א. נתונות הפונקציות: $f(x)=mx^2+mx+2m-6$ **, ו-** $g(x)=3x-9$ **.**

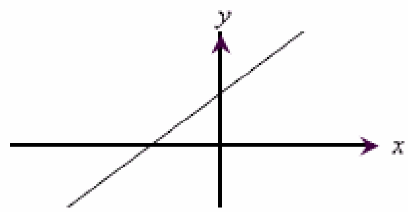
יש למצוא עבור אילו ערכי m **נחתכים הגרפים בנקודה אחת בלבד.**

$$mx^2+mx+2m-6=3x-9$$
$$mx^2+mx-3x+2m+3=0$$
$$mx^2+(m-3)x+2m+3=0$$

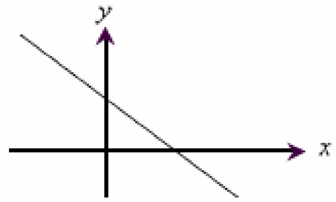
$$a=m \quad b=m-3 \quad c=2m+3$$

<u>מקרה הישר (גרף של פונקציה ממעלה ראשונה)</u>

נדרש קו של ישר, כדוגמת:



או



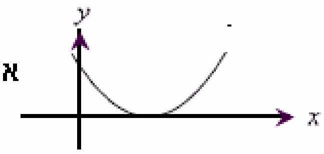
התנאים הנדרשים הם:

$a=0$ **(קו ישר), לכן** $m=0$ $\qquad$ $b\neq 0$ **(לא מקביל לציר ה-** x **), כלומר** $m\neq 3 \leftarrow m-3\neq 0$

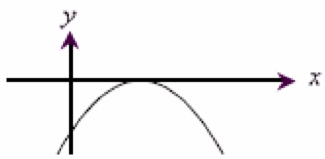
בהתאם: $\boxed{m=0}$

<u>מקרה הפרבולה (גרף של פונקציה ממעלה שנייה)</u>

נדרש גרף של פרבולה, כדוגמת:



או

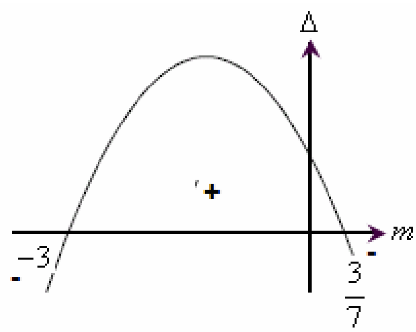


התנאים הנדרשים הם: $\Delta=0$ **(נק' חיתוך אחת)**

$a\neq 0$ **(גרף של פרבולה), כלומר** $m\neq 0$

$\underline{\Delta=0}$

$$\Delta=b^2-4ac=0$$
$$(m-3)^2-4m\cdot(2m+3)=0$$
$$m^2-6m+9-8m^2-12m=0$$
$$-7m^2-18m+9=0$$
$$m_{1,2}=\frac{18\pm 24}{-14}$$
$$m_1=-3 \quad m_2=\frac{3}{7}$$



ולכן $m=\frac{3}{7}$ **או** $m=-3$

תשובה: $m=-3, 0, \frac{3}{7}$

ב. על פי הסקיצה בסעיף הקודם, מתקיים $\Delta<0$ **כאשר** $m>\frac{3}{7}$ **או** $m<-3$

תשובה: $m>\frac{3}{7}$ **או** $m<-3$

א. נתונה סדרה הנדסית אין-סופית יורדת $a_1 , a_2 , a_3 , ...$ **.**

סכום האיברים בסדרה זו גדול פי 1.4 **מסכום האיברים הנמצאים במקומות האי-זוגיים באותה סדרה הנדסית אין-סופית.**

הסדרה במקומות האי-זוגיים היא הנדסית: $\frac{a_{n+2}}{a_n} = \frac{a_n \cdot q^2}{a_n} = q^2$ **, והאיבר הראשון שלה** a_1 **:**

$$S = 1.4 S_{\text{ODD}}$$
$$\frac{a_1}{1-q} = \frac{1.4a_1}{1-q^2}$$
$$1-q^2 = 1.4(1-q)$$
$$(1-q)(1+q) = 1.4(1-q) \quad / : (1-q) \neq 0$$
$$1+q = 1.4$$
$$\boxed{q = 0.4}$$

תשובה: מנת הסדרה הנתונה היא 0.4 **.**

ב. שתי הסדרות החדשות הינן הנדסיות אף הן:

$$\text{I} \quad \frac{{a_{n+1}}^2}{{a_n}^2} = (\frac{a_{n+1}}{a_n})^2 = q^2 = 0.4^2 = 0.16$$
$$\text{II} \quad \frac{{a_{n+1}}^3}{{a_n}^3} = (\frac{a_{n+1}}{a_n})^3 = q^3 = 0.4^3 = 0.064$$

$$S_{\text{II}} = 35 S_{\text{I}}$$
$$\frac{{a_1}^3}{1-0.064} = \frac{35{a_1}^2}{1-0.16} \quad / : {a_1}^2 \neq 0$$
$$\frac{a_1}{0.936} = \frac{35}{0.84}$$
$$\boxed{a_1 = 39}$$

נמצא את סכום הסדרה הנתונה:

$$S = \frac{a_1}{1-q} = \frac{39}{1-0.4} = 65$$
$$\boxed{S = 65}$$

תשובה: סכום הסדרה הנתונה הוא 65 **.**

<u>נתונים</u>

1. $ABCD$ **ריבוע**

2. $BEFG$ **ריבוע**

עבור ב. (2)

3. $BG =$ 7.5 **ס"מ**

4. $AB =$ 10 **ס"מ**

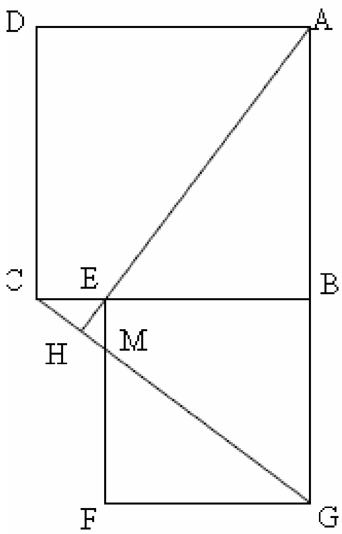
צ"ל:

א. $\Delta ABE \cong \Delta CBG$ **.**

ב. (1) ΔABE **:** ΔCBG

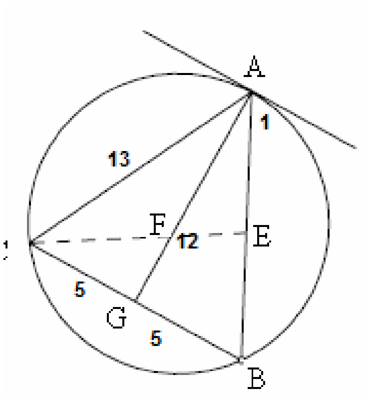
(2) HE

<u>הוכחה</u>



הסבר		טענה	נימוק
1	5	$ABCD$ **ריבוע**	נתון
5	6	$AB = BC$ **(צ)**	צלעות הריבוע שוות זו לזו
2	7	$BEFG$ **ריבוע**	נתון
6, 7	8	$BC = BA$	כלל המעבר
5	9	$\angle ABC = 90°$	זוויות הריבוע ישרות
7	10	$\angle EBG = 90°$	זוויות הריבוע ישרות
9, 10	11	$\angle EBG = \angle ABC$ **(ז)**	כלל המעבר
7	12	$BE = BG$ **(צ)**	צלעות הריבוע שוות זו לזו
6, 11, 12	13	$\Delta ABE \cong \Delta CBG$	מ.ח. צ.ז.צ.
מ.ש.ל א			

הסבר		טענה	נימוק
13	14	$\angle AEB = \angle BGC$	ז.מ.ב.ח
9	15	$\angle CEH = \angle AEB$	זוויות קדקדיות שוות זו לזו
14, 15	16	$\angle CEH = \angle BGC$ (ז)	כלל המעבר
	17	(ז) $\angle ECH = \angle BCG$	זווית משותפת
16, 17	18	$\Delta ABE : \Delta CBG$	משפט דמיון ז. ז.
מ.ש.ל. ב (1)			
18	19	$\frac{CH}{CB} = \frac{CE}{CG} = \frac{HE}{BG}$	יחסי צלעות מתאימות במשולשים דומים
4	20	$AB =$ 10 ס"מ	נתון
8, 20	21	$BC =$ 7.5 ס"מ	הצבה
20,21	22	$CE =$ 2.5 ס"מ	הפרש קטעים
10, 21, 22	23	$CG =$ 12.5 ס"מ	משפט פיתגורס ΔCBG
19, 21, 22, 23	24	$\frac{2.5}{12.5} = \frac{HE}{7.5}$	הצבה
24	25	$HE =$ 1.5 ס"מ	חישוב
מ.ש.ל. ב (2)			



<u>נתונים</u>

1. בנקודה A עובר משיק למעגל

2. BC מקביל למשיק

עבור ב.

3. AG הוא גובה לצלע BC

4. CE הוא חוצה הזווית ACB

5. $AC =$ 13 ס"מ

6. $BC =$ 10 ס"מ

צ"ל:

א. ΔABC הוא משולש שווה שוקיים ב. FG

הסבר		טענה	נימוק
1	7	בנקודה A עובר משיק למעגל	משיק
7	8	$\angle A_1 = \angle ACB$	זווית בין משיק למיתר
2	9	BC מקביל למשיק	נתון
9	10	$\angle A_1 = \angle ABC$	זוויות מתחלפות שוות בין ישרים מקבילים
8, 10	11	$\angle ACB = \angle ABC$	כלל המעבר
11	12	ΔABC הוא משולש שווה שוקיים	מול זוויות שוות מונחות צלעות שוות ΔABC
		מ.ש.ל א	
3	13	AG הוא גובה לצלע BC	נתון
12, 13	14	$CG = BG$	הגובה לבסיס מתלכד עם התיכון במש"ש
6	15	$BC =$ 10 ס"מ	נתון
14, 15	16	$CG =$ 5 ס"מ	חישוב
5	17	$AC =$ 13 ס"מ	נתון
4	18	$AG =$ 12 ס"מ	משפט פיתגורס ΔACG
8, 20	19	$BC =$ 7.5 ס"מ	הצבה
20,21	20	$AF = 12 - FG$	הפרש קטעים
4	21	CE הוא חוצה הזווית ACB	נתון
19, 21, 22, 23	22	$\frac{AF}{FG} = \frac{AC}{CG}$	משפט חוצה זווית ΔACG
16, 17, 20, 22	23	$\frac{12 - FG}{FG} = \frac{13}{5}$	הצבה
23	24	$FG =$ ס"מ $3\frac{1}{3}$	חישוב
		מ.ש.ל. ב	

א. נגדיר את ההסתברויות הבאות

$P(A)$ **- הסתברות שחייל ביחידה הוא בעל תואר ראשון**

$P(\overline{A})$ **- הסתברות שחייל ביחידה אינו בעל תואר ראשון**

$P(B)$ **- הסתברות שחייל ביחידה הוא נשוי**

$P(\overline{B})$ **- הסתברות שחייל ביחידה הוא רווק**

<u>נתונים ומשמעויות</u>

$$P(A) = 0.45 \quad \rightarrow P(\overline{A}) = 0.55$$

$$P(B / A) = 0.1 \quad \rightarrow P(\overline{B} / A) = 0.9$$

$$P(B \cup A) = 0.6 \quad \rightarrow P(\overline{B} \cap \overline{A}) = 0.4$$

<u>פיתוח נוסחאות הסתברות מותנית</u>

$$P(B / A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)}$$

$$0.1 = \frac{P(B \cap A)}{0.45}$$

$$P(B \cap A) = 0.045$$

<u>נציב בטבלה ונשלים נתונים</u>

	A **בעלי תואר**	$\overline{A}$ **ללא תואר**	
B **- נשואים**	0.045	0.15	0.195
$\overline{B}$ **- רווקים**	0.405	0.4	0.805
	0.45	0.55	1

ב. נחשב את המאורע המשלים: כל השישה הם נשואים, או שכולם רווקים

ההסתברות ששש המועמדים נשואים היא 0.195^6

ההסתברות ששש המועמדים רווקים היא 0.805^6

בהתאם, ההסתברות המבוקשת היא $1-(0.195^6+0.805^6)=0.7278$

תשובה: ההסתברות שלפחות אחד מהם נשוי ולפחות אחד מהם רווק היא 0.7278 **.**

א. נגדיר את הקבוצות הבאות

S - **קבוצת הזוגות שהכירו דרך האתר**

A - **קבוצת הזוגות שנישאו**

$\overline{A}$ - **קבוצת הזוגות שלא נישאו**

D - **קבוצת הזוגות שהאסטרולוגית ניבאה שיינשאו**

(התיאור של אבחנת האסטרולוגית שיש לבחון את אמינותו)

$\overline{D}$ - **קבוצת הזוגות שהאסטרולוגית ניבאה שלא יינשאו**

<u>נתונים ומשמעויות</u>

$$P(A) = 0.25 \quad \rightarrow P(\overline{A}) = 0.75$$

$$P(D/A) = 0.95 \quad \rightarrow P(\overline{D}/A) = 0.05$$

$$P(D/\overline{A}) = 0.1 \quad \rightarrow P(\overline{D}/\overline{A}) = 0.9$$

יש למצוא מהי ההסתברות שהזוג יינשא, אם ידוע כי האסטרולוגית ניבאה כי יינשאו, כלומר:

$$P(A/D) = \frac{R}{1+R}$$

כאשר $R = \frac{P(D/A)}{P(D/\overline{A})} \cdot \frac{P(A)}{P(\overline{A})}$

הדיאגנוסטיות של הינשאות הזוג, ע"י האסטרולוגית היא: $\frac{P(D/A)}{P(D/\overline{A})} = \frac{0.95}{0.1} = 9.5$

נמצא את השיעור הבסיסי $\frac{P(A)}{P(\overline{A})} = \frac{0.25}{0.75} = \frac{1}{3}$

נמצא את היחס המעודכן $R = 9.5 \cdot \frac{1}{3} = 3\frac{1}{6}$

ובהתאם: $P(A/D) = \frac{R}{1+R} = \frac{3\frac{1}{6}}{1+3\frac{1}{6}} = 0.76$

תשובה: ההסתברות שהזוג אכן יינשא, אם ידוע כי האסטרולוגית ניבאה שיינשא, היא 0.76.

ב. באם השיעור הבסיסי של השוגות הנישאים יגדל, כאשר הדיאגנוסטיות קבועה (לא משתנה),
כלומר יגדל היחס בין שיעור הזוגות נישאים לבין שיעור הזוגות הלא נישאים.
כך גדל הסיכוי שהזוג אכן יינשא, אם האסטרולוגית ניבאה שיינשא. R **גדל ועימו גם** $P(A/D)$ **גדל.**
דוגמת קיצון – אם כל הזוגות אכן יינשאו,
אז המאורע של "זוג יינשא, בהינתן ניבוי שיינשא ע"י האסטרולוגית" יהיה מאורע ודאי.
תשובה: לגדול.