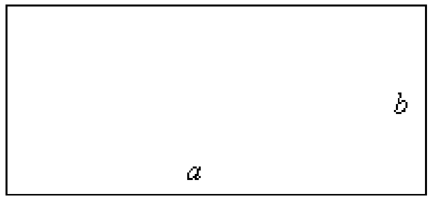
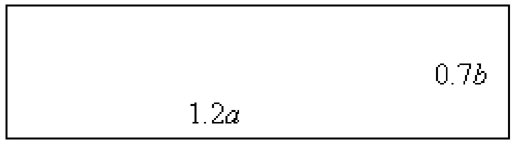
נציג את הנתונים על ציור מתאים ונסביר:

מלבן מקורי



מלבן חדש



כאשר מגדילים צלע שאורכה a **ב-** 20% **אחוזים,**

אז האורך החדש הוא $\frac{100+20}{100}\cdot a=1.2a$

כאשר מקטינים צלע שאורכה b **ב-** 30% **אחוזים,**

אז האורך החדש הוא $\frac{100-30}{100}\cdot b=0.7b$

תשובה: $0.7b$, $1.2a$ **.**

ב. שטח מלבן הוא מכפלת האורך ברוחב. יום ראשון מבאר שבע לצומת סיירים (בתרגיל זה הם נקראים צלעות המלבן).

$$S=1.2a\cdot 0.7b$$

$$\boxed{S=0.84ab}$$

תשובה: שטח המלבן החדש הוא $0.84ab$ **.**

ג. שטח המלבן החדש הוא 12.6 **סמ"ר**

לכן, על פי סעיף ב:

$$0.84ab=12.6 \quad /:0.84$$

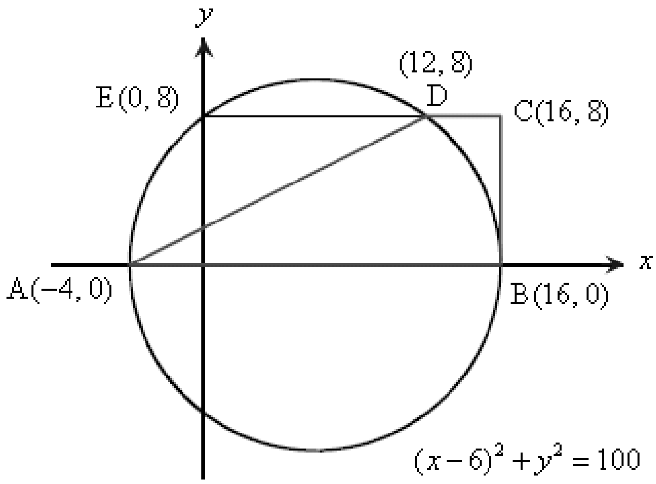
$$\boxed{ab=15}$$

שטח המלבן המקורי הוא מכפלת צלעותיו, כלומר ab **.**

מכאן ששטח המלבן המקורי הוא 15 **סמ"ר .**

תשובה: 15 **סמ"ר .**

נעדכן את הציור ונסביר בהמשך:



א. משוואת המעגל היא $(x-6)^2 + y^2 = 100$

נקודות A **ו-** B **נמצאות על ציר ה-** x **, לכן נציב** $y = 0$ **ונקבל:**

$$(x-6)^2 + 0^2 = 100$$
$$x^2 - 12x + 36 = 100$$
$$x^2 - 12x - 64 = 0$$
$$x_{1,2} = \frac{12 \pm 20}{2}$$
$$x_{1,2} = 16, \quad -4$$

ובהתאם: $B(16, 0)$ **,** $A(-4, 0)$

נקודה E **נמצאת על ציר ה-** y **, לכן נציב** $x = 0$ **:**

$$(0-6)^2 + y^2 = 100$$
$$36 + y^2 = 100$$
$$y^2 = 64$$
$$y = \pm 8$$

הנקודה E **בחלקו החיובי של ציר ה-** y **, ולכן** $E(0, 8)$ **.**

תשובה: $A(-4, 0)$ **,** $B(16, 0)$ **,** $E(0, 8)$ **.**

ב. מהנקודה E **העבירו ישר, המקביל לציר ה-** x **, ולכן משוואתו** $y=8$ **.**

נציב $y=8$ **במשוואת המעגל**

$$(x-6)^2+8^2=100$$
$$x^2-12x+36+64=100$$
$$x^2-12x=0$$
$$x_{1,2}=\frac{12\pm12}{2}$$
$$x_{1,2}=12,\quad 0$$

ולכן שיעורי $D(12,8)$**.**

מהנקודה D **האריכו את הישר** ED **עד נקודה** C**, כך ש-** $ED=3DC$ **.**

כיוון ש: $ED=12-0=12$**, הרי ש:** $DC=4$ **ובהתאם:** $C(16,8)$ **.**

תשובה: $D(12,8)$ **,** $C(16,8)$ **.**

ג. הנוסחה לשטח הטרפז היא: $S=\frac{(AB+CD)\cdot BC}{2}$

אורך גובה הטרפז, $BC=8-0=8$**, כי** BC **מאונך לציר ה-** x **.**

אורכי בסיסי הטרפז: $AB=16-(-4)=20,\quad CD=16-12=4$

$$S=\frac{(20+4)\cdot8}{2}=96$$

תשובה: שטח הטרפז הוא 96 **יח"ר .**

א. נתונה הפונקציה $f(x)=a\sqrt{x}-4x$

אחת מנקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x **היא** $x=2\frac{1}{4}$**,**

לכן הפונקציה עוברת בנקודה $(2\frac{1}{4},\,0)$**.**

נציב את שיעורי הנקודה בתבנית הפוקנצייה:

$$0=a\sqrt{2\frac{1}{4}}-4\cdot 2\frac{1}{4}$$
$$0=1.5a-9$$
$$-1.5a=-9$$
$$\boxed{a=6}$$

תשובה: $a=6$

בהתאם, הפונקציה הנתונה היא: $\boxed{f(x)=6\sqrt{x}-4x}$

ב. הביטוי שבתוך השורש אינו יכול להיות שלילי,

לכן תחום ההגדרה $x\geq 0$.

תשובה: $x\geq 0$ **.**

ג. נמצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה ואת סוגן

נמצא תחילה את שיעורי נקודת הקצה

$$\boxed{f(x)=6\sqrt{x}-4x}$$

$$x=0 \rightarrow f(0)=6\sqrt{0}-4\cdot 0=0 \quad \rightarrow (0,0)$$

עבור נקודת קיצון פנימית, יש למצוא את שיעור ה- x **שבו הנגזרת מתאפסת:**

$$f(x)=6\sqrt{x}-4x$$

$$f'(x)=\frac{\cancel{6}\,3}{\cancel{2}\sqrt{x}}-4$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{3-4\sqrt{x}}{\sqrt{x}}}$$

$$0=\frac{3-4\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$$

$$0=3-4\sqrt{x}$$

$$4\sqrt{x}=3 \quad /(\ )^2$$

$$16x=9$$

$$x=\frac{9}{16} \quad \rightarrow y=6\sqrt{\frac{9}{16}}-4\cdot\frac{9}{16}=2.25$$

ושיעורי הנקודה הם $(\frac{9}{16}, 2.25)$

נבנה טבלה, בעזרת ערכי הפונקציה, לזיהוי סוג הקיצון

x	$x>\frac{9}{16}$ $(x=2\frac{1}{4})$	$x=\frac{9}{16}$	$0<x<\frac{9}{16}$	0
y	0	2.25		0
מסקנה	↘	**Max**	↗	**Min**

בנקודה $(\frac{9}{16}, 2.25)$ **עוברים מעלייה לירידה ולכן זו נקודת מקסימום (מוחלט).**

בנקודת הקצה של תחום ההגדרה $(0,0)$ **מתקבל מינימום .**

תשובה: $(\frac{9}{16}, 2.25)$ **נקודת מקסימום ,** $(0,0)$ **נקודת מינימום .**

נכתב ע"י עפר ילין

א. נתון $f(x)=6-2x$ **: פונקציה ממעלה ראשונה של קו ישר .**

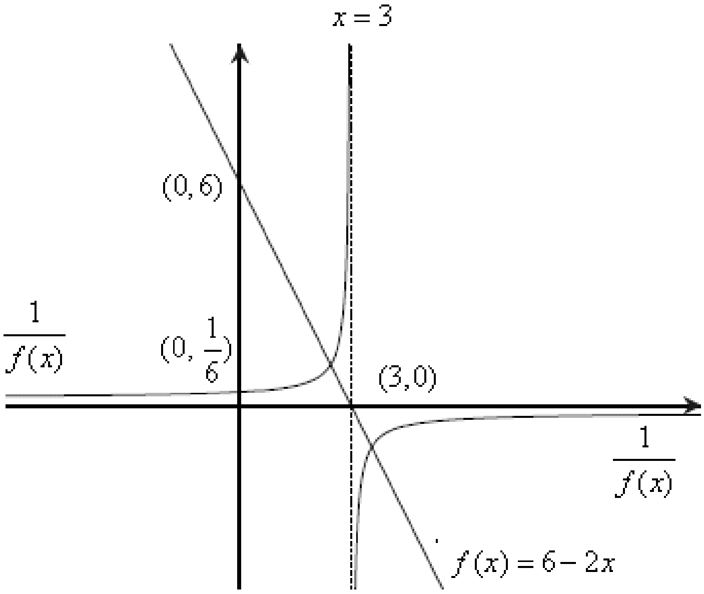
נמצא נקודות חיתוך עם ציר ה- x **- נציב** $f(x)=0$

$$0=6-2x \quad /+2x$$
$$2x=6 \quad /:2$$
$$x=3$$

ושיעורי הנקודה: $(3,0)$

נמצא נקודות חיתוך עם ציר ה- y **- נציב** $x=0$ **:**

$f(0)=6-2\cdot 0=6$ **ושיעורי הנקודה:** $(0,6)$ **ושל** $\frac{1}{f(x)}$ $(0,\frac{1}{6})$



ב. בהתאם לציור ניתן לראות שערכי הפונקציה $f(x)=6-2x$

שליליים, עבור $x>3$ **.**

כיוון ש - $\frac{1}{f(x)}$ **שלילית, כאשר** $f(x)$ **שלילית,**

אז גם: $\frac{1}{f(x)}$ **שלילית עבור** $x>3$

תשובה: $x>3$

ג. הסרטוט מופיע למעלה, בהתאם לעקרונות הבאים:

כאשר $f(x)=0$ **לפונקציה** $\frac{1}{f(x)}$ **יש אסימפטוטה אנכית**

כאשר $f(x)$ **יורדת אזי** $\frac{1}{f(x)}$ **עולה ו:** $\frac{1}{f(x)}$ **לא מקבלת את הערך** 0 **לכל** x **.**

א. נתונים הפרבולה $f(x)=4x^2+8x+4$ **והישר** $y=-2x$

נמצא את נקודות החיתוך בין שתי הפונקציות:

$$4x^2+8x+4=-2x$$
$$4x^2+10x+4=0$$
$$x_{1,2}=\frac{-10\pm 6}{8}$$
$$x=-0.5 \quad \rightarrow y=2\cdot(-0.5)=1$$
$$x=-2 \quad \rightarrow y=2\cdot(-2)=4$$

ובהתאם שיעורי נקודת החיתוך הם $(-0.5,1)$, $(-2,4)$.

תשובה: $(-0.5,1)$, $(-2,4)$.

ב. בנקודת החיתוך של $f(x)=4x^2+8x+4$ **עם ציר ה-** y **,** $x=0$

לכן שיעורי נקודת החיתוך עם ציר ה- y **הם** $(0,4)$ **.**

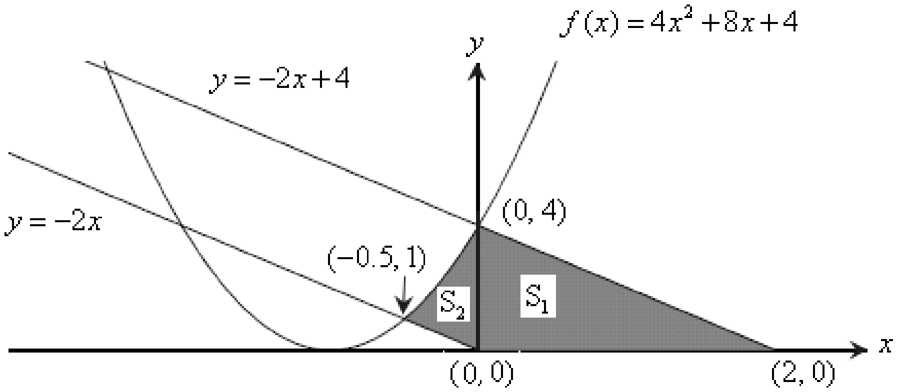
לישר $y=-2x$ **מעבירים מקביל דרך הנקודה** $(0,4)$ **.**

לישרים מקבילים שיפועים שווים, לכן שיפוע הישר המקביל הוא גם כן : $m=-2$ **.**

נמצא את משוואת הישר באמצעות הנוסחה: $y-y_1=m(x-x_1)$

$$y-4=-2(x-0)$$
$$y-4=-2x$$
$$\boxed{y=-2x+4}$$

תשובה: $y=-2x+4$ **.**



כאשר ציר ה- y **מפריד בין שני החלקים.**

נחשב את S_1 **באמצעות נוסחה לשטח משולש.**

נמצא את שיעורי נקודת החיתוך של $y=-2x+4$ **עם ציר ה-** x

$$-2x+4=0$$
$$-2x=-4 \quad /:(-2)$$
$$x=2$$

ובהתאם: $(2,0)$ **שיעורי נקודת החיתוך.** **ולכן:** $S_1=\frac{2\cdot 4}{2}=4$

נכין טבלה לסיוע בחישוב S_2:

	S_2
פונקציה עליונה	$f(x)=4x^2+8x+4$
פונקציה תחתונה	$y=-2x$
x **גדול**	$x=0$
x **קטן**	$x=-0.5$

$$S_2=\int_{-0.5}^{0}(4x^2+8x+4-(-2x))dx$$
$$S_2=\int_{-0.5}^{0}(4x^2+10x+4)dx$$
$$S_2=\frac{4x^3}{3}+\frac{10x^2}{2}+4x\Big]_{-0.5}^{0}$$
$$S_2=(\frac{4\cdot 0^3}{3}+5\cdot 0^2+4\cdot 0)-(\frac{4\cdot(-0.5)^3}{3}+5\cdot(-0.5)^2+4\cdot(-0.5))$$
$$S_2=0-(-0.92)$$
$$\boxed{S_2=0.92}$$

ובהתאם: $S=S_1+S_2=4+0.92=4.92$

תשובה: גודל השטח האפור הוא 4.92 **יח"ר**

נכתב ע"י עפר ילין

א. נתונה הפונקציה $f(x)=x(x^2-12)$

$\boxed{f(x)=x^3-12x}$

<u>נקודות קיצון וסוגן</u>

$\boxed{f'(x)=3x^2-12}$

$0=3x^2-12$

$-3x^2=-12 \quad /:(-3)$

$x^2=4$

$x=\pm 2$

$f(2)=2^3-12\cdot 2=-16 \qquad \to (2,-16)$

$f(2)=(-2)^3-12\cdot(-2)=16 \to (-2,16)$

נמצא את סוג הקיצון בעזרת נגזרת שנייה

$\boxed{f''(x)=6x}$

$f''(2)=6\cdot 2=12>0 \to \min$

$f''(-2)=6\cdot(-2)=-12<0 \to \max$

תשובה: $(2,-16)$ **מינימום,** $(-2,16)$ **מקסימום .**

ב. <u>נקודות החיתוך עם הצירים</u>

נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- y **,** $x=0$ **:**

$f(0)=0^3-12\cdot 0=0 \qquad \to (0,0)$

נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x **,** $y=0$

$0=x(x^2-12)$

$x=0 \to \boxed{(0,0)}$

$x^2-12=0$

$x^2=12$

$x=\sqrt{12} \to \boxed{(\sqrt{12},0)}$

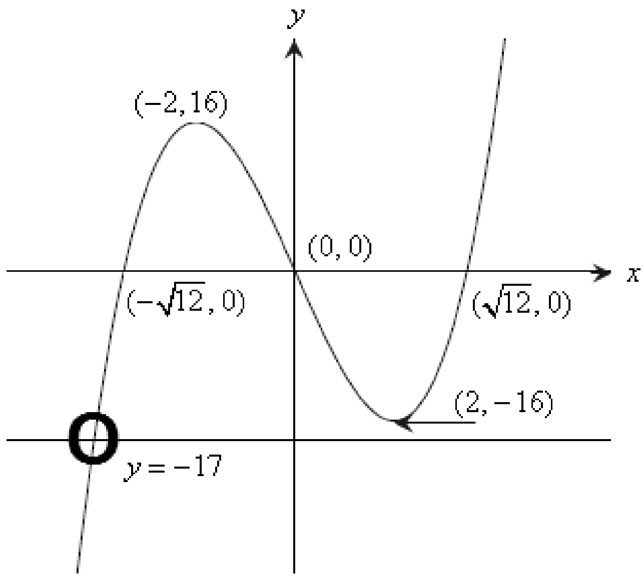
$x=-\sqrt{12} \to \boxed{(-\sqrt{12},0)}$

תשובה:

נקודות החיתוך עם ציר ה- x $(0,0)$ **,** $(\sqrt{12},0)$ **,** $(-\sqrt{12},0)$

נקודת החיתוך עם ציר ה- y $(0,0)$

ג. נציג סקיצה מתאימה, למענה על סעיף זה



הישר $y=-17$ **חותך את גרף הפונקציה בנקודה אחת.**

תשובה: נקודת חיתוך אחת