א. נסמן ב- x (קמ"ש) את מהירות הרכבת

בהתאם מהירותה <u>בחלק השני של היום</u> בו התעכבה היא $x+20$.

בחלק הראשון של היום המסוים נסעה שעתיים, המהירות הרגילה, ולכן עברה מרחק $2x$.

30 **הדקות בהן התעכבה הרכבת – הן מחצית השעה.**

לאחר מכן המשיכה את שארית הדרך, שאורכה הוא $720-2x$

$s=vt$ **- המרחק** (s) **שווה למהירות** (v) **כפול זמן** (t)

נשלים את הנתונים בטבלה.

משתתפים	התוואי	זמן t שעות	מהירות v קמ"ש	דרך-מרחק - s ק"מ
הרכבת בד"כ	כל הדרך	$\frac{720}{x}$	x	720
הרכבת ביום מסוים	חלק ראשון	2	x	$2x$
	עיכוב	0.5	-	-
	חלק שני	$\frac{720-2x}{x+20}$	$x+20$	$720-2x$

ביום מסוים הרכבת הגיעה ליעדה שעתיים מוקדם יותר מאשר היא מגיעה בדרך כלל

לכן המשוואה המתאימה: $2+0.5+\frac{720-2x}{x+20}+2=\frac{720}{x}$

נפתור את המשוואה:

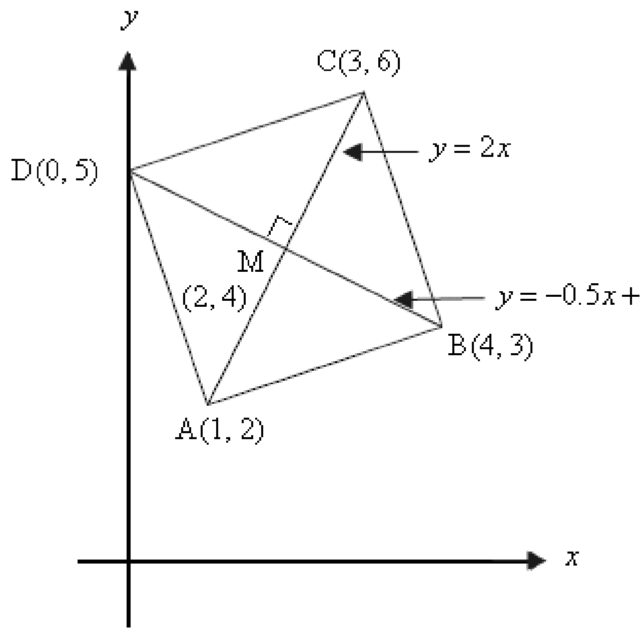
$$2+0.5+\frac{720-2x}{x+20}+2=\frac{720}{x}$$
$$4.5+\frac{720-2x}{x+20}=\frac{720}{x} \quad /\cdot x(x+20)$$
$$4.5x(x+20)+x(720-2x)=720(x+20)$$
$$4.5x^2+90x+720x-2x^2=720x+14400$$
$$2.5x^2+90x-14400=0$$
$$x_{1,2}=\frac{-90\pm 390}{5}$$
$$\boxed{x=60} \quad \cancel{x=-96}$$

פתרון אחד נפסל כי מהירות הרכבת חיובית.

תשובה: מהירות הרכבת 60 **קמ"ש.**

א. בריבוע $ABCD$ **משוואת אחד האלכסונים היא** $y=2x$

נתון כי שיעורי שניים מהקדקודים הם: $A(1,2)$ **ו-** $B(4,3)$



נציב את שיעורי הנקודה $A(1,2)$ **במשוואת האלכסון,**

ונקבל: $2=2\cdot 1$ **, כלומר** $A(1,2)$ **נמצאת על האלכסון** $y=2x$ **, ששיפועו** 2 **.**

אלכסוני הריבוע מאונכים זה לזה.

תנאי ניצבות: $m_1\cdot m_2=-1$

$$m_{AC}\cdot m_{BD}=-1$$
$$2\cdot m_{BD}=-1$$
$$\boxed{m_{BD}=-0.5}$$

נשתמש בנוסחה: $y-y_1=m(x-x_1)$ **למציאת משוואת האלכסון** BD **.**

$$y-3=-0.5(x-4)$$
$$y-3=-0.5x+2$$
$$\boxed{y=-0.5x+5}$$

תשובה: משוואת האלכסון BD **היא** $y=-0.5x+5$

ב. אלכסוני הריבוע חוצים זה את זה.

נמצא את נקודת החיתוך בין האלכסונים:

$$\begin{cases} y = 2x \\ y = -0.5x + 5 \end{cases}$$

$$2x = -0.5x + 5$$

$$2.5x = 5 \quad / : 2.5$$

$$x = 2$$

$$y = 2 \cdot 2 = 4$$

ושיעורי נקודת מפגש האלכסונים הם $M(2, 4)$

נשתמש בנוסחה של אמצע קטע:

$$x_M = \frac{x_A + x_C}{2} \rightarrow 2 = \frac{1 + x_C}{2} \rightarrow x_C = 3$$

$$y_M = \frac{y_A + y_C}{2} \rightarrow 4 = \frac{2 + y_C}{2} \rightarrow y_C = 6$$

ובהתאם: $C(3, 6)$

$$x_M = \frac{x_B + x_D}{2} \rightarrow 2 = \frac{4 + x_D}{2} \rightarrow x_D = 0$$

$$y_M = \frac{y_B + y_D}{2} \rightarrow 4 = \frac{3 + y_D}{2} \rightarrow y_D = 5$$

ובהתאם: $D(0, 5)$

תשובה: $C(3, 6)$ **,** $D(0, 5)$

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\sqrt{-x^2+bx+24}$

יש לפונקציה נקודת קיצון מקומית בנקודה שבה $x=-1$ **, לכן** $f'(-1)=0$ **.**

$$f'(x)=\frac{-2x+b}{2\sqrt{-x^2+bx+24}}$$

$$0=-2(-1)+b$$

$$\boxed{b=-2}$$

תשובה: $b=-2$ **,** $f(x)=\sqrt{-x^2-2x+24}$

ב. תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$ הוא $-6\le x\le 4$

נמצא את ערכי הפונקציה בקצוות

$$\boxed{f(x)=\sqrt{-x^2-2x+24}}$$

$$x=-6\rightarrow\sqrt{-(-6)^2-2(-6)+24}=0\quad\rightarrow(-6,0)$$

$$x=4\rightarrow\sqrt{-4^2-2\cdot4+24}=0\quad\rightarrow(4,0)$$

עבור נקודת קיצון פנימית, יש למצוא את שיעור ה- x **שבו הנגזרת מתאפסת:**

$$\boxed{f(x)=\sqrt{-x^2-2x+24}}$$

$$f'(x)=\frac{-2x-2}{2\sqrt{-x^2-2x+24}}$$

$$0=\frac{-2x-2}{2\sqrt{-x^2-2x+24}}$$

$$-2x-2=0$$

$$-2x=2$$

$$x=-1$$

$$x=-1\rightarrow\sqrt{-(-1)^2-2(-1)+24}$$

$$(-1,5)$$

נבנה טבלה, בעזרת ערכי הפונקציה, לזיהוי סוג הקיצון

x	4	$-1<x<4$	$x=-1$	$-6<x<-1$	-6
y	0		5		0
מסקנה	**Min**	↘	**Max**	↗	**Min**

בנקודה $(-1,5)$ **עוברים מעלייה לירידה ולכן זו נקודת מקסימום (מוחלט).**

בנקודות הקצה של תחום ההגדרה מתקבל מינימום (מוחלט).

תשובה: $(-1,5)$ **נקודת מקסימום ,** $(4,0)$ $(-6,0),$ **נקודות מינימום .**

א. נתון $f(x)=x^2-2x+c$

ערך הפונקציה בנקודת הקיצון שווה -4 **.**

הגרף של $f(x)=x^2-2x+c$ **הוא פרבולה בעלת מינימום.**

קדקוד הפרבולה נתון ע"י הנוסחה $x=-\frac{b}{2a}$

לכן, שיעור ה- x **של הקדקוד:** $x=-\frac{-2}{2}=1$

נציב $x=1$ **בתבנית הפונקציה:** $-4=1^2-2\cdot1+c$ **ונקבל** $c=-3$

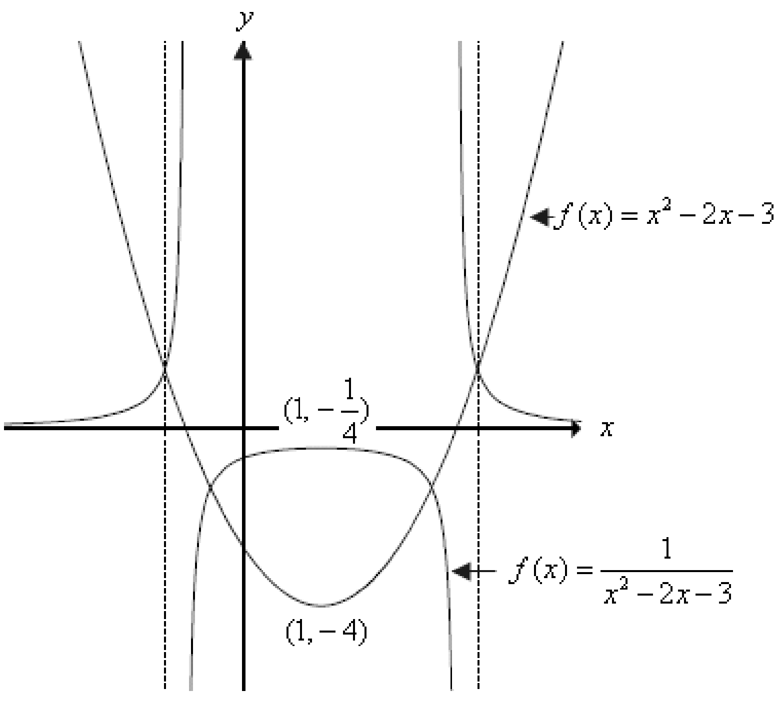
תשובה: $c=-3$

ב. $\boxed{f(x)=x^2-2x-3}$

בנקודות החיתוך עם ציר ה- y **מתקיים** $x=0$ **ולכן** $(0,-3)$

בנקודות החיתוך עם ציר ה- x **מתקיים** $y=0$

$$x^2-2x-3=0$$
$$x_{1,2}=\frac{2\pm4}{2}$$
$$(3,0),(-1,0)$$



ג. **<u>נזכור</u>** $\frac{1}{f(x)} \neq 0$ **לכל** x **כי המונה לא יכול להתאפס**

כאשר $f(x)=0$ **לפונקציה** $\frac{1}{f(x)}$ **אסימפטוטה אנכית**

כאשר $f(x)$ **עולה אזי** $\frac{1}{f(x)}$ **יורדת, כאשר** $f(x)$ **יורדת אזי** $\frac{1}{f(x)}$ **עולה**

כאשר $f(x)$ **חיובית אזי** $\frac{1}{f(x)}$ **חיובית**

כאשר $f(x)=1$ **, או** $f(x)=-1$ **הפונקציות נחתכות,**

כי גם $\frac{1}{f(x)}=1$ **או** $\frac{1}{f(x)}=-1$ **.**

בהתאם הציור של $\frac{1}{f(x)}$ **בסעיף הקודם .**

א. נתונה הפונקציה $\boxed{y=6x-x^2}$

נמצא את משוואות המשיקים:

$$\boxed{y'=6-2x}$$

בנקודת הקיצון הנגזרת מתאפסת

$$0=6-2x$$
$$2x=6$$
$$\boxed{x=3}$$

נציב 3 **במקום** x **בתבנית הפונקציה ונקבל:** $y=6\cdot3-3^2=9$

בנקודת הקיצון המשיק מקביל לציר ה- x **ולכן משוואותו** $\boxed{y=9}$

נמצא את שיפוע המשיק העובר בראשית הצירים:

$$m=6-2\cdot0=6$$

נשתמש בנוסחה למציאת משוואת קו ישר: $y-y_1=m(x-x_1)$

$$y-0=6(x-0)\quad\rightarrow\boxed{y=6x}$$

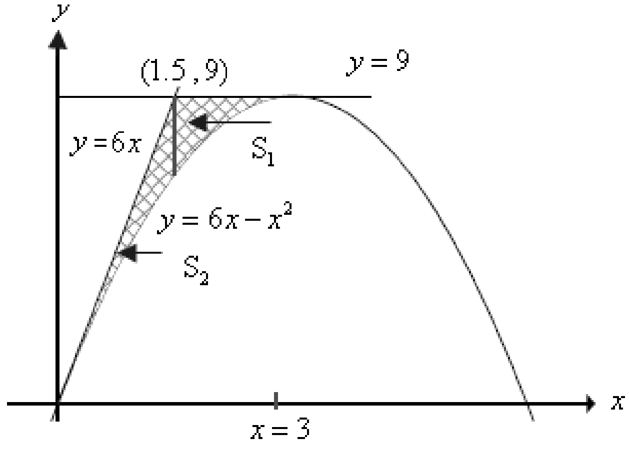
נמצא את נקודת החיתוך בין שני המשיקים:

$$\begin{cases}y=9\\y=6x\end{cases}$$
$$9=6x\quad /:6$$
$$x=1.5$$

ובהתאם שיעורי נקודת החיתוך הם $(1.5\,,9)$

תשובה: $(1.5\,,9)$

ב. נציג את הציור המתאים והסברים בהמשך:



נחלק את השטח לשני חלקים: S_1 ו- S_2, על ידי הורדת אנך לציר ה- x מנקודת החיתוך $(1.5\,,9)$

נכין טבלה לסיוע בחישוב השטחים:

	S_1	S_2
פונקציה עליונה	$y=9$	$y=6x$
פונקציה תחתונה	$y=6x-x^2$	$y=6x-x^2$
x **גדול**	$x=3$	$x=1.5$
x **קטן**	$x=1.5$	$x=0$

נחשב את S_1

$$S_1=\int_{1.5}^{3}(9-(6x-x^2))dx$$

$$S_1=\int_{1.5}^{3}(x^2-6x+9)dx$$

$$S_1=\frac{x^3}{3}-\frac{6x^2}{2}+9x\Big]_{1.5}^{3}=$$

$$S_1=(\frac{3^3}{3}-3\cdot3^2+9\cdot3)-(\frac{1.5^3}{3}-3\cdot1.5^2+9\cdot1.5)$$

$$S_1=9-7.875$$

$$\boxed{S_1=1.125}$$

נחשב את S_2

$$S_2=\int_{0}^{1.5}(6x-(6x-x^2))dx$$

$$S_2=\int_{0}^{1.5}x^2dx$$

$$S_2=\frac{x^3}{3}\Big]_{0}^{1.5}=$$

$$S_2=(\frac{1.5^3}{3})-(\frac{0^3}{3})$$

$$S_2=1.125-0$$

$$\boxed{S_2=1.125}$$

ובהתאם: $S=S_1+S_2=1.125+1.125=2.25$

תשובה: גודל השטח המקווקו הוא 2.25 **יח"ר**

נתונה הפונקציה $f(x)=x(x^2-3)$ **.**

הפונקציה עולה כאשר הנגזרת חיובית

הפונקציה יורדת כאשר הנגזרת שלילית

נמצא תחילה מתי הנגזרת פונקציה מתאפסת

$$\boxed{f(x)=x(x^2-3)}$$

$$f(x)=x^3-3x^2$$

$$\boxed{f'(x)=3x^2-3}$$

$$3x^2-3=0$$

$$3x^2=3$$

$$x^2=1$$

$$x=\pm 1$$

נבנה טבלה, בעזרת ערכי הנגזרת, לזיהוי תחומי עלייה וירידה

$$f'(-2)=3\cdot(-2)^2-3=9>0$$

$$f'(0)=3\cdot 0^2-3=-3<0$$

$$f'(2)=3\cdot 2^2-3=9>0$$

x	$x>1$	$x=1$	$-1<x<1$	$x=-1$	$x<-1$
$f'(x)$	**+**	0	**-**	0	**+**
מסקנה	↗	**Min**	↘	**Max**	↗

תשובה: עלייה: $x>1$ **או** $x<-1$ **, ירידה** $-1<x<1$