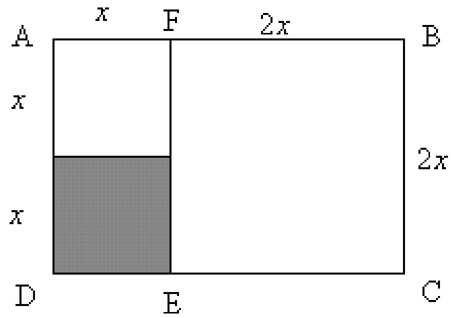
1.

נעלה את הנתונים על הציור ונסביר:



נסמן את הצלע AF **ב-** x **כמתואר בציור,**

כלומר כ"א משטחי הריבועים הקטנים הוא x^2

אורך הצלע EF **של הריבוע הגדול היא** $2x$ **ולכן שטחו** $(2x)^2 = 4x^2$

תשובה: $4x^2$

ב. שטח הצורה שנשארת לאחר ההורדה של הריבוע האפור הוא 45 **סמ"ר**

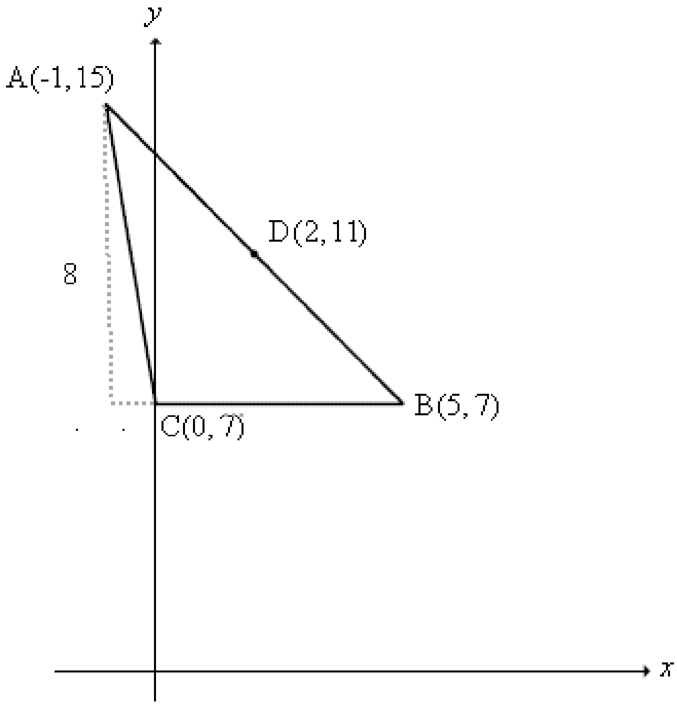
שטח צורה זו הוא: $4x^2 + x^2 = 5x^2$

$$5x^2 = 45$$
$$x^2 = 9$$
$$x = 3 \quad \leftarrow x > 0$$

בהתאם, צלעות המלבן ABCD **הן:** 6 **ס"מ** = AD = BC **,** 9 **ס"מ** = AB = CD

ושטחו $6 \cdot 9 = 54$ **סמ"ר**

תשובה: 54 **סמ"ר**



א. (1) הישר $y=7$ **חותך את ציר ה-** y **בנקודה** C **. הנקודה** C **על הישר ועל ציר ה-** y **ולכן שיעוריה** C(0, 7)

תשובה: C(0, 7)

(2) מרחק הנקודה B **מהנקודה** C **שווה למרחק הנקודה** B **מהנקודה** D

מרחק הנקודה $B(x,7)$ **מציר ה-** y **הוא** x

מרחק הנקודה B **מהנקודה** C **הוא:** $\sqrt{(2-x)^2+(11-7)^2}$

נשווה את המרחקים:

$$\sqrt{(2-x)^2+(11-7)^2}=x$$
$$(2-x)^2+16=x^2$$
$$4-4x+x^2+16=x^2$$
$$20=4x$$
$$\boxed{x=5}$$

תשובה: B(5, 7)

ב. D **היא אמצע הקטע** AB **. נשתמש בנוסחה של אמצע קטע:**

$$x_D=\frac{x_A+x_B}{2}\rightarrow 2=\frac{5+x_A}{2}\rightarrow x_A=-1$$
$$y_D=\frac{y_A+y_B}{2}\rightarrow 11=\frac{7+y_A}{2}\rightarrow y_A=15$$

ובהתאם: A(-1, 15)

ג. אורכו של הגובה לצלע BC **הוא כהפרש שיעורי ה-** y **של קדקוד** A **וקדקוד** C

מכיוון ו- BC **מקביל לציר ה-** x **והגובה מקביל לציר ה-** y **- לכן:** $15-7=8$

תשובה: 8

א. נתונה הפונקציה $\boxed{f(x)=\sqrt{4x}-x}$.

תחום ההגדרה: $4x\ge 0 \to x\ge 0$ **(ביטוי בתוך השורש אי-שלילי)**

ב. חיתוך ציר x **, לכן** $y=0$ **-**

$$0=\sqrt{4x}-x$$
$$\Leftrightarrow x=\sqrt{4x} \quad /()^2$$
$$\Leftrightarrow x^2=4x$$
$$\Leftrightarrow x^2-4x=0$$
$$\Leftrightarrow x(x-4)=0$$
$$\Leftrightarrow x_1=0 \quad x_2=4$$

ובהתאם: $(0,0)$ **,** $(4,0)$

ג. נמצא את שיעורי הנקודה שבה נגזרת הפונקציה מתאפסת

$$f'(x)=\frac{\cancel{4}\,2}{\cancel{2}\sqrt{4x}}-1$$

$$\boxed{y'=\frac{2-\sqrt{4x}}{\sqrt{4x}}}$$

$$0=\frac{2-\sqrt{4x}}{\sqrt{4x}} \quad \to 0=2-\sqrt{4x} \quad \to \sqrt{4x}=2 \quad \to 4x=4 \quad \to x=1$$

$$y(1)=\sqrt{4\cdot 1}-1=1$$

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון (מכנה הנגזרת חיובי)

$$f'(0.5)=2-\sqrt{4\cdot 0.5}>0, \quad f'(4)=2-\sqrt{4\cdot 1.5}<0$$

x	4	1	0.5	0
y'	-	0	+	
מסקנה	↘	**Max**	↗	

בנקודה שבה $x=1$ **עוברים מעליה לירידה ולכן זו נקודת מקסימום.**

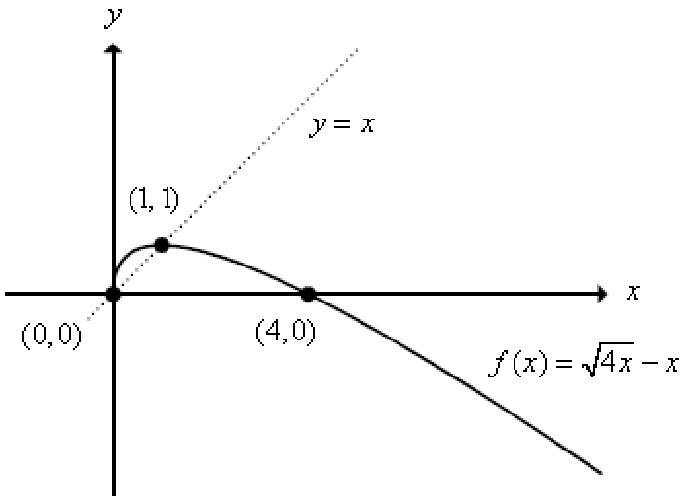
תשובה: $(1,1)$ **מקסימום.**

ד. **<u>הסקיצה המתאימה</u>**

נכין טבלת ערכים קטנה, שתעזור גם לציור הסקיצה (בסיוע מחשבון)

הטבלה גם מאששת את היות נקודת הקיצון מקסימום!

x	1000	4	1	0
y	–936	0	1	0



ה. הנקודות על שבהן שיעור ה- x **שווה לשיעור ה-** y **נמצאות על הישר** $y = x$

בתרגיל כבר זיהינו את שתי הנקודות שבהן ישר זה חותך את גרף הפונקציה,

והן: $(0,0),(1,1)$

ניתן גם על ידי פתרון מערכת המשוואות הבאה:

$$\begin{cases} y = \sqrt{4x} - x \\ y = x \end{cases}$$

$$x = \sqrt{4x} - x$$

$$2x = \sqrt{4x} \quad (\,)^2$$

$$4x^2 = 4x$$

$$4x^2 - 4x = 0$$

$$4x(x-1) = 0$$

$$x = 0,1 \quad \rightarrow \boxed{(0,0),(1,1)}$$

תשובה: $(0,0),(1,1)$

4.

א. נתון $f(x)=x^2-6x+10$

הגרף של $f(x)=x^2-5x+6$ **הוא פרבולה בעלת מינימום.**

קדקוד הפרבולה נתון ע"י הנוסחה $x=-\frac{b}{2a}$

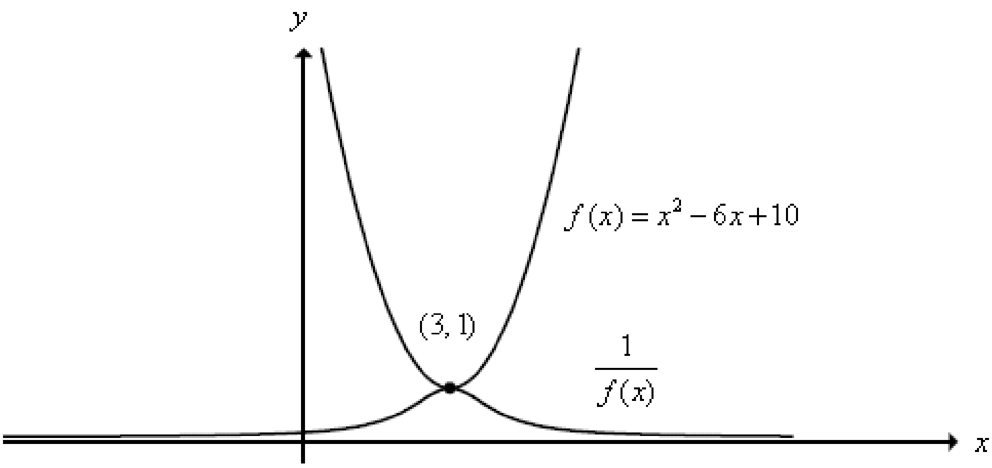
לכן, שיעור ה- x **של הקדקוד:** $x=-\frac{-6}{2}=3$

נציב $x=3$ **בתבנית הפונקציה:** $f(3)=3^2-6\cdot3+10=1$

תשובה: $(3,1)$ **מינימום**

ב. מכיון והפרבולה בעלת מינימום, והקדקוד מעל ציר ה-x

אין נקודות חיתוך עם ציר ה- x



ג. $\frac{1}{f(x)}\neq0$ **לכל** x **כי המונה לא יכול להתאפס**

<u>נזכור</u>: כאשר $f(x)$ **עולה אזי** $\frac{1}{f(x)}$ **יורדת כאשר** $f(x)$ **יורדת אזי** $\frac{1}{f(x)}$ **עולה**

כאשר $f(x)$ **חיובית אזי** $\frac{1}{f(x)}$ **חיובית**

כאשר $f(x)=1$ **הפונקציות נחתכות, כי גם** $\frac{1}{f(x)}=1$ **ולכן ל-** $\frac{1}{f(x)}$ **מקסימום ב-**$(3,1)$

בהתאם הציור של $\frac{1}{f(x)}$ **בסעיף הקודם**

ד. הגרף של הפונקציה $\frac{1}{f(x)}$ **נמצא מתחת לגרף של** $f(x)$ **, בהתאם לסרטוט .**

לכל $x\neq3$ **(עבור** $x=3$ **הגרפים נוגעים זה בזה)**

תשובה: $x\neq3$

5.

א. נתונה הפונקציה $f(x)=x^2-10x+21$

נמצא נקודות חיתוך עם ציר ה- x **:**

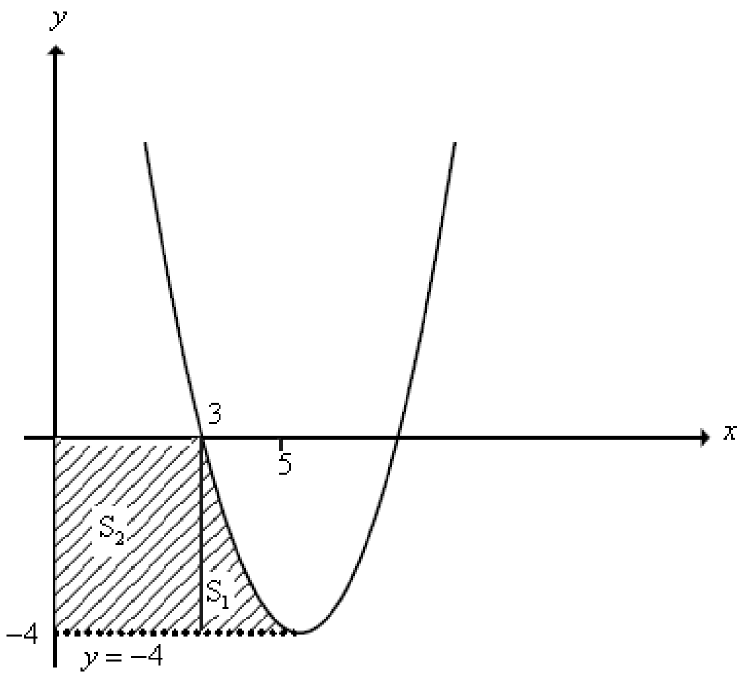
$$0=x^2-10x+21$$

$$x_{1,2}=\frac{10\pm4}{2}$$

$$\boxed{x_1=3}\quad \boxed{x_2=7}$$

תשובה: $(3,0),(7,0)$

ב. נציג את הציור המתאים והסברים בהמשך:



הנקודה שבה $x=5$ **היא קדקוד הפרבולה,**

כי היא האמצע של $x=3$ **ו** $x=7$ **- כאשר** $x=5$ **הוא ציר הסימטריה של הפרבולה.**

או בעזרת הנוסחה למציאת קדקוד של פרבולה: $x=-\frac{b}{2a}=-\frac{10}{2}=5$

או בעזרת השוואת הנגזרת לאפס: $y'=2x-10 \quad \to 2x-10=0 \quad \to x=5$

נציב $x=5$ **בתבנית הפונקציה:** $y=5^2-10\cdot5+21=-4$

לכן משוואת המשיק בנקודת המינימום היא $y=-4$

נחלק את השטח לשני חלקים: S_1 **ו-** S_2

כאשר S_2 **הוא מלבן ששטחו:** $4\cdot3=12$

נכין טבלה לסיוע בחישוב השטח S_1

	S_1
פונקציה עליונה	$f(x)=x^2-10x+21$
פונקציה תחתונה	$y=-4$
x **גדול**	$x=5$
x **קטן**	$x=3$

נחשב את S_1

$$S_1=\int_3^5(x^2-10x+21-(-4))dx$$

$$S_1=\int_3^5(x^2-10x+25)dx$$

$$S_1=\frac{x^3}{3}-\frac{10x^2}{2}+25x\Big]_3^5=$$

$$S_1=(\frac{5^3}{3}-5\cdot5^2+25\cdot5)-(\frac{3^3}{3}-5\cdot3^2+25\cdot3)$$

$$S_1=41\frac{2}{3}-39$$

$$\boxed{S_1=2\frac{2}{3}}$$

ובהתאם: $S=S_1+S_2=12+2\frac{2}{3}=14\frac{2}{3}$

תשובה: גודל השטח המקווקו הוא $14\frac{2}{3}$ **יח"ר**

א. הנגזרת של הפונקציה $f(x)$ **היא** $f'(x)=ax-1$

שיפוע המשיק לפונקציה $f(x)$ **בנקודה** $(-1,2)$**, הוא** -9

לכן $f'(-1)=-9$

$$a\cdot(-1)-1=-9$$
$$-a=-8$$
$$\boxed{a=8}$$

תשובה: $a=8$

בהתאם: $\boxed{f'(x)=8x-1}$

ב. הפונקציה $f(x)$ **עוברת בנקודת ההשקה** $(-1,2)$ **.**

נמצא את הפונקציה הקדומה:

$$f(x)=\int f'(x)\,dx+c$$
$$f(x)=\int(8x-1)\,dx$$
$$f(x)=\frac{8x^2}{2}-x+c$$
$$\boxed{f(x)=4x^2-x+c}$$

נציב את שיעורי נקודת ההשקה

$$2=4\cdot(-1)^2-(-1)+c$$
$$2=4+1+c$$
$$-3=c$$
$$\boxed{f(x)=4x^2-x-3}$$

תשובה: $f(x)=4x^2-x-3$

ג. בנקודות החיתוך עם ציר ה- x **מתקיים** $y=0$

$$4x^2-x-3=0$$
$$x_{1,2}=\frac{1\pm7}{8}$$
$$\boxed{x_1=1}\quad\boxed{x_2=-0.75}$$

תשובה: $(1,0),(-0.75,0)$