נפתור את מערכת המשוואות

$$\begin{cases} 3x^2 - 5xy + y^2 = 3 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

נבודד את x מהמשוואה השנייה

$$\boxed{x = y + 1}$$

נציב במשוואה הראשונה

$$3(y+1)^2 - 5y(y+1) + y^2 = 3$$
$$3(y^2 + 2y + 1) - 5y^2 - 5y + y^2 = 3$$
$$3y^2 + 6y + 3 - 5y^2 - 5y + y^2 = 3$$
$$-y^2 + y = 0$$
$$y_{1,2} = \frac{-1 \pm 1}{-2}$$
$$y_1 = 0 \quad \rightarrow x - 0 = 1 \quad \rightarrow x = 1 \quad \rightarrow (1,0)$$
$$y_1 = 1 \quad \rightarrow x - 1 = 1 \quad \rightarrow x = 2 \quad \rightarrow (2,1)$$

תשובה: $(1,0)$ **,** $(2,1)$

א. הנוסחה למציאת הכמות לאחר n **פרקי זמן היא:** $a_n = a_0 \cdot q^n$

נמצא את המנה, כאשר אנו בתהליך של דעיכה

$q = \frac{100\% - 5\%}{100\%} = 0.95$ **, כלומר** $\boxed{q = 0.95}$

נתון גם כי $\boxed{a_0 = 90,000}$

נשתמש בטבלת עזר לכל התרגיל

	לאחר שנה אחת	לאחר שבע שנים
a_0	$90,000$	$90,000$
q	0.95	0.95
n	1	7
a_n	?	?

נחשב את מחיר המכונית לאחר שנה אחת:

$$a_1 = 90,000 \cdot 0.95^1$$

$$\boxed{a_1 = 85,500}$$

תשובה: מחיר המכונית לאחר שנה אחת הוא $85,500$ **₪ .**

ב. נחשב את מחיר המכונית לאחר שבע שנים:

$$a_7 = 90,000 \cdot 0.95^7$$

$$\boxed{a_7 = 62,850.36}$$

תשובה: מחיר המכונית לאחר שבע שנים הוא $62,850.36$ **₪ .**

מערכת האילוצים הנתונה היא:

$x \geq 0\ ,\ y \geq 0$
$y \leq 2x + 4$
$y \leq -2x + 8$
$y \geq 2x - 4$

התחום האפשרי הוא אוסף כל הפתרונות האפשריים.

נשרטט כל ישר ונקווקו את האזור המתאים לאי השוויון.

נבנה טבלת ערכים עבור $y = 2x + 4$ **, לצורך שרטוט הישר**

x	0	1
y	4	6

נציב $(0,0)$ **במקום** (x,y) **ונקבל** $0 \leq 2 \cdot 0 + 4$

ולכן $(0,0)$ **באזור המתאים**

נבנה טבלת ערכים עבור $y = -2x + 8$ **, לצורך שרטוט הישר**

x	0	1
y	8	6

נציב $(0,0)$ **במקום** (x,y) **ונקבל** $0 \leq -2 \cdot 0 + 8$

ולכן $(0,0)$ **באזור המתאים.**

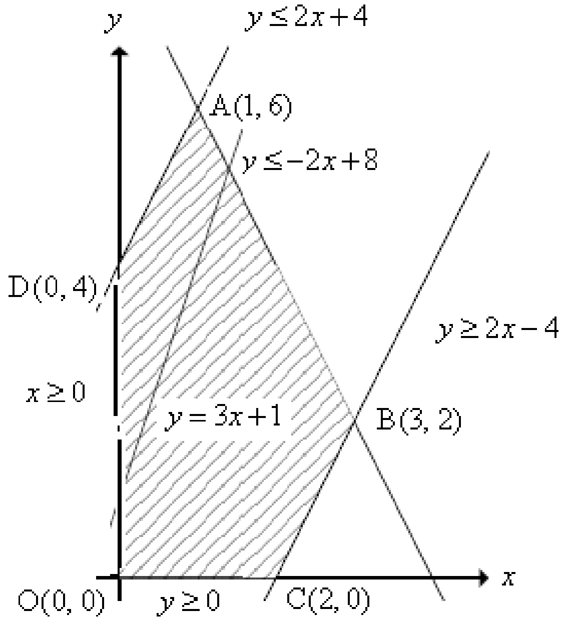
נבנה טבלת ערכים עבור $y = 2x - 4$ **, לצורך שרטוט הישר**

x	0	1
y	-4	-2

נציב $(0,0)$ **במקום** (x,y) **ונקבל** $0 \geq 2 \cdot 0 - 4$

ולכן $(0,0)$ **באזור המתאים.**

בהתאם הנה התחום האפשרי של מערכת האילוצים



ב. נוסיף את קו הגובה שבו ערך פונקצית המטרה הוא 5

פונקצית המטרה היא $f(x, y) = 3x - y + 6$

נשווה אותה לערך הנדרש $5 = 3x - y + 6$

ונקבל $\boxed{y = 3x+1}$

נבנה טבלת ערכים עבור $y = 3x+1$ **, לצורך שרטוט הישר**

x	0	1
y	1	4

ג. נמצא תחילה את קדקודי התחום האפשרי.

$$\begin{cases} y = 2x+4 \\ y = -2x+8 \end{cases} \rightarrow 2x+4 = -2x+8 \rightarrow 4x = 4 \rightarrow x = 1$$

$$y = 2\cdot 1+4 = 6$$

נסמן: $A(1, 6)$ **נקודת החיתוך.**

$$\begin{cases} y = 2x-4 \\ y = -2x+8 \end{cases} \rightarrow 2x-4 = -2x+8 \rightarrow 4x = 12 \rightarrow x = 3$$

$$y = 2\cdot 3-4 = 2$$

נסמן: $B(3, 2)$ **נקודת החיתוך.**

$$\begin{cases} y = 2x-4 \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow 2x-4 = 0 \rightarrow 2x = 4 \rightarrow x = 2$$

נסמן: $C(2, 0)$ **נקודת החיתוך.**

D **על ציר ה-** y **ועל הישר** $y = 2x+4$

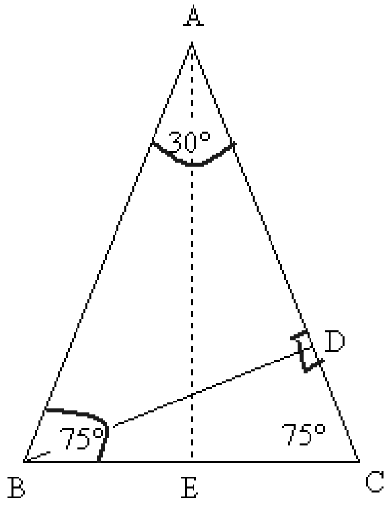
ולכן $D(0, 4)$

נבנה טבלה שתסייע באיתור הערך המקסימלי

כאשר $O(0, 0)$ **הקדקוד האחרון של המצולע**

	$f(x, y) = 3x - y + 6$
$A(1, 6)$	$f(x, y) = 3\cdot 1 - 6 + 6 = 3$
$B(3, 2)$	$f(x, y) = 3\cdot 3 - 2 + 6 = 13$
$C(2, 0)$	$f(x, y) = 3\cdot 2 - 0 + 6 = 12$
$D(0, 4)$	$f(x, y) = 3\cdot 0 - 4 + 6 = 2$
$O(0, 0)$	$f(x, y) = 3\cdot 0 - 0 + 6 = 6$

תשובה: הערך המקסימלי מתקבל בנקודה $B(3, 2)$



נשלים את הזוויות הנדרשות לפתרון התרגיל

$\mathbf{R}ACB = \mathbf{R}ABC = 75°$ **(זוויות בסיס שוות במשולש שווה שוקיים)**

$\mathbf{R}BAC = 180° - 75° - 75° = 30°$

נמצא תחילה את אורך השוק AB

$\underline{\Delta ABE}$

$$\sin \mathbf{R}ABE = \frac{AE}{AB}$$

$$\sin 75° = \frac{6}{AB}$$

$$AB = \frac{6}{\sin 75°}$$

$$\boxed{AB = 6.21}$$

נמצא עתה את אורך הגובה לשוק AC :

$\underline{\Delta ABD}$

$$\sin \mathbf{R}BAD = \frac{BD}{AB}$$

$$\sin 30° = \frac{BD}{6.21}$$

$$6.21 \cdot \sin 30° = BD$$

$$\boxed{BD = 3.11}$$

תשובה: אורך הגובה לשוק AC **הוא** 3.11 **ס"מ** = BD

א. ממוצע הציונים של קבוצה שיש בה 15 **תלמידים הוא** 7.5

לקבוצה נוספו 2 **תלמידים: אחד שציונו** 6 **, ואחד שציונו** 9

הנוסחה למציאת ממוצע היא $\bar{x}=\frac{x_1 f_1+x_1 f_1+...+x_n f_n}{n}$

כלומר הממוצע של ציוני שני המצטרפים הוא: $\bar{x}=\frac{6\cdot 1+9\cdot 1}{2}=\frac{15}{2}=7.5$

ממוצע זה זהה לממוצע הקודם – לכן הממוצע לא משתנה.

תשובה: ממוצע הציונים של הקבוצה שיש בה 17 **תלמידים הוא** 7.5**.**

ב. סטיית התקן של הקבוצה שבה 15 **תלמידים היא** 0.8**.**

שני התלמידים שהצטרפו היו עם ציונים, שהסטייה שלהם מהממוצע היה 1.5 **.**

כלומר, ציוניהם הגדילו את הפיזור של ציוני הקבוצה,

דבר המגדיל את סטיית התקן.

תשובה: סטיית התקן של הקבוצה שיש בה 17 **תלמידים גדולה יותר**

מזו של הקבוצה שהיו בה 15 **תלמידים .**

<u>ניתן גם לענות על הסעיף השני בחישוב מפורט:</u>

ב. סטיית התקן של הקבוצה שבה 15 **תלמידים היא** 0.8 **והממוצע** 7.5

לכן: $0.8=\sqrt{\frac{(x_1-7.5)^2+(x_2-7.5)^2+...+(x_{15}-7.5)^2}{15}}$

נמצא את ערך הביטוי שבמונה בתוך השורש.

$$(0.8)^2=\left(\sqrt{\frac{(x_1-7.5)^2+(x_2-7.5)^2+...+(x_{15}-7.5)^2}{15}}\right)^2$$

$$0.64=\frac{(x_1-7.5)^2+(x_2-7.5)^2+...+(x_{15}-7.5)^2}{15} \quad /\cdot 15$$

$$\boxed{9.6=(x_1-7.5)^2+(x_2-7.5)^2+...+(x_{15}-7.5)^2}$$

נחשב סטיית התקן החדשה, לאחר שנוספו שני תלמידים,

בהתאם לסעיף א' שמראה כי הממוצע לא השתנה,

כאשר במהלך חישובה נציב את הביטוי שבמסגרת

$$S=\sqrt{\frac{(x_1-7.5)^2+(x_2-7.5)^2+...+(x_{15}-7.5)^2+(6-7.5)^2+(9-7.5)^2}{17}}$$

$$S=\sqrt{\frac{9.6+2.25+2.25}{17}}$$

$$S=\sqrt{\frac{14.1}{17}}$$

$$S=\sqrt{0.829}$$

$$S=0.911$$

אנו רואים שסטית התקן גדלה (לעומת 0.8 **).**

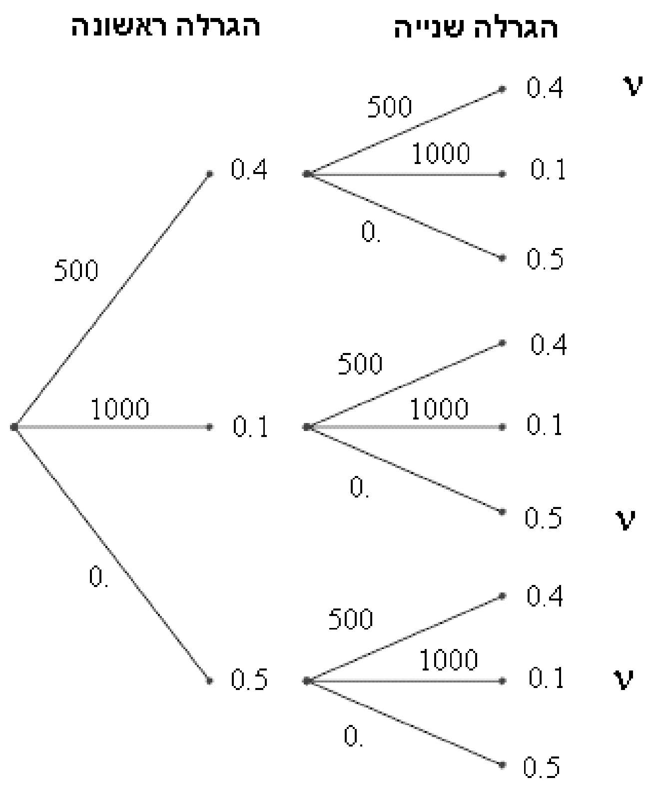
בהגרלה מסוימת ההסתברות לזכות ב- 500 **שקל היא** 0.4 **,**

ההסתברות לזכות ב- 1000 **שקל היא** 0.1 **, וההסתברות שלא לזכות כלל היא** 0.5 **.**

נציג הנתונים על עץ אפשרויות,

כאשר ההסתברויות לא משתנות בין ההגרלה הראשונה להגרלה השנייה.

האפשרויות הרצויות מסומנות ב- V



$$P(1000) = P(500\ in\ 1) \cdot P(500\ in\ 2) + P(1000\ in\ 1) \cdot P(0\ in\ 2) + P(0\ in\ 1) \cdot P(1000\ in\ 2)$$

$$P(1000) = 0.4 \cdot 0.4 + 0.1 \cdot 0.5 + 0.5 \cdot 0.1$$

$$P(1000) = 0.26$$

תשובה: ההסתברות שיזכה בדיוק ב- 1000 שקל **בסך הכול היא** 0.26