נסמן ב- x **את מספר המחברות שקנה יואב בקיץ.**

לכן, מספר המחברות שקנה בחורף הוא $x+6$

נסמן ב- y **את מחיר מחברת בקיץ**

על מחיר המחברת ניתנה בחורף הנחה של 20%

אם מוצר, שמחירו x **שקלים מוזל ב-** P **אחוזים,**

אז המחיר החדש $\frac{100-P}{100}\cdot x$

נביע את המחיר באמצעות y $\frac{100-20}{100}\cdot y=\frac{80}{100}\cdot y=0.8y$

נכניס את הנתונים לטבלה מתאימה

סך הכל של התקבולים או התשלומים שווה למחיר כפול כמות .

	כמות	**מחיר ליחידה שקלים**	**סך הכל שקלים**
קיץ	x	y	xy
חורף	$x+6$	$0.8y$	$(x+6)\cdot 0.8y$

(1) בקיץ קנה יואב מחברות ב- 75 **₪ , לכן** $xy=75$

(2) בחורף קנה יואב מחברות ב- 72 **₪ , לכן** $(x+6)\cdot 0.8y=72$

$$\begin{cases} xy=75 \\ 0.8y(x+6)=72 \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy=75 \\ 0.8xy+4.8y=72 \end{cases}$$

$$0.8\cdot 75+4.8y=72$$

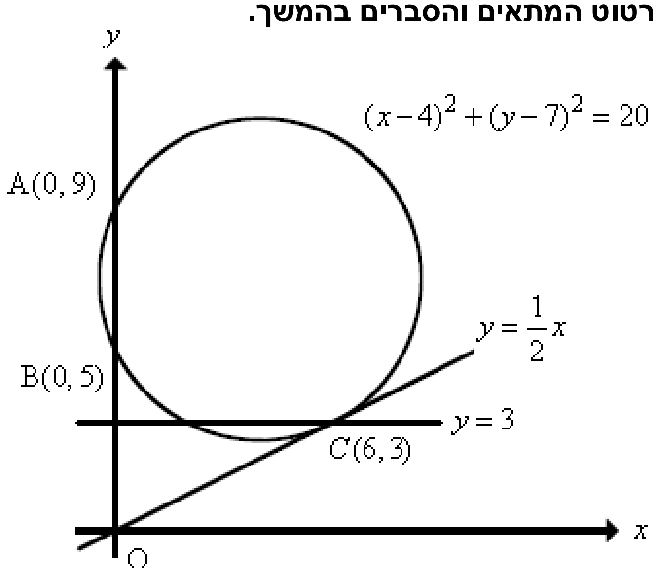
$$60+4.8y=72$$

$$4.8y=12$$

$$y=2.5\rightarrow 2.5x=75\rightarrow x=30$$

תשובה: יואב קנה בקיץ 30 **מחברות .**

נביא את הסרטוט המתאים והסברים בהמשך.



א. נציב $x=0$ **במשוואת המעגל:** $(x-4)^2+(y-7)^2=20$

$$(0-4)^2+(y-7)^2=20$$
$$(y-7)^2=4$$
$$y^2-14y+49=4$$
$$y^2-14y+45=0$$
$$y_{1,2}=\frac{14\pm4}{2}$$
$$y_A=9,\quad y_B=5$$

ובהתאם: $A(0,9),\quad B(0,5)$

ב. נתון המעגל $(x-4)^2+(y-7)^2=20$

$y=\frac{1}{2}x$ **משיק למעגל, לכן הנקודה** C **מקיימת את שתי המשוואות:**

$$\begin{cases}(x-4)^2+(y-7)^2=20\\ y=0.5x\end{cases}$$
$$\Leftrightarrow (x-4)^2+(0.5x-7)^2=20$$
$$\Leftrightarrow x^2-8x+16+0.25x^2-7x+49=20$$
$$\Leftrightarrow 1.25x^2-15x+45=0$$
$$\Leftrightarrow x_{1,2}=\frac{15\pm0}{2.5}\to x_1=6\to y=0.5\cdot6=3$$
$$\Leftrightarrow \boxed{C(6,3)}$$

ב. ישר המקביל לציר ה- x **, הוא בעל שיעור** y **קבוע**

כך שהמשוואה המבוקשת היא $y=3$.

א. נתונה הפונקציה $y=\frac{x-1}{3}+\frac{3}{x}$

תחום הגדרה: $\boxed{x\neq 0}$ כי $x=0$ **מאפס את המכנה.**

ב. <u>נקודות קיצון וסוגן</u>

(לנוחות הגזירה נחלק במכנה של המחובר השמאלי)

$$y=\frac{x-1}{3}+\frac{3}{x}\rightarrow \boxed{y=\frac{x}{3}-\frac{1}{3}+\frac{3}{x}}$$

$$y'=\frac{1}{3}-\frac{3}{x^2}\quad\rightarrow \boxed{y'=\frac{x^2-9}{3x^2}}$$

$$0=\frac{x^2-9}{3x^2}\quad\rightarrow 0=x^2-9\quad\rightarrow 9=x^2\quad\rightarrow x=\pm 3$$

$$y(3)=\frac{3-1}{3}+\frac{3}{3}=1\frac{2}{3},\quad y(-3)=\frac{-3-1}{3}+\frac{3}{-3}=-2\frac{1}{3}$$

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון (מכנה הנגזרת חיובי)

$$f'(-4)=(-4)^2-9>0,\quad f'(-2)=(-2)^2-9<0$$

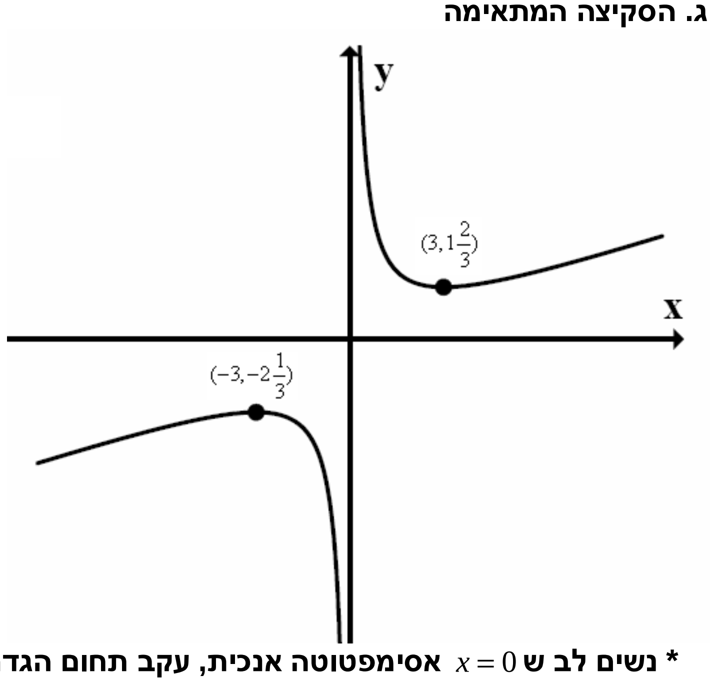
$$f'(2)=2^2-9<0,\quad f'(2)=4^2-9>0$$

-4	-3	-2	0	2	3	4	x
+	0	**-**	$x\neq 0$	**-**	0	**+**	y'
↗	**Max**	↘		↘	**Min**	↗	**מסקנה**

$x=3$ **עוברים מירידה לעליה ולכן מינימום .** $x=-3$ **עוברים מעליה לירידה ולכן מקסימום.**

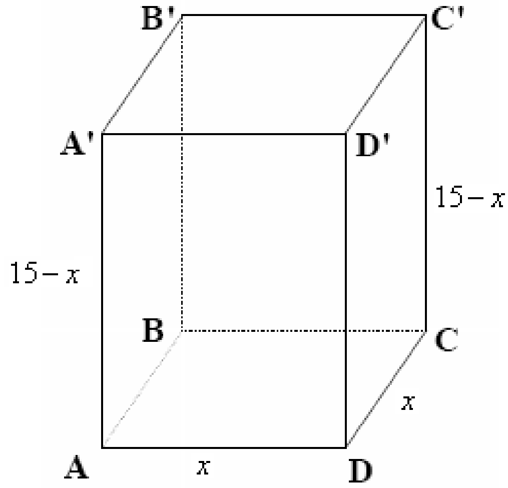
תשובה: $(-3,-2\frac{1}{3})$ **מקסימום,** $(3,1\frac{2}{3})$ **מינימום.**

ג. הסקיצה המתאימה



*** נשים לב ש** $x=0$ **אסימפטוטה אנכית, עקב תחום הגדרה**

נשרטט את הציור הראשוני, כאשר נסמן את צלע ריבוע הבסיס ב- x



הפונקציה שיש להביא ***למקסימום*** **היא** ***נפח התיבה***

כלומר $\mathrm{V}(x)=\mathrm{AD}\cdot\mathrm{DC}\cdot\mathrm{DD'}$ **(מכפלת שטח הבסיס בגובה התיבה)**

סכום האורכים של גובה התיבה ושל צלע הבסיס ($\mathrm{DD'}+\mathrm{DC}$**) הוא** 15 **ס"מ, לכן** $\mathrm{DD'}=15-x$

בסיס התיבה הוא ריבוע ולכן שטחו x^2

ובהתאם:

$$\mathrm{V}(x)=x^2(15-x)$$
$$\boxed{\mathrm{V}(x)=15x^2-x^3}$$

$$\boxed{\mathrm{V}'(x)=30x-3x^2}$$
$$0=30x-3x^2$$
$$0=3x(10-x)$$
$$x_1=0 \quad x_2=10$$

הפתרון המאופס נפסל עקב אורך חיובי של צלע הבסיס

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון (מכנה הנגזרת חיובי)

$$\mathrm{V}'(1)=30\cdot1-3\cdot1^2>0,\ \ \mathrm{V}'(20)=30\cdot20-3\cdot20^2<0$$

0	1	10	20	x
	+	0	-	y'
	↗	Max	↘	מסקנה

עבור $x=10$ **עוברים מעליה לירידה ולכן זה מקסימום**

תשובה: אורך צלע הבסיס 10 **ס"מ**

א. נמצא את משוואת המשיק

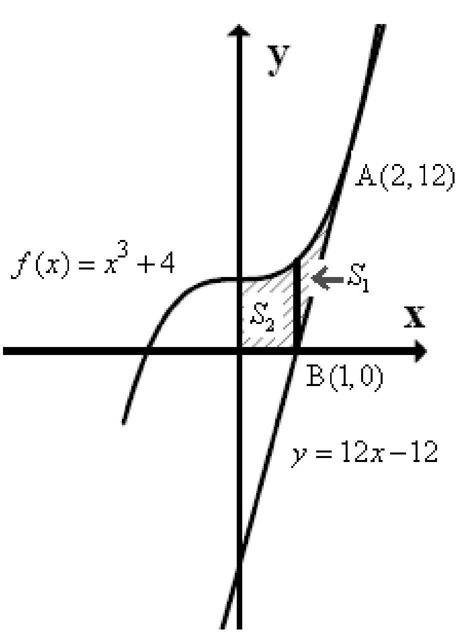
$$f(x)=x^3+4$$
$$f'(x)=3x^2$$
$$m(x=2)=3\cdot 2^2=12$$
$$y(x=2)=2^3+4=12$$

לכן נקודת ההשקה היא $\mathrm{A}(2,12)$ **והשיפוע** $m=12$

נמצא את משוואת המשיק:

$$y-12=12(x-2)$$
$$y-12=12x-24$$
$$\boxed{y=12x-12}$$

ב. נחלק את השטח המבוקש לשני שטחים, כמסומן בציור הבא:



נמצא את שיעור ה- x **של נקודת החיתוך של המשיק עם ציר ה-** x

$$y=12x-12$$
$$0=12x-12$$
$$12=12x$$
$$x=1$$

ובהתאם נקודת החיתוך היא $\mathrm{B}(1,0)$

נכין טבלה לסיוע בחישוב השטחים :

	S_1	S_2
פונקציה עליונה	$y = x^3 + 4$	$y = x^3 + 4$
פונקציה תחתונה	$y = 12x - 12$	$y = 0$
x **גדול**	$x_A = 2$	$x_B = 1$
x **קטן**	$x_B = 1$	$x_O = 0$

נחשב את שני השטחים ולאחר מכן נחבר את התוצאות :

$$S_1 = \int_1^2 (x^3 + 4 - (12x - 12))dx = \int_1^2 (x^3 + 4 - 12x + 12)dx =$$

$$= \int_1^2 (x^3 - 12x + 16)dx = \frac{x^4}{4} - \frac{\overset{6}{\cancel{12}}\,x^2}{\cancel{2}} + 16x \Big]_1^2 =$$

$$= (\frac{2^4}{4} - 6 \cdot 2^2 + 16 \cdot 2) - (\frac{1^4}{4} - 6 \cdot 1^2 + 16 \cdot 1) =$$

$$= (12) - (10.25) = 1.75$$

$$S_2 = \int_0^1 (x^3 + 4)dx = \frac{x^4}{4} + 4x \Big]_1^2 = (\frac{1^4}{4} + 4 \cdot 1) - (\frac{0^4}{4} + 4 \cdot 0) = 4.25$$

$$S = S_1 + S_2 = 1.75 + 4.25 = 6$$

גודל השטח המקווקו הוא 6 **יח"ר .**