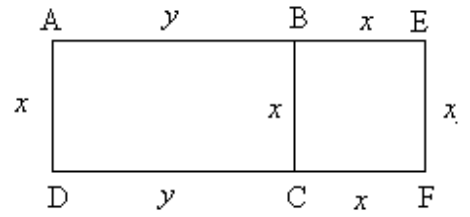


נעלה את הנתונים על הציור ונסביר:



נסמן את הצלע AD ב- x כמתואר בציור, ואת AB ב- y

נזכור שהצלעות הנגדיות שוות במלבן.

לכן היקף המלבן הוא: $2x + 2y$ ושטחו xy

נפתור את מערכת המשוואות המתאימה לנתונים:

$$\begin{cases} 2x + 2y = 20 \\ xy = 22.75 \end{cases}$$

$$2x + 2y = 20 \quad /: 2$$

$$x + y = 10$$

$$\boxed{y = 10 - x}$$

$$x(10 - x) = 22.75$$

$$10x - x^2 = 22.75$$

$$0 = x^2 - 10x + 22.75$$

$$x_{1,2} = \frac{10 \pm 3}{2}$$

~~$$x = 6.5 \rightarrow y = 3.5$$~~

$$x = 3.5 \rightarrow y = 6.5$$

הפתרון $x = 6.5$ נפסל כי נתון ש- AB היא הצלע הארוכה של המלבן.

בהתאם צלעות המלבן הן:

הצלעות הארוכות 6.5 ס"מ $AB = CD = 6.5$ הצלעות הקצרות 3.5 ס"מ $AD = BC = 3.5$

תשובה: 6.5 ס"מ $AB = CD = 6.5$, 3.5 ס"מ $AD = BC = 3.5$

ב. שטח הריבוע BEFC שאורך צלע שלו 3.5 ס"מ הוא: $3.5^2 = 12.25$

תשובה: 12.25 סמ"ר .

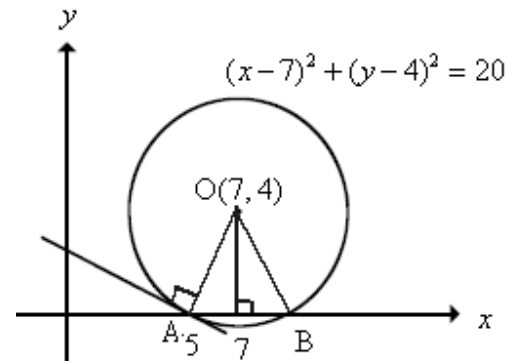
ג. יש למצוא מהו האחוז של שטח הריבוע BEFC מהשטח הכולל של המלבן AEFD .

השטח הכולל של המלבן AEFD הוא $22.75 + 12.25 = 35$, כלומר 35 סמ"ר.

$$\frac{S_{BEFC}}{S_{AEFD}} = \frac{12.25}{35} = 0.35 = 0.35 \cdot 100\% = 35\%$$

נמצא את היחס המבוקש:

תשובה: 35% .



א. תנאי לניצבות $m_1 \cdot m_2 = -1$ (שיפועים הופכים ונגדיים)
 נמצא את משוואת הרדיוס OA המאונך למשיק ששיפועו $-\frac{1}{2}$

שיפוע הרדיוס אם כך הוא 2

הנוסחה למשוואת ישר $y - y_1 = m(x - x_1)$

$$m = 2, \quad \begin{matrix} x_1 & y_1 \\ 7 & 4 \end{matrix}$$

$$y - 7 = 2(x - 7)$$

$$y - 4 = 2x - 14$$

$$\boxed{y = 2x - 10}$$

נקודה A על ציר ה- x , לכן נציב $y = 0$ במשוואת הרדיוס

$$0 = 2x - 10$$

$$10 = 2x$$

$$\boxed{x = 5}$$

תשובה: $A(5, 0)$.

ב. שיעורי מרכז המעגל $O(7, 4)$

לכן משוואת המעגל היא $(x-7)^2 + (y-4)^2 = R^2$

נציב את שיעורי $A(5, 0)$ במשוואת המעגל

$$(5-7)^2 + (0-4)^2 = R^2$$

$$4 + 16 = R^2$$

$$\boxed{R^2 = 20}$$

תשובה: משוואת המעגל $(x-7)^2 + (y-4)^2 = 20$.

ג. נציב $y=0$ במשוואת המעגל למציאת שיעורי נקודות החיתוך עם ציר ה- x

$$(x-7)^2 + (0-4)^2 = 20$$

$$x^2 - 14x + 49 + 16 = 20$$

$$x^2 - 14x + 45 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{14 \pm 4}{2}$$

$$\boxed{x_A = 5} \quad \boxed{x_B = 9}$$

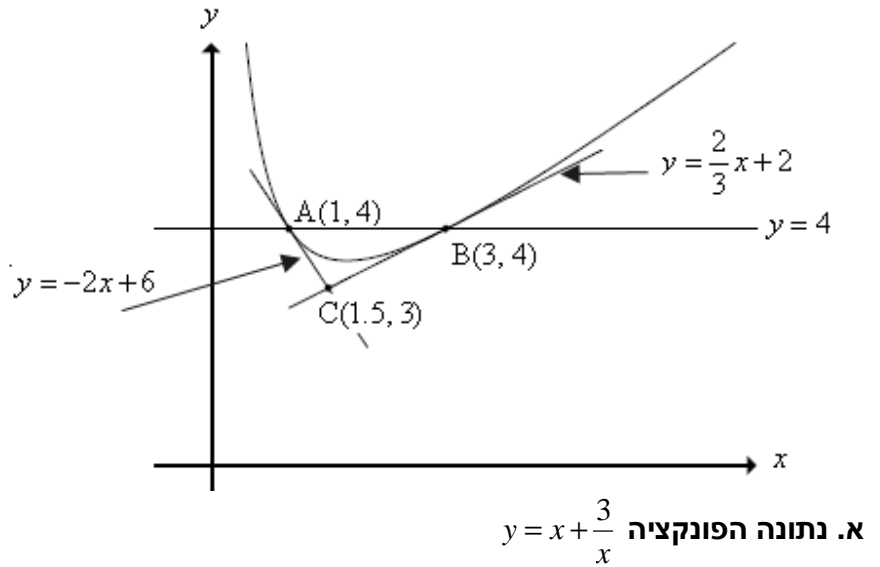
לכן אורך AB הוא $9-5=4$

הסבר חלופי

משולש OAB הוא שווה שוקיים $OA = OB = R$, לכן הגובה לבסיס הוא גם תיכון.

הגובה יחתוך את ציר ה- x בנקודה $(7, 0)$ שמרחקה מ- $A(5, 0)$ הוא 2 ולכן $\boxed{AB = 4}$

תשובה: 4



הישר $y = 4$ חותך את גרף הפונקציה בנקודה A ו-B
נמצא את נקודות החיתוך:

$$x + \frac{3}{x} = 4$$

$$x^2 + 3 = 4x$$

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{4 \pm 2}{2}$$

$$\boxed{x = 3} \quad \boxed{x = 1}$$

תשובה: A(1, 4), B(3, 4)
ב. נמצא את משוואת המשיק בנקודה A(1, 4)

$$\boxed{y' = 1 - \frac{3}{x^2}}$$

$$y'(1) = 1 - \frac{3}{1^2} = -2$$

הנוסחה למשוואת ישר $y - y_1 = m(x - x_1)$

$$m = -2, \quad (x_1, y_1) = (1, 4)$$

$$y - 4 = -2(x - 1)$$

$$y - 4 = -2x + 2$$

$$\boxed{y = -2x + 6}$$

תשובה: משוואת המשיק בנקודה A היא $y = -2x + 6$.

ג. נמצא את משוואת המשיק בנקודה B(3, 4)

$$y'(3) = 1 - \frac{3}{3^2} = \frac{2}{3}$$

$$m = \frac{2}{3}, \quad (x_1, y_1) = (3, 4)$$

$$y - 4 = \frac{2}{3}(x - 3)$$

$$y - 4 = \frac{2}{3}x - 2$$

$$\boxed{y = \frac{2}{3}x + 2}$$

נמצא את שיעורי נקודת החיתוך בין המשיקים:

$$\begin{cases} y = -2x + 6 \\ y = \frac{2}{3}x + 2 \end{cases}$$

$$-2x + 6 = \frac{2}{3}x + 2$$

$$-6x + 18 = 2x + 6$$

$$12 = 8x$$

$$\boxed{x = 1.5} \rightarrow y = -2 \cdot 1.5 + 6 \rightarrow \boxed{y = 3}$$

תשובה: C(1.5, 3) .

א. נסמן את שיעור ה- x של הנקודה A ב- x

שיעורי הנקודה A הנמצאת על הפרבולה $y = \frac{1}{3}x^2$ הם $A(x, \frac{1}{3}x^2)$.

AC מקביל לציר ה- y ולכן $x_C = x_A = x$

ובהתאם: שיעורי הנקודה C הנמצאת על הישר $y = -x + 8$ הם $C(x, -x + 8)$.

BC מקביל לציר ה- x ולכן $y_B = y_C = -x + 8$

ובהתאם: שיעורי הנקודה B הנמצאת על ציר ה- y הם $B(0, -x + 8)$

תשובה: $A(x, \frac{1}{3}x^2)$, $B(0, -x + 8)$, $C(x, -x + 8)$

ב. 1. AC מקביל לציר y ולכן:

$$AC = y_C - y_A$$

$$AC = -x + 8 - \frac{1}{3}x^2$$

2. BC מקביל לציר ה- x ולכן:

$$BC = x_C - x_A$$

$$BC = x$$

ג. הפונקציה שיש להביא למקסימום היא שטח המשולש ABC :

$$S_{\Delta ABC} = \frac{BC \cdot AC}{2}$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{x(-x+8-\frac{1}{3}x^2)}{2}$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{-x^2+8x-\frac{1}{3}x^3}{2}$$

$$s'(x) = \frac{-2x+8-x^2}{2}$$

$$0 = \frac{-2x+8-x^2}{2}$$

$$0 = -x^2 - 2x + 8$$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm 6}{-2}$$

$$\cancel{x_1 = -4}$$

$$x_2 = 2$$

נתון, על-פי הציור, כי משולש ABC חסום ברביע הראשון

$$x = 2$$

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון

$$S'(1) = \frac{-2 \cdot 1 - 1^2 + 8}{2} > 0, \quad S'(3) = \frac{-2 \cdot 3 - 3^2 + 8}{2} < 0$$

0	1	2	3	x
	+	0	-	y'
	↗	Max	↘	מסקנה

תשובה: עבור $x = 2$ שטח משולש ABC יהיה מקסימלי.

א. נתונה הפונקציה $y = x^2 - 6x$

נמצא נקודות חיתוך עם ציר ה- x :

$$0 = x^2 - 6x$$

$$0 = x(x - 6)$$

$$\boxed{x_1 = 0} \quad \boxed{x_2 = 6}$$

נכין טבלה לסייע בחישוב השטח S_1

S_1	
$y = 0$	פונקציה עליונה
$y = x^2 - 6x$	פונקציה תחתונה
$x = 6$	x גדול
$x = 0$	x קטן

נחשב את S_1

$$S_1 = \int_0^6 (0 - (x^2 - 6x)) dx$$

$$S_1 = \int_0^6 (-x^2 + 6x) dx$$

$$S_1 = \left[-\frac{x^3}{3} + \frac{6x^2}{2} \right]_0^6 =$$

$$S_1 = \left(-\frac{6^3}{3} + 3 \cdot 6^2 \right) - \left(-\frac{0^3}{3} + 3 \cdot 0^2 \right)$$

$$\boxed{S_1 = 36}$$

תשובה: 36

ב. נתונה הפונקציה $y = x^2 - 6x$

נכין טבלה לסיכום בחישוב השטח S_2

S_2	
$y = x^2 - 6x$	פונקציה עליונה
$y = 0$	פונקציה תחתונה
$x = a$	x גדול
$x = 6$	x קטן

נחשב את S_2

$$S_2 = \int_6^a (x^2 - 6x - 0) dx$$

$$S_2 = \left[\frac{x^3}{3} - \frac{6x^2}{2} \right]_6^a =$$

$$S_2 = \left(\frac{a^3}{3} - 3 \cdot a^2 \right) - \left(\frac{6^3}{3} - 3 \cdot 6^2 \right)$$

$$S_2 = \frac{a^3}{3} - 3a^2 + 36$$

תשובה: $\frac{a^3}{3} - 3a^2 + 36$

ג. נתון כי $S_1 = S_2$

$$\frac{a^3}{3} - 3a^2 + 36 = 36$$

$$\frac{a^3}{3} - 3a^2 = 0 \quad / \cdot 3$$

$$a^3 - 9a^2 = 0$$

$$a^2(a - 9) = 0$$

$$\boxed{a \neq 0} \quad \boxed{a = 9}$$

הפתרון $a = 0$ נפסל כי הוא סותר את הציור, הנתון,

ולמעשה במקרה זה S_1 מתלכד עם S_2 .

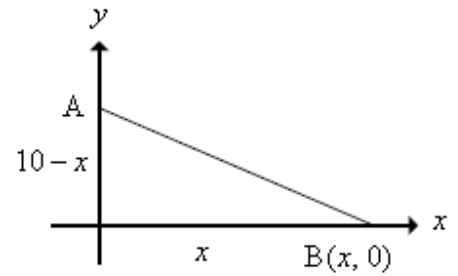
תשובה: $a = 9$.

6	§	<p>(בגרות סז נובמבר 2006 מועד מיוחד שאלון 35003)</p> <p>ישר AB חותך את ציר ה- y, בנקודה A ואת ציר ה- x בנקודה B.</p> <p>הנקודה O היא ראשית הצירים.</p> <p>סכום הקטעים AO ו-BO הוא 10.</p> <p>מה צריך להיות שיעור ה- x של נקודה B, כדי ששטח המשולש OAB יהיה מקסימלי?</p>
----------	---	--

	§ <u>רמז</u>	סמן שיעורי הנקודה B ב- $B(x, 0)$ ולכן $OB = x$
--	--------------	--

$x = 3$	$x = 5$
$x = 7$	$x = 4$

§ נושא – חשבון דיפרנציאלי
§ תת נושא – פונקציות פולינום – בעיות קיצון
§ כיתה –
§ שאלון – 003
§ רמת קושי - 2



נסמן את שיעורי הנקודה B ב- $B(x, 0)$ ולכן $OB = x$

סכום הקטעים AO ו- BO הוא 10 ולכן :

$$AO + BO = 10$$

$$AO + x = 10$$

$$AO = 10 - x$$

הפונקציה שיש להביא למקסימום היא שטח המשולש OAB

$$S_{\Delta OAB} = \frac{AO \cdot BO}{2}$$

$$S_{\Delta OAB} = \frac{x(10-x)}{2}$$

$$S_{\Delta OAB} = \frac{10x - x^2}{2}$$

$$S_{\Delta OAB} = 5x - 0.5x^2$$

$$s'(x) = 5 - x$$

$$0 = 5 - x$$

$$x = 5$$

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון

$$S'(4) = 5 - 4 > 0, \quad S'(6) = 5 - 6 < 0$$

0	4	5	6	x
	+	0	-	y'
	↗	Max	↘	מסקנה

תשובה: עבור $x = 5$ שטח משולש OAB יהיה מקסימלי