א.נתונה המשוואה:

$$a(1+x)+2=a^2(1-x)$$

יש למצוא עבור אילו ערכי a **יש למשוואה אינסוף פתרונות**

נמצא את פתרון המשוואה

$$a(1+x)+2=a^2(1-x)$$
$$a+ax+2=a^2-a^2x$$
$$a^2x+ax+2=a^2-a-2$$
$$\boxed{a(a+1)x=(a-2)(a+1)}$$

כאשר $a=-1$ **נקבל** $0x=0$ **שהוא פסוק אמת**

תשובה: עבור $a=-1$ **יש למשוואה אין-סוף פתרונות**

ב. יש למצוא עבור אילו ערכי a **אין פתרון למשוואה:**

כאשר $a=0$ **נקבל** $0x=-2$ **שהוא פסוק שקר**

תשובה: עבור $a=0$ **אין פתרון למשוואה**

ג. עבור $a\neq 0,-1$ **יש למשואה פתרון יחיד**

הפתרון היחיד הוא

$$x=\frac{(a-2)(a+1)}{a(a+1)}$$
$$\boxed{x=\frac{a-2}{a}}$$

תשובה: עבור $a\neq 0,-1$ **יש למשוואה פתרון יחיד**

ד. יש למצוא עבור אילו ערכים של a **הפתרון היחיד של המשוואה מקיים** $x^2-1>0$

$$(\frac{a-2}{a})^2-1>0$$
$$\frac{(a-2)^2}{a^2}-1>0$$
$$\frac{a^2-4a+4-a^2}{a^2}>0 \quad /\cdot a^2>0$$
$$4-4a>0$$
$$-4a>-4 \quad /:-4<0$$
$$\boxed{a<1}$$

ובחיתוך עם התחום בו יש למשוואה פתרון יחיד, נקבל $a<1$, $\quad a\neq 0,-1,$

תשובה: $a<1$, $\quad a\neq 0,-1,$

א. הסדרה מוגדרת לכל n טבעי על ידי כלל הנסיגה:

$$\begin{cases} a_1 = 6 \\ a_{n+1} = 5n + 4 - a_n \end{cases}$$

יש להוכיח כי $a_{n+2} - a_n = 5$

נפעיל פעמיים את כלל הנסיגה:

$$a_{n+2} = 5(n+1) + 4 - a_{n+1}$$
$$a_{n+2} = 5n + 5 + 4 - (5n + 4 - a_n)$$
$$a_{n+2} = 5n + 5 + 4 - 5n - 4 + a_n$$
$$\boxed{a_{n+2} - a_n = 5}$$

הוכח

ב. כלומר ההפרש בין כל זוג איברים עם דילוג ביניהם, לא תלוי ב- n.

כלומר סדרת האיברים הזוגיים היא סדרה חשבונית עם $d = 5$

וגם סדרת האיברים האי-זוגיים היא סדרה חשבונית עם $d = 5$ **ובה** $a_1 = 6$

יש לחשב את סכום 15 **האיברים הראשונים במקומות האי-זוגיים בסדרה**

ניעזר בנוסחת הסכום של סדרה חשבונית.

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + d(n-1))$$

סכום 15 **האיברים במקומות האי-זוגיים:** $S_{15} = \frac{15}{2}(2 \cdot 6 + 5(15-1)) = 615$

תשובה: 615

ג. יש למצוא את סכום 30 **האיברים הראשונים בסדרה**

נמצא את a_2 **באמצעות כלל הנסיגה:**

$$a_2 = 5 \cdot 1 + 4 - a_1$$
$$a_2 = 9 - 6$$
$$\boxed{a_2 = 3}$$

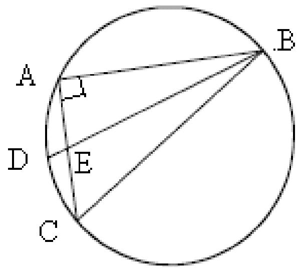
ניעזר בנוסחת הסכום של סדרה חשבונית.

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + d(n-1))$$

סכום 15 **האיברים במקומות הזוגיים:** $S_{15} = \frac{15}{2}(2 \cdot 3 + 5(15-1)) = 570$

סכום 30 **האיברים הראשונים בסדרה שווה, אם כך,:** $615 + 57 = 1185$

תשובה: סכום 30 **האיברים הראשונים בסדרה:** 1,185



<u>נתונים</u>

1. $AB \perp BC$

2. $\overset{\frown}{AD} = \overset{\frown}{CD}$

3. $AC =$ **ס"מ** 18

4. **רדיוס המעגל הוא** 15 **ס"מ**

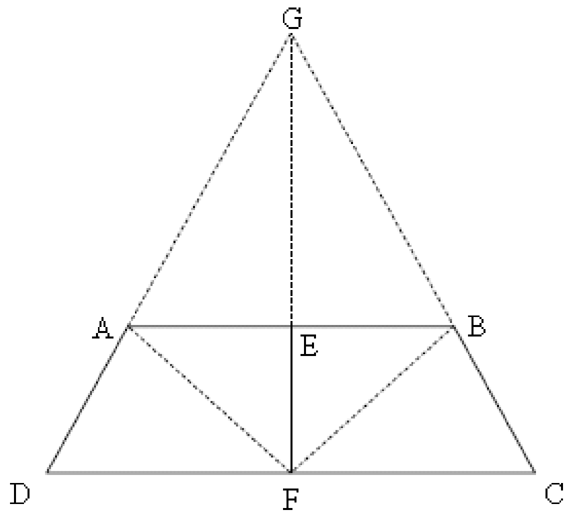
צ"ל:

א. האורך של CE .

ב. האורך של EB **ואת האורך של** ED

הוכחה

הסבר		טענה	נימוק
1	5	$AB \perp BC$	נתון
5	6	BC קוטר	מיתר נשען על זווית היקפית ישרה הוא קוטר
4	7	רדיוס המעגל הוא 15 ס"מ	נתון
6,7	8	$BC =$ 30 ס"מ	הקוטר שווה לשני רדיוסים
3	9	$AC =$ 18 ס"מ	נתון
5	10	$BC^2 = AC^2 + AB^2$	משפט פיתגורס ΔABC
8,9,10	11	$30^2 = 18^2 + AB^2$	הצבה
11	12	$AB =$ 24 ס"מ	חישוב
2	13	$\overset{\frown}{AD} = \overset{\frown}{CD}$	נתון
13	14	BD חוצה $\angle ABC$	על קשתות שוות נשענות זוויות היקפיות שוות
14	15	$\frac{AE}{EC} = \frac{AB}{BC}$	משפט חוצה זווית ב- ΔABC
8,9,12,15	16	$\frac{AE}{18 - AE} = \frac{24}{30}$	הצבה
16	17	$AE =$ 8 ס"מ	חישוב
9,17	18	$CE =$ 10 ס"מ	חישוב
מ.ש.ל. א			
5	19	$BE^2 = AE^2 + AB^2$	משפט פיתגורס ΔABE
12,17	20	$BE^2 = 8^2 + 24^2$	הצבה
20	21	$BE =$ 25.30 ס"מ	חישוב
מ.ש.ל. ב (1)			
9,10	22	$AE \cdot EC = BE \cdot DE$	שני מיתרים נחתכים במעגל, כך שמכפלת קטעי האחד שווה למכפלת קטעי השני
9,17,21	23	$8 \cdot 18 = 25.3 \cdot DE$	הצבה
23	24	$DE =$ 3.16 ס"מ	חישוב
מ.ש.ל. ב (2)			



__נתונים__

.1 ABCD **טרפז שווה שוקיים** (AD = BC)

.2 DF = FC

.3 AE = EB

עבור ג

.4 A **אמצע** DG

צ"ל:

א. (1) AF = FB **(2)** EF **מאונך לבסיסי הטרפז**

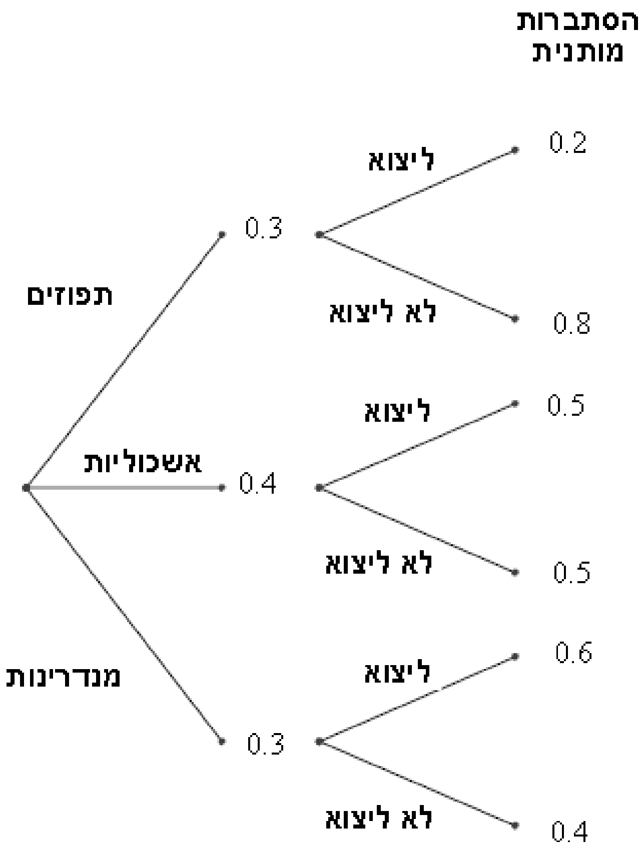
ב. GEF **הוא קו ישר**

ג. חישוב היחס $\frac{AE}{DC}$

<u>הוכחה</u>

הסבר		טענה	נימוק
		נביט על $\triangle CBF$ ו- $\triangle DAF$ ונראה שהם חופפים	
1	5	$AD = BC$ (צ)	נתון
1	6	$ABCD$ טרפז שווה שוקיים	נתון
6	7	$\angle D = \angle C$ (ז)	זוויות בסיס שוות בטרפז שווה שוקיים
2	8	$DF = FC$ (צ)	נתון
5,7,8	9	$\triangle CBF \cong \triangle DAF$	משפט חפיפה 1 (צ.ז.צ)
9	10	$AF = FB$	צ.מ.ב.ח.
		מ.ש.ל. א (1)	
11	11	$AE = EB$	נתון
10,11	12	$\boxed{FE \perp AB}$	התיכון לבסיס במש"ש הוא גם גובה
12	13	$\angle FEA = 90°$	הגובה יותר זווית ישרה
6	14	$AB \parallel CD$	בסיסי הטרפז מקבילים זה לזה
13,14	15	$\angle EFC = 90°$	זוויות מתחלפות שוות בין ישרים מקבילים
15	16	$\boxed{FE \perp CD}$	הזווית ביניהם ישרה
		מ.ש.ל. א (2)	
11,12	17	$\angle C = a$	סימון
13,17	18	$\angle CGF = 90° - a$	סכום זוויות ב- $\triangle CGF$ הוא $180°$
14,17	21	$\angle GBE = \angle C = a$	זוויות מתאימות שוות בין ישרים מקבילים
20	21	$\angle BGE = 90° - a$	סכום זוויות ב- $\triangle BGE$ הוא $180°$
18,21	22	GF מתלכד עם GE	הזוויות שוות
22	23	GEF הוא קו ישר	
		מ.ש.ל. ב	
9,10	24	A אמצע DG	נתון
14,24	25	AB קטע אמצעים $\triangle DGC$	יוצא מאמצע צלע ומקביל לצלע שממול
25	26	$\frac{AB}{DC} = \frac{1}{2}$	קטע אמצעים שווה למחצית הצלע שממול
11,25	27	$\frac{AE}{DC} = \frac{1}{4}$	חישוב
		מ.ש.ל. ג	

נציג הנתונים על עץ אפשרויות



א. נגדיר את המאורעות המתאימים:

F_1 **- ארגז תפוזים**

F_2 **- ארגז אשכוליות**

F_3 **- ארגז מנדרינות**

X **- ליצוא**

נתון: $P(F_1) = 0.3, \quad P(F_1) = 0.4$

לכן: $P(F_3) = 1 - (P(F_1) + P(F_2)) = 0.3$

ההסתברות שארגז מוצא יהיה עם פתק ליצוא

$$P(X) = P(F_1) \cdot P(I/F_1) + P(F_2) \cdot P(I/F_2) + P(F_3) \cdot P(I/F_3)$$
$$P(X) = 0.3 \cdot 0.2 + 0.4 \cdot 0.5 + 0.3 \cdot 0.6$$
$$P(X) = 0.44$$

תשובה: ההסתברות שארגז שנבחר באקראי יהיה ליצוא 0.44

ב. נדרשת ההסתברות שארגז שנבחר עם פתק ליצוא – יהיה ללא תפוזים.

זו הסתברות זהה לכך שארז זה יהיה עם אשכוליות או מנדרינות, כלומר: $P(F_2/X)+P(F_3/X)$

ניעזר בנוסחת בייס:

$$P(F_2/X)=\frac{P(X/F_2)\cdot P(F_2)}{P(X)}$$

$$P(F_2/X)=\frac{0.5\cdot 0.4}{0.44}$$

$$\boxed{P(F_2/X)=\frac{5}{11}}$$

$$P(F_3/X)=\frac{P(X/F_3)\cdot P(F_3)}{P(X)}$$

$$P(F_3/X)=\frac{0.6\cdot 0.3}{0.44}$$

$$\boxed{P(F_3/X)=\frac{9}{22}}$$

$$P(F_2/I)+P(F_3/I)=\frac{5}{11}+\frac{9}{22}=\frac{19}{22}$$

תשובה: ההסתברות שארגז ליצוא, שנבחר באקראי, אינו מכיל תפוזים היא $\frac{19}{22}$ **.**

ג. ב- 1% **מן הארגזים בבית האריזה יש פירות פגומים.**

לכן $P(\text{valid})=0.99$

בהתאם לסעיף ב': $P(\text{export})=0.44$

לכן ההסתברות של ארגז, שנבחר באקראי, להיות ליצוא ללא פגומים

היא $p=0.99\cdot 0.44=0.4356$ **.**

נדרשים ארבע ארגזים כאלו ולכן יש כאן התפלגות בינומית.

מכיוון ורוצים שכל ארבעת הארגזים יהיו ליצוא ללא פירות פגומים, אז:

$$p_4(4)=0.4356^4=0.036$$

תשובה: ההסתברות שארבעה ארגזים שנבחרו באקראי יהיו ליצוא וללא פגומים היא 0.036 **.**

א. נגדיר את הקבוצות הבאות:

S - **קבוצת הסטודנטים בחוג למתמטיקה באוניברסיטה**

A **- קבוצת הסטודנטים של החוג העוסקים בספורט**

$\overline{A}$ **- קבוצת הסטודנטים של החוג שלא עוסקים בספורט**

B **- קבוצת הסטודנטים של החוג שהצליחו בלימודים**

$\overline{B}$ **- קבוצת הסטודנטים של החוג שלא הצליחו בלימודים**

<u>נתונים ומשמעויות</u>

$P(B/A) > P(B/\overline{A})$ **- לכן יש קשר סטטיסטי,**

אולם לא בהכרח קיים קשר סיבתי, שכן ייתכנו גורמים מתווכים נוספים.

דוגמאות אפשריות: מין הסטודנט, בריאות הסטודנט, ציוניו בבית-הספר העל יסודי וכו'.

בכל מקרה, במחקר הבודק שני גורמים בלבד – לא ייתכן למצוא קשר סיבתי.

תשובה: לא ניתן לקבוע בוודאות כי בספורט מביא להצלחה בלימודים בחוג למתמטיקה

ב. (1) $\frac{P(A)}{P(B)} = \frac{5}{6} \rightarrow \frac{N(A)}{N(B)} = \frac{5}{6} =$

$$P(\overline{A}/B) = \frac{1}{3} \rightarrow P(A/B) = \frac{2}{3}$$

$$P(B) = m \rightarrow P(\overline{B}) = 1 - m$$

<u>פיתוח נוסחאות פרופורציה מותנית</u>

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{P(A \cap B)}{m}$$

$$\boxed{P(A \cap B) = \frac{2}{3}m}$$

תשובה: פרופורציית הסטודנטים המצליחים בלימודים וגם עוסקים בספורט היא $\frac{2}{3}m$

(2) דני הוא סטודנט בחוג למתמטיקה העוסק בספורט

$$P(B/A)=\frac{P(B\cap A)}{P(A)}$$

$$P(B/A)=\frac{\frac{2}{3}m}{\frac{5}{6}m} \quad \leftarrow \frac{P(A)}{P(B)}=\frac{5}{6}$$

$$\boxed{P(B/A)=0.8}$$

תשובה: הסיכוי שדני מצליח בלימודיו הוא 0.8**.**