**א. נפתור את המשוואה:** $1-x=a\cdot(ax-2)$

$$\begin{aligned}
&1-x=a\cdot(ax-2)\\
\Leftrightarrow\ &1-x=a^2x-2a\\
\Leftrightarrow\ &-x-a^2x=-2a-1 \quad /:(-1)\\
\Leftrightarrow\ &x+a^2x=2a+1\\
\Leftrightarrow\ &(1+a^2)x=2a+1\\
\Leftrightarrow\ &\boxed{x=\frac{2a+1}{1+a^2}}
\end{aligned}$$

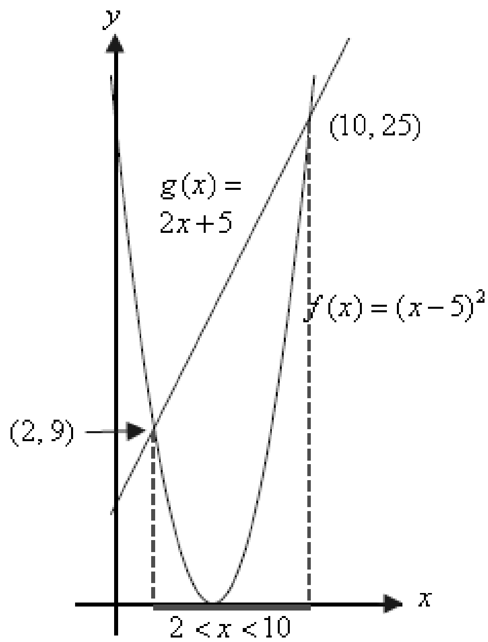
**תשובה:** $x=\frac{2a+1}{1+a^2}$

**ב. נציב** $0$ **במקום** $x$ **במשוואה הנתונה**

$$\begin{aligned}
&1-x=a\cdot(ax-2)\\
\Leftrightarrow\ &1-0=a\cdot(a\cdot 0-2)\\
\Leftrightarrow\ &1-0=a(0-2)\\
\Leftrightarrow\ &1=-2a\\
\Leftrightarrow\ &2a=-1 \quad /:2\\
\Leftrightarrow\ &\boxed{a=-\frac{1}{2}}
\end{aligned}$$

**תשובה:** $a=-\frac{1}{2}$

**נעלה ציור מתאים ונסביר בהמשך:**




**א. בסרטוט נתון גרף הפרבולה** $f(x)=(x-5)^2$ **והישר** $g(x)=\ 2x+5$ **.**

**נשווה את הפונקציות על מנת למצוא את נקודת החיתוך**

$$(x-5)^2 =\ 2x+5$$
$$(x-5)(x-5)=2x+5$$
$$x^2-5x-5x+25-2x-5=0$$
$$x^2-12x+20=0$$
$$x_{1,2}=\frac{12\pm 8}{2}$$
$$x=10 \quad \rightarrow y=2\cdot 10+5=25 \quad \rightarrow \boxed{(10,25)}$$
$$x=2 \quad \rightarrow y=2\cdot 2+5=9 \quad \rightarrow \boxed{(2,9)}$$

**תשובה:** $(10,25)$ **,** $(2,9)$

**ב.** $f(x)<g(x)$ **כאשר גרף הפרבולה נמצא מתחת לגרף הישר**

**התחום המתאים, על פי הציור, הוא כל ה-** $x$ **שבין** $2$ **ל-** $10$ **.**

**תשובה:** $2<x<10$

**א. זוהי סדרה הנדסית, בה** $a_5 = 48$ **ו-** $a_7 = 192$

**נתון שהסדרה עולה, לכן** $q > 1$

**נשתמש בנוסחת האיבר הכללי:** $a_n = a_1 q^{n-1}$

$$a_5 = 48$$
$$a_1 q^{5-1} = 48$$
$$\boxed{a_1 \cdot q^4 = 48}$$

$$a_7 = 192$$
$$a_1 q^{7-1} = 192$$
$$\boxed{a_1 \cdot q^6 = 192}$$

**נבודד את** $a_1$ **מהמשוואה הראשונה :** $\boxed{a_1 = \frac{48}{q^4}}$

**ונציב במשוואה השנייה:**

$$\frac{48}{q^4} \cdot q^6 = 192$$
$$\frac{48 \cdot q^{\cancel{6}\,2}}{\cancel{q^4}} = 192$$
$$48q^2 = 192 \quad / : 48$$
$$q^2 = 4$$
$$\boxed{q = \pm 2}$$

**מכיוון והסדרה עולה, נקבל:** $\boxed{q = 2}$

**נמצא את האיבר הראשון:** $a_1 = \frac{48}{q^4} = \frac{48}{2^4} = \frac{48}{16} = 3$

**כלומר:** $\boxed{a_1 = 3}$ **ו-** $\boxed{q = 2}$

**תשובה: האיבר הראשון בסדרה הוא** $3$ **.**

**ב. יש לחשב סכום של שבעה איברים ראשונים בסדרה ההנדסית**

**נשתמש בנוסחת הסכום** $S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q-1}$ .

**כאשר** $a_1 = 3,\ q = 2,\ n = 7$

$$S_7 = \frac{3 \cdot (2^7 - 1)}{2-1}$$

$$S_7 = \frac{3 \cdot (128-1)}{1}$$

$$S_7 = 3 \cdot 127$$

$$\boxed{S_7 = 381}$$

**תשובה: סכום שבעת האיברים הראשונים בסדרה הוא:** 381

**א. נסמן ב- $x$ את מספר הק"ג של סלט כרוב,**

**וב- $y$ את מספר הק"ג של סלט חצילים.**

**נבנה טבלה מתאימה, כולל טור מתאים לפונקצית המטרה.**

| | קיצוץ | ערבוב | אריזה | רווח שקלים |
|---|---|---|---|---|
| $x$ - ק"ג סלט כרוב | 1 | 1 | 3 | 6 |
| $y$ ק"ג סלט חצילים | 2 | 1 | 1 | 10 |
| מקסימום אפשרי | 12 | 7 | 15 | |

**נרשום את מערכת האילוצים, הנובעת הן מהמגבלות שהוצגו בטבלה והן מהעובדה שכמות הסלטים המיוצרים, מכל סוג, אינה שלילית.**

$$x+2y\le 12$$
$$x+y\le 7$$
$$3x+y\le 15$$
$$x,y\ge 0$$

**פונקצית המטרה היא:** $f(x,y)=6x+10y$

**ב. בסרטוט התחום האפשרי של הבעייה התקבלו חמישה קדקודים:**

$O(0,0)$ , $A(0,6)$ , $B(2,5)$ , $C(4,3)$ , $D(5,0)$

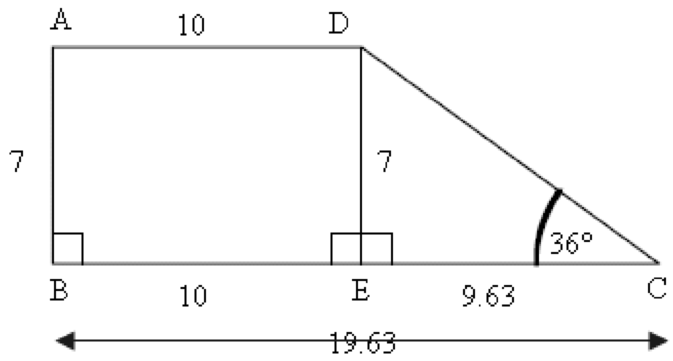
**נציב שיעורי קדקודים אלה בפונקצית המטרה ונחפש ערך מקסימלי:**

| ערך | $f(x,y)=6x+10y$ | קדקוד |
|---|---|---|
| 0 | $f(0,0)=6\cdot 0+10\cdot 0$ | $O(0,0)$ |
| 60 | $f(0,6)=6\cdot 0+10\cdot 6$ | $A(0,6)$ |
| 62 | $f(2,5)=6\cdot 2+10\cdot 5$ | $B(2,5)$ |
| 54 | $f(4,3)=6\cdot 4+10\cdot 3$ | $C(4,3)$ |
| 30 | $f(5,0)=6\cdot 5+10\cdot 0$ | $D(5,0)$ |

**לכן, הרווח המקסימלי יהיה בנקודה** $B(2,5)$

**תשובה: $2$ ק"ג סלט כרוב ו- $5$ ק"ג סלט חצילים**

**נכתב ע"י עפר ילין**




**נוריד גובה** $DE$ **לבסיס התחתון**

**ונקבל מלבן משמאל ומשולש ישר זווית מימין**

**לכן,** $BE = AD = 10$ **ו-** $DE = AB = 7$ **(צלעות נגדיות שוות במלבן)**

**נמצא את הקטע** $EC$ **, ועל ידי כך נקבל את כל הבסיס הגדול**

$\underline{\Delta DEC}$

$$\tan \angle DCE = \frac{DE}{DC}$$

$$\tan 36° = \frac{7}{DC}$$

$$DC \tan 36° = 7 \quad / : \tan 36°$$

$$DC = \frac{7}{\tan 36°}$$

$$\boxed{DC = 9.63}$$

**ובהתאם:** $BC = BE + EC = 10 + 9.63 = 19.63$

**נמצא את שטח הטרפז**

**הנוסחה לשטח הטרפז היא:** $S = \frac{(BC + AD) \cdot DE}{2}$

**נמצא את שטח הטרפז:**

$$S = \frac{(19.63 + 10) \cdot 7}{2}$$

$$\boxed{S = 103.72}$$

**תשובה: שטח הטרפז הוא** $103.72$ **סמ"ר**

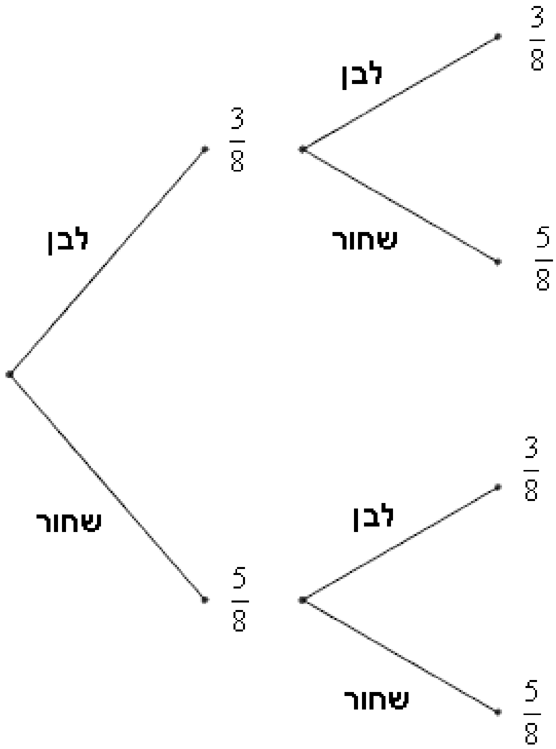
**הסיפור מציג מאורע דו – שלבי:**

**1. הוצאת כדור ראשון (עם החזרה)**

**2. הוצאת כדור שני**

**האפשרויות במרחב המדגם, וגם בצבע מסוים, אינן משתנות.**

**כלומר, כמויות הכדורים <u>לא משתנות</u>.**




**א. ההסתברות שבשתי הפעמים הכדור שמוציאים יהיה שחור:**

**(שחור, שחור)** $P=\frac{5}{8}\cdot\frac{5}{8}=\frac{25}{64}$

**תשובה:** $\frac{25}{64}$

**ב. ההסתברות שבשתי הפעמים הכדור שמוציאים יהיה מאותו צבע:**

**(שחור, שחור), או (לבן, לבן)** $P=\frac{3}{8}\cdot\frac{3}{8}+\frac{5}{8}\cdot\frac{5}{8}=\frac{34}{64}=\frac{17}{32}$

**תשובה:** $\frac{17}{32}$

**ג. ההסתברות שבדיוק אחד מהכדורים שמוציאים יהיה שחור:**

**(שחור, לבן), או (לבן, שחור)** $P=\frac{5}{8}\cdot\frac{3}{8}+\frac{3}{8}\cdot\frac{5}{8}=\frac{30}{64}=\frac{15}{32}$

**תשובה:** $\frac{15}{32}$