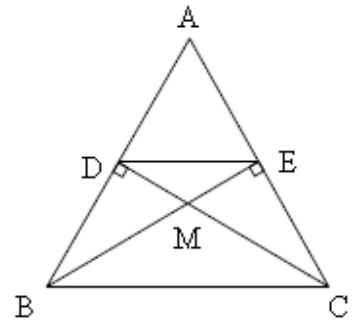
עבור ב

3.  $\angle ABC = 60^\circ$

צ"ל:

א.  $BD = EC$  (1)  $DE \parallel BC$  (2)

ב. היחס  $\frac{DM}{MC}$



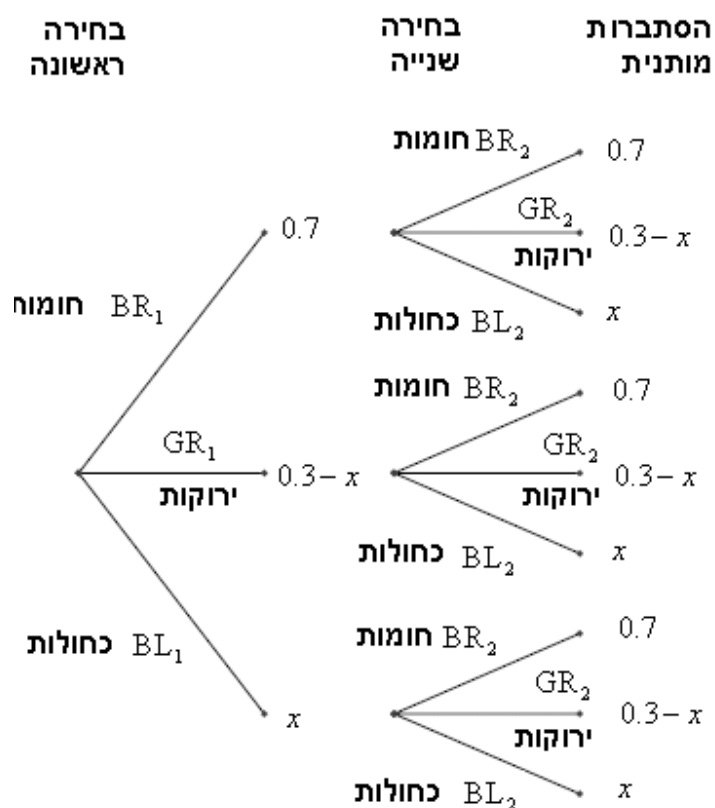
**הוכחה**

נימוק	טענה	הסבר	
<b>נביט על <math>\triangle BDC</math> ו- <math>\triangle CEB</math> ונראה שהם חופפים</b>			
נתון	$ABC$ משולש שווה שוקיים ( $AB = AC$ )	4	1
זוויות בסיס שוות במש"ש	$\angle ABC = \angle ACB$ (ז)	5	4
צלע משותפת	$BC = BC$ (צ)	6	
נתון	$BE \perp AC, CD \perp AB$	7	5,6
האנך יוצר זווית ישרה	$\angle CDB = \angle CEB = 90^\circ$	8	7
אם שתי זוויות שוות בין משולשים אז גם הזווית השלישית שווה	$\angle DCB = \angle CEB$ (ז)	9	5,9
משפט חפיפה שני (ז.צ.ז)	$\triangle BDC \cong \triangle CEB$	10	5,6,9
צ.מ.ב.ח.	$BD = EC$	11	10
<b>מ.ש.ל א (1)</b>			
חיסור קטעים שווים מקטעים שווים	$AB - AD = AC - EC$	12	4,11

הפרש קטעים	$AD = AE$	13	12
זוויות בסיס שוות במש"ש ADE	$\angle ADE = \frac{180^\circ - \angle A}{2}$	14	13
זוויות בסיס שוות במש"ש ABC	$\angle ABC = \frac{180^\circ - \angle A}{2}$	15	
כלל המעבר	$\angle ABC = \angle ADE$	16	14,15
זוויות מתאימות שוות	DE    BC	17	16
<b>מ.ש.ל. א (2)</b>			
נתון	$\angle ABC = 60^\circ$	18	3
משולש שווה שוקיים עם זווית בסיס של $60^\circ$	ABC משולש שווה צלעות	19	4
הגובה מתלכד עם התיכון במשולש שווה צלעות	BE ו- CD הם תיכונים	20	15,19
התיכונים חותכים זה את זה ביחס של 2:1	$\frac{DM}{MC} = \frac{1}{2}$	21	14
<b>מ.ש.ל. ב</b>			



א. נציג הנתונים על עץ אפשרויות:



נגדיר את המאורעות המתאימים:

$BR_1$  - בחירת אדם עם עיניים חומות בבחירה הראשונה

$BR_2$  - בחירת אדם עם עיניים חומות בבחירה השנייה

$GR_1$  - בחירת אדם עם עיניים ירוקות בבחירה הראשונה

$GR_2$  - בחירת אדם עם עיניים ירוקות בבחירה השנייה

$BL_1$  - בחירת אדם עם עיניים כחולות בבחירה הראשונה

$BL_2$  - בחירת אדם עם עיניים כחולות בבחירה השנייה

נתון כי ההסתברות שלשני אנשים שבחרים באקראי

יש אותו צבע עיניים היא 0.54

$$0.54 = P(BR_1) \cdot P(BR_2 / BR_1) + P(GR_1) \cdot P(GR_2 / GR_1) + P(BL_1) \cdot P(BL_2 / BL_1)$$

$$0.54 = 0.7 \cdot 0.7 + (0.3 - x) \cdot (0.3 - x) + x \cdot x$$

$$0.54 = 0.49 + 0.09 - 0.3x - 0.3x + x^2 + x^2$$

$$0 = 2x^2 - 0.6x + 0.04$$

$$x_{1,2} = \frac{0.6 \pm 0.2}{4}$$

$$x_1 = 0.2 \rightarrow p(BL_1) = 0.2 \rightarrow p(GR_1) = 0.1$$

$$x_2 = 0.1 \rightarrow p(BL_1) = 0.1 \rightarrow p(GR_1) = 0.2$$

החלק של האנשים בעלי עיניים כחולות קטן יותר מהחלק של האנשים בעלי עיניים ירוקות,

ולכן  $x = 0.1$

תשובה:  $x = 0.1$

ב. יש למצוא מהי ההסתברות שלשניים שנבחרו יש עיניים ירוקות

כאשר ידוע שלשניהם יש אותו צבע עיניים

$$P((GR_1 \cap GR_2) / (\text{same colours})) = \frac{0.2 \cdot 0.2}{0.54} = \frac{2}{27}$$

תשובה: ההסתברות היא  $\frac{2}{27}$

ג. יש למצוא מהי ההסתברות שבקבוצה אקראית של 6 אנשים יהיו לרובם עיניים חומות.

זו התפלגות בינומית, כאשר נתון כי  $n = 6$ ,  $p = 0.7$

$$P(k) = \binom{n}{k} (p)^k (1-p)^{n-k} \text{ נחשב באמצעות נוסחת ברנולי}$$

את ההסתברות למאורע של: "4, 5 או 6 אנשים בעלי עיניים חומות":

4 אנשים בדיוק עם עיניים חומות      5 אנשים בדיוק עם עיניים חומות

$$P_6(5) = \binom{6}{5} (0.7)^5 (1-0.7)^{6-5}$$

$$P_6(4) = \binom{6}{4} (0.7)^4 (1-0.7)^{6-4}$$

$$P_6(5) = \frac{6!}{5!(6-5)!} 0.7^5 \cdot 0.3^1$$

$$P_6(4) = \frac{6!}{4!(6-4)!} 0.7^4 \cdot 0.3^2$$

$$P_6(5) = 6 \cdot 0.7^5 \cdot 0.3$$

$$P_6(4) = 15 \cdot 0.7^4 \cdot 0.3^2$$

$$P_6(5) = 0.302526$$

$$P_6(4) = 0.324135$$

$$P_6(5) = 0.7^6 = 0.117649 \text{ 6 אנשים בדיוק בעלי עיניים חומות:}$$

$$P = 0.324135 + 0.302526 + 0.117649 = 0.74431 \text{ ובהתאם:}$$

תשובה: ההסתברות ל: "4, 5 או 6 אנשים בעלי עיניים חומות" היא 0.74431 .



א. נגדיר את הקבוצות הבאות:

S - קבוצת המשתתפים בסקר

A - קבוצת הצעירים

$\bar{A}$  - קבוצת המבוגרים

B - קבוצת המעדיפים לצפות בסרט קולנוע

$\bar{B}$  - קבוצת המעדיפים לצפות בהצגת תאטרון

### נתונים ומשמעויות

$$\boxed{N(S) = 180}$$

$$N(A) = 1.25N(\bar{A})$$

$$180 - N(\bar{A}) = 1.25N(\bar{A})$$

$$180 = 2.25N(\bar{A}) \quad /: 2.25$$

$$\boxed{N(\bar{A}) = 80} \rightarrow \boxed{N(A) = 100}$$

$$P(\bar{B}/A) = 0.4 \rightarrow P(B/A) = 0.6$$

$$P(A/\bar{B}) = 0.5 \rightarrow P(\bar{A}/\bar{B}) = 0.5$$

### פיתוח נוסחאות פרופורציה מותנית

$$P(\bar{B}/A) = \frac{N(\bar{B} \cap A)}{N(A)}$$

$$0.4 = \frac{N(\bar{B} \cap A)}{100}$$

$$\boxed{N(\bar{B} \cap A) = 40}$$

$$P(A/\bar{B}) = \frac{N(A \cap \bar{B})}{N(\bar{B})}$$

$$0.5 = \frac{40}{N(\bar{B})}$$

$$\boxed{N(\bar{B}) = 80}$$

## נציב בטבלה ונשלים נתונים

	$\bar{A}$ מבוגרים	A צעירים	
100	40	60	B - קולנוע
80	40	40	$\bar{B}$ - תאטרון
180	80	100	

תשובה: מספר הצעירים שהשתתפו בסקר הוא 100 ומספר המבוגרים 80.

ב. מספר המעדיפים הצגת תאטרון - 80

מספר המעדיפים סרט קולנוע - 100

ג. פרופורציית המבוגרים מבין אלו שהעדיפו סרט קולנוע:

$$P(\bar{A}/B) = \frac{N(\bar{A} \cap B)}{N(B)} = \frac{40}{100} = 0.4$$

תשובה: 0.4 מהמעדיפים סרט קולנוע הם מבוגרים.

$$P(A/B) = \frac{N(A \cap B)}{N(B)} = \frac{60}{100} = 0.6 \quad \text{ד.}$$

$$P(A/\bar{B}) = 0.5$$

לכן,  $P(A/\bar{B}) > P(A/B)$  וצעירים מעדיפים סרט קולנוע יותר ממבוגרים.

ה. לא בהכרח קיים קשר סיבתי בין הגיל לבין העדפות הצפייה.

במחקר הבודק קשר בין שני משתנים, בלבד,

לא ניתן להוכיח קיומו של קשר סיבתי.

כמו כן ייתכנו גורמים מתווכים,

כמו: אזור המגורים, מקצועות ההורים, מצב כלכלי ועוד.