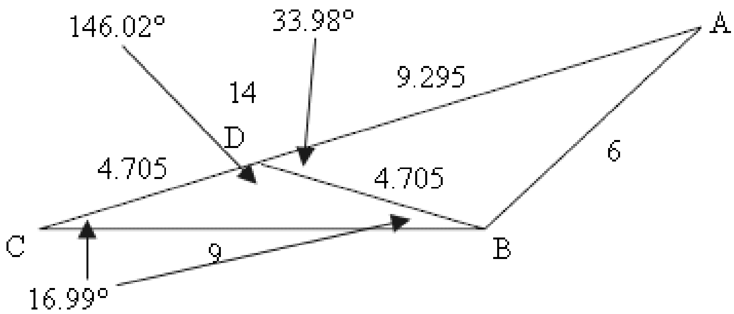


א. ניעזר במשפט קוסינוסים ב- ΔABC

$$\underline{\Delta ABC}$$
$$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cos \mathbf{R}ACB$$
$$6^2 = 14^2 + 9^2 - 2 \cdot 14 \cdot 9 \cdot \cos \mathbf{R}ACB$$
$$-241 = -252 \cos \mathbf{R}ACB$$
$$\cos \mathbf{R}ACB = 0.9563$$
$$\boxed{\mathbf{R}ACB = 16.99°}$$

ולכן גם $DC = 4.705$ **ובהתאם:** $AD = AC - DC = 14 - 4.705 = 9.295$

תשובה: $\mathbf{R}ACB = 16.99°$

ב. נתון כי $DC = DB$ **, לכן** $\mathbf{R}DBC = \mathbf{R}ACB = 16.99°$ **,**

ובהתאם: $\mathbf{R}BDC = 180° - 2 \cdot 16.99° = 146.02°$

$\mathbf{R}ADB$ **זווית צמודה ולכן** $\mathbf{R}ADB = 33.98°$

נמצא את DB **באמצעות משפט הסינוסים**

$$\underline{\Delta BDC}$$
$$\frac{DB}{\sin \mathbf{R}CDB} = \frac{BC}{\sin \mathbf{R}CDB}$$
$$\frac{DB}{\sin 16.99°} = \frac{9}{\sin \mathbf{R}146.02°}$$
$$DB = \frac{9 \cdot \sin 16.99°}{\sin \mathbf{R}146.02°}$$
$$\boxed{DB = 4.705}$$

ולכן גם $DC = 4.705$ **ובהתאם:** $AD = AC - DC = 14 - 4.705 = 9.295$

נמצא את שטח המשולש באמצעות הנוסחה: $S = \frac{ab \sin g}{2}$

בהתאם: $S_{\Delta ABD} = \frac{4.705 \cdot 9.295 \sin 33.98°}{2} = 12.22$

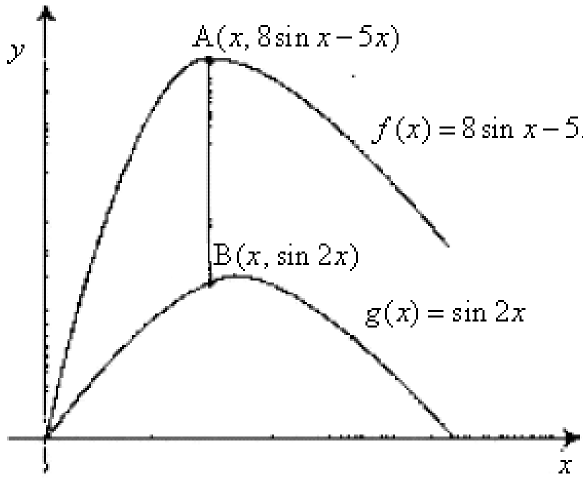
תשובה: שטח ΔABD **הוא** 12.22 **סמ"ר**

נתונה הפונקציות $f(x)=8\sin x-5x$ **ו-** $g(x)=\sin 2x$ **בתחום** $0\le x\le \frac{p}{2}$ **.**

לצורך זיהוי הפונקציות נציב $x=\frac{p}{4}$ **, שנמצא בתחום הנתון**

$$f(\frac{p}{4})=8\sin\frac{p}{4}-5\cdot\frac{p}{4}=1.73 \quad , \quad g(\frac{p}{4})=\sin(2\cdot\frac{p}{4})=1$$

לכן, $f(x)=8\sin x-5x$ **היא הפונקציה העליונה ו-** $g(x)=\sin 2x$ **הפונקציה התחתונה**



נסמן את שיעור ה- x **של הנקודה** A **ב-** x

שיעורי הנקודה A **הנמצאת על** $f(x)$ **הם** $A(x, 8\sin x-5x)$

AB **מקביל לציר ה-** y **ולכן** $x_B=x_A=x$

שיעורי הנקודה B **הנמצאת על** $g(x)$ **הם** $B(x,\sin 2x)$

הפונקציה שיש להביא ל*מקסימום* **היא** AB

AB **מקביל לציר** y **ולכן:**

$$AB = y_B - y_A$$

$$\boxed{AB(x) = 8\sin x-5x-\sin 2x}$$

$$\boxed{AB(x)=8\sin x-5x-\sin 2x}$$

$$\boxed{AB'(x)=8\cos x-5-2\cos 2x}$$

$$0=8\cos x-5-2\cos 2x$$

$$0=8\cos x-5-2(2\cos^2 x-1) \quad \leftarrow \cos 2a = 2\cos^2 a -1$$

$$0=8t-5-2(2t^2-1) \quad \leftarrow \boxed{t=\cos x}$$

$$0=8t-5-4t^2+2$$

$$4t^2-8t+3=0$$

$$x_{1,2}=\frac{8\pm 4}{8}$$

$$t_1=1.5 \quad \rightarrow \cancel{\cos x=1.5} \quad \leftarrow -1\le \cos a \le 1$$

$$t_2=0.5 \quad \rightarrow \cos x=0.5 \quad \rightarrow x=\pm\frac{p}{3}+2pk$$

$$\boxed{x=\frac{p}{3}} \quad \leftarrow 0\le x\le \frac{p}{2}$$

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון

$$AB'(\frac{p}{6})=8\cos\frac{p}{6}-5-2\cos\frac{p}{3}=0.93>0$$

$$AB'(0.4p)=8\cos 0.4p-5-2\cos 0.8p=-0.91<0$$

0	$\frac{p}{6}$	$\frac{p}{3}$	$0.4p$	x
	+	0	**-**	y'
	$\nearrow$	**Max**	$\searrow$	**מסקנה**

תשובה: $x=\frac{p}{3}$ **יביא את אורך הקטע** AB **למקסימום**

יש לפתור את המשוואה: $4(\frac{2}{3})^x - 9(\frac{3}{2})^x = 5$

$$4(\frac{2}{3})^x - 9(\frac{3}{2})^x = 5$$

$$\Leftrightarrow 4(\frac{3}{2})^{-x} - 9(\frac{3}{2})^x = 5 \qquad \leftarrow (a^x) = (\frac{1}{a})^{-x}$$

$$\Leftrightarrow \frac{4}{(\frac{3}{2})^x} - 9(\frac{3}{2})^x = 5 \qquad \leftarrow (a^x) = (\frac{1}{a})^{-x}$$

$$\Leftrightarrow \frac{4}{t} - 9t = 5 \qquad \leftarrow t = (\frac{3}{2})^x$$

$$\Leftrightarrow 4 - 9t^2 = 5t$$

$$\Leftrightarrow 9t^2 + 5t - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow t_{1,2} = \frac{-5 \pm 13}{18}$$

$$\Leftrightarrow t_1 = \frac{4}{9} \quad \rightarrow (\frac{3}{2})^x = \frac{4}{9} \quad \rightarrow (\frac{3}{2})^x = (\frac{3}{2})^{-2} \quad \rightarrow \boxed{x = -2}$$

$$\Leftrightarrow t_2 = -1 \quad \rightarrow \cancel{(\frac{3}{2})^x = -1} \qquad \leftarrow (\frac{3}{2})^x > 0$$

תשובה: $x = -2$

יש לפתור את האי-שוויון $\log_{\frac{1}{3}}(x-5) > -2$

תחום הגדרה –

$$x-5>0$$

$$\boxed{x>5}$$

$$\log_{\frac{1}{3}}(x-5) > -2$$

$$\Leftrightarrow \log_{\frac{1}{3}}(x-5) > \log_{\frac{1}{3}}\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$$

כאשר הבסיס בין 0 **ל-** 1 **הפונקציה יורדת, לכן:**

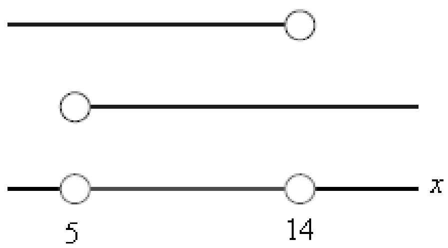
$$\Leftrightarrow x-5 < \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$$

$$\Leftrightarrow x-5 < 3^2$$

$$\Leftrightarrow x-5 < 9$$

$$\Leftrightarrow x < 14$$

נחתוך עם תחום ההגדרה:



תשובה: $5 < x < 14$

א. נתונה הפונקציה $y=\sqrt{-x^2+4x+a}$.

שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x=1$ **הוא** $\frac{1}{\sqrt{8}}$

לכן $y'(1)=\frac{1}{\sqrt{8}}$

$$y'=\frac{-2x+4}{2\sqrt{-x^2+4x+a}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{8}}=\frac{-2\cdot1+4}{2\sqrt{-1^2+4\cdot1+a}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{8}}=\frac{\cancel{2}1}{\cancel{2}\sqrt{3+a}} \quad /()^2$$

$$\frac{1}{8}=\frac{1}{3+a}$$

$$3+a=8$$

$$\boxed{a=5}$$

תשובה: $a=5$

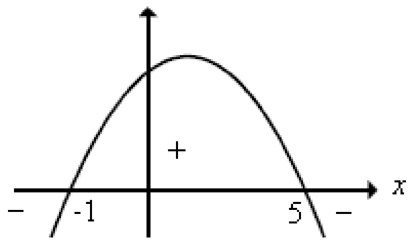
נציב $a=5$ **ונקבל** $\boxed{y=\sqrt{-x^2+4x+5}}$

ב. נמצא את תחום ההגדרה (ביטוי בתוך השורש אי-שלילי)

$$\boxed{-x^2+4x+5\geq0}$$

$$x_{1,2}=\frac{-4\pm6}{-2}$$

$$x=5,-1$$



תחום ההגדרה: $-1\leq x\leq5$

ג. ערכי הפונקציה בקצוות הם 0 (כל הביטוי בתוך השורש מתאפס)

לכן $(5,0)$, $(-1,0)$ **הם נקודות הקצה**

למעשה, מכיוון והפונקציה היא אי-שלילית בתחום $-1 \le x \le 5$

הרי ש- $(5,0)$, $(-1,0)$ **יהיו נקודות מינימום מוחלט**

נמצא את נקודות קיצון פנימיות:

$$\boxed{y=\sqrt{-x^2+4x+5}}$$

הביטוי בתוך השורש הוא של פונקציה ריבועית, שהגרף שלה הוא פרבולה בעלת מקסימום.

המקסימום מתקבל כאשר $x=-\frac{b}{2a}=-\frac{4}{-2}=2$

נמצא את ערך הפונקציה בנקודת המקסימום: $y=\sqrt{-2^2+4\cdot 2+5}=3$

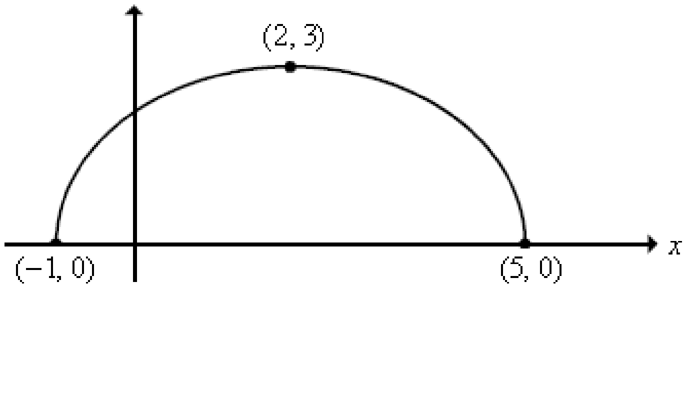
לכן נקודת המקסימום המוחלט $(2,3)$

נמחיש את דרך הפיתרון בטבלה בעזרת ערכי הפונקציה

x	5		2		-1
y	0	**-**	3	**+**	0
מסקנה	**Min**	↘	**Max**	↗	**Min**

תשובה: $(5,0)$, $(-1,0)$ **מינימום מוחלט,** $(2,3)$ **מקסימום מוחלט**

ד. <u>הסקיצה המתאימה</u>



א. נגזור את הפונקציה $y=2x\ln x$

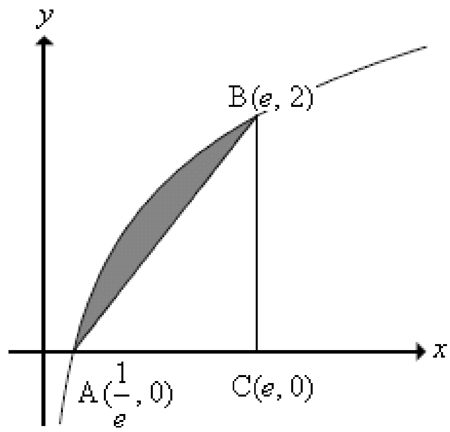
$$y'=2(1\cdot\ln x+x\cdot\frac{1}{x}) \quad \leftarrow (uv)'=u'v+uv'$$

$$y'=2(\ln x+1)$$

$$\boxed{y'=2\ln x+2}$$

תשובה: $y'=2\ln x+2$

ב. נביא את הציור המלא, שיוסבר בהמשך.



נמצא את נקודת החיתוך של $y=\ln x+1$ **עם ציר ה-** x

$$\ln x+1=0$$

$$\ln x=-1$$

$$x=e^{-1}$$

$$\boxed{x=\frac{1}{e}}$$

לכן, נקודת החיתוך היא $\mathrm{A}(\frac{1}{e},0)$

נמצא את שיעורי נקודה B **:** $y=\ln e+1=1+1=2$

לכן: $\mathrm{B}(e,2)$

נסמן: $\mathrm{C}(e,0)$

השטח האפור הוא : $S=S_1-S_{\Delta\mathrm{ABC}}$

כאשר S_1 **הוא השטח ששבין הפונקציה לציר ה-** x

$$S_{\Delta\mathrm{ABC}}=\frac{\mathrm{AC}\cdot\mathrm{BC}}{2}=\frac{(e-\frac{1}{e})\cdot 2}{2}=\frac{e^2-1}{e}$$

נכין טבלה לסיוע בחישוב שטח S_1

פונקציה עליונה	$y = \ln x + 1$
פונקציה תחתונה	$y = 0$
x **גדול**	$x = e$
x **קטן**	$\frac{1}{e}$

נחשב את השטח המבוקש

ניעזר בסעיף א', ממנו ניתן ללמוד כי $\int 2(\ln x + 1)\, dx = 2x\ln x + C$

בהתאם: $\int (\ln x + 1)\, dx = x\ln x + C$

$$S_1 = \int_{\frac{1}{e}}^{e} (\ln x + 1)dx$$

$$S_1 = x\ln x \Big]_{\frac{1}{e}}^{e}$$

$$S_1 = e\ln e - \frac{1}{e}\ln\frac{1}{e}$$

$$S_1 = \quad = (e \cdot 1 - \frac{1}{e}(-1)) =$$

$$S_1 = e + \frac{1}{e}$$

$$\boxed{S_1 = \frac{e^2 + 1}{e}}$$

כאמור: $S = S_1 - S_{\Delta ABC}$

$$S = \frac{e^2 + 1}{e} - \frac{e^2 - 1}{e}$$

$$S = \frac{e^2 + 1 - e^2 + 1}{e}$$

$$\boxed{S = \frac{2}{e}}$$

תשובה: $\frac{2}{e}$