א. נתון כי מחירו של מכשיר מדגם א' x שקלים ומחירו של מכשיר מדגם ב' y שקלים

יוסי קנה מהחברה 5 מכשירים מדגם א' ו- 7 מכשירים מדגם ב'.

לכן, המחיר הכולל ששילם יוסי הוא: $5\cdot x+7\cdot y$.

תשובה: $5x+7y$.

ב. (1) מחירו של מכשיר מדגם א' הוזל ב- 400 שקלים ולכן מחירו לאחר ההוזלה היה: $x-400$.

מחירו של מכשיר מדגם ב- הוזל ב- 20% ולכן מחירו היה: $\frac{100-20}{100}\cdot y=0.8y$

תשובה: לאחר ההוזלה: מחיר מכשיר מדגם א' $x-400$ ומחיר מכשיר מדגם ב' $0.8y$.

(2) הסכום הכולל שהיה יוסי משלם, לו היה רוכש את המכשירים לאחר ההוזלה:

$5\cdot(x-400)+7\cdot 0.8y=5x-2000+5.6y$.

תשובה: $5x-2000+5.6y$.

ג. יוסי שילם עבור המכשירים שרכש (לפני המבצע) $40,400$ שקלים, כלומר $5x+7y=40,400$

אילו היה רוכש את המכשירים בזמן המבצע היה משלם $33,920$ שקלים, כלומר $5x-2000+5.6y=33,920$.

נפתור את מערכת המשוואות המתאימה:

$$\begin{cases}5x+7y=40,400\\5x-2000+5.6y=33,920\end{cases}$$

$$\begin{cases}5x+7y=40,400\\5x+5.6y=35,920 \quad /\cdot(-1)\end{cases}$$

$$+\begin{cases}5x+7y=40,400\\-5x-5.6y=-35,920 \quad /\cdot(-1)\end{cases}$$

$$1.4y=4480 \quad /:1.4$$

$$\boxed{y=3,200}$$

$$5x+7\cdot 3,200=40,400$$

$$5x+22,400=40,400$$

$$5x=18,000$$

$$\boxed{x=3,600}$$

תשובה: מחירו המקורי של מכשיר מדגם א' הוא $3,600$ שקלים ושל מכשיר מדגם ב' $3,200$ שקלים.

א. אלכסוני המעוין חוצים זה את זה.

$$\left.\begin{array}{l} 8=\dfrac{8+x_D}{2} \quad \to 16=8+x_D \quad \to x_D=8 \\ -2=\dfrac{1+y_D}{2} \quad \to -4=1+y_D \quad \to y_D=-5 \end{array}\right\} \boxed{D(8,-5)}$$

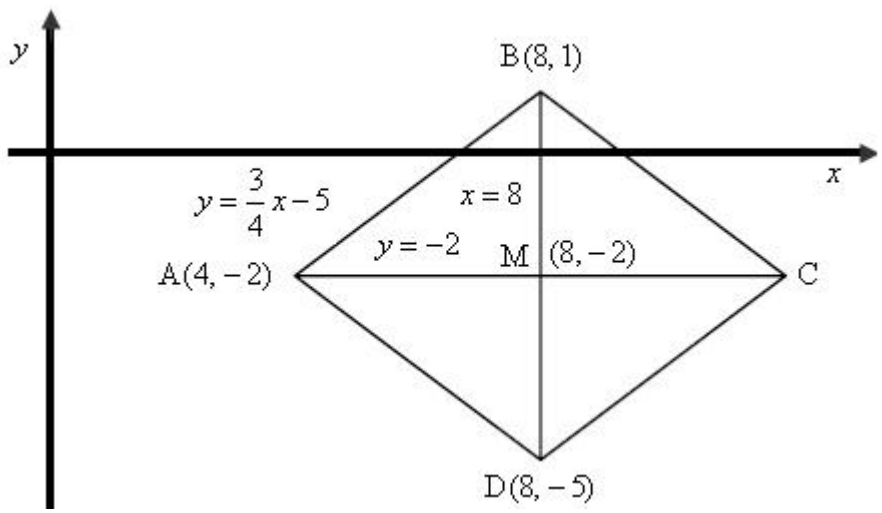
תשובה: $D(8,-5)$.

ב. נתון כי האלכסון AC **מקביל לציר ה-** x .

לכן משוואתו היא של פונקציה קבועה,

בהתאם לשיעור ה- y **של הנקודה** $M(8,-2)$.

תשובה: משוואת האלכסון AC **היא** $y=-2$.



ג. משוואת הצלע AB **היא** $y=\frac{3}{4}x-5$.

נציב $y=-2$ **במשוואת הצלע ,**

$$-2=\frac{3}{4}x-5$$

$$3=\frac{3}{4}x \quad /:\frac{3}{4}$$

$$x=4 \quad \to \boxed{A(4,-2)}$$

תשובה: $A(4,-2)$

ד. שטח המעוין הוא מכפלת שטח המשולש AMB **פי** 4 **,**

כי ארבעת המשולשים חופפים זה לזה.

שטח משולש הוא מחצית מכפלת צלע בגובה שלה.

נשים לב כי שני האלכסונים מקבילים לצירים (מאונכים זה לזה), ולכן חישוב אורכיהם פשוט.

$$d_{AM}=8-4=4$$

$$d_{BM}=1-(-2)=3$$

$$S_{\Delta AMB}=\frac{4\cdot 3}{2}=6 \quad \to S_{\Delta AMB}=6$$

$$S_{ABCD}=6\cdot 4=24$$

תשובה: שטח המעוין $ABCD$ **הוא** 24 **יח"ר.**

א. הישר $y=\frac{4}{3}x+8$ **חותך את ציר ה-** x **בנקודה** A **ואת ציר ה-** y **בנקודה** B.

(1) בנקודה A **מתקיים** $y=0$ **:**

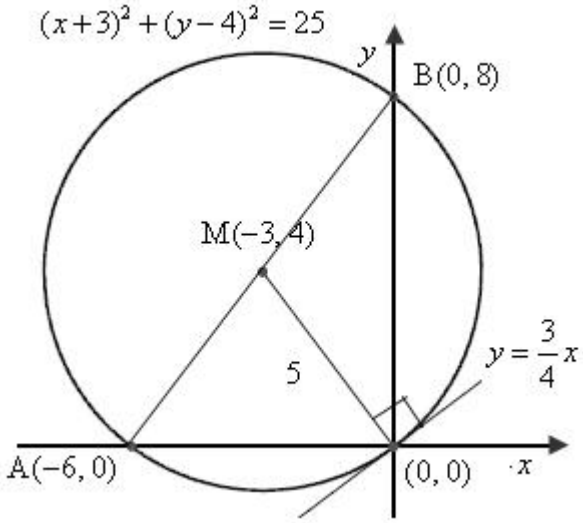
$$0=\frac{4}{3}x+8 \quad \to -\frac{4}{3}x=8 \quad /:(-\frac{4}{3})$$
$$x=-6 \quad \to A(-6,0)$$

בנקודה B **מתקיים** $x=0$ **:**

$$y=\frac{4}{3}\cdot 0+8 \quad \to y=8 \quad \to B(0,8)$$

מרכז המעגל הוא אמצע הקוטר AB.

$$\left.\begin{aligned} x_M &= \frac{x_A+x_B}{2}=\frac{-6+0}{2}=-3 \\ y_M &= \frac{y_A+y_B}{2}=\frac{0+8}{2}=4 \end{aligned}\right\} \boxed{M(-3,4)}$$



תשובה: שיעורי מרכז המעגל הם $(-3,4)$.

(2) נמצא את רדיוס המעגל

$$R=d_{MB}=\sqrt{(-3-0)^2+(4-8)^2}=\sqrt{25}=5$$

תשובה: משוואת המעגל היא $(x+3)^2+(y-4)^2=25$

ב. נבדוק האם ראשית הצירים $(0,0)$ **מקיימת את משוואת המעגל**

$$(0+3)^2+(0-4)^2=25 \quad \to 25=25 \quad o.k.$$

תשובה: המעגל עובר דרך ראשית הצירים.

ג. המשיק מאונך לרדיוס בנקודת ההשקה.

נמצא את שיפוע הרדיוס לראשית הצירים:

$$m=\frac{4-0}{-3-0}=-\frac{4}{3}$$

ולכן על פי תנאי ניצבות $-\frac{4}{3}m_{mashik}=-1 \quad \to m_{mashik}=\frac{-1}{-\frac{4}{3}} \quad \to m_{mashik}=\frac{3}{4}$

משוואת המשיק היא: $y-0=\frac{3}{4}(x-0) \quad \to \boxed{y=\frac{3}{4}x}$

תשובה:משוואת המשיק למעגל בראשית הצירים היא $y=\frac{3}{4}x$.

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{x}{2}-\frac{8}{x}$.

תחום ההגדרה הוא $x\neq 0$ **כי** $x=0$ **מאפס את המכנה.**

תשובה: תחום הגדרה: $x\neq 0$.

ב. בנקודת החיתוך עם ציר ה- x **מתקיים** $y=0$

$$0=\frac{x}{2}-\frac{8}{x} \quad /\cdot 2x$$
$$0=x^2-16$$
$$16=x^2$$
$$x=\pm 4$$

תשובה: $(-4,0),(4,0)$

ג. נראה שלפונקציה אין נקודות קיצון.

$$\boxed{f(x)=\frac{x}{2}-\frac{8}{x}}$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{1}{2}+\frac{8}{x^2}}$$

$$0=\frac{1}{2}+\frac{8}{x^2} \quad \to 0=x^2+16 \quad \to x^2=-16$$

אין פתרון ואין נקודות קיצון.

תשובה: הוכַח.

ד. נבנה טבלה לזיהוי ותחומי עלייה וירידה

$$f'(-1)=\frac{1}{2}+\frac{8}{(-1)^2}=8.5>0, \quad f'(1)=\frac{1}{2}+\frac{8}{1^2}=8.5>0$$

x	1	0	-1
y'	+		+
מסקנה	↗		↗

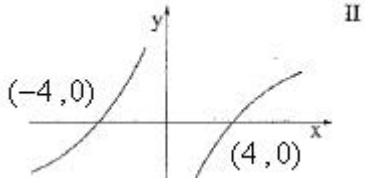
תשובה: הפונקציה עולה עבור $x>0$ **או** $x<0$ **, כלומר בכל תחום שבו היא מוגדרת.**

ה. נמצא את נקודת ההשקה: $f(2)=\frac{2}{2}-\frac{8}{2}=-3 \quad \to (2,-3)$

נמצא את שיפוע המשיק: $f'(2)=\frac{1}{2}+\frac{8}{2^2}=2.5 \quad \to m=2.5$

נמצא את משוואת המשיק $y-(-3)=2.5(x-2) \quad \to y+3=2.5x-5 \quad \to \boxed{y=2.5x-8}$

תשובה: משוואת המשיק היא $y=2.5x-8$ **.**



ו. גרף II **מתאר את הפונקציה** $f(x)$ **, על פי סעיפים א-ד,**

כי הפונקציה עולה עבור $x>0$ **או** $x<0$ **,**

חותכת את ציר ה- x **בנקודות** $(4,0)$ $(-4,0)$, **,**

ולא מוגדרת עבור $x=0$ **.**

תשובה: גרף II **.**

א. (1) נתונה הפונקציה $f(x)=-2x^2+3x+2$.

בנקודה C **שעל ציר ה-** y **מתקיים** $x=0$ **ולכן שיעוריה** $C(0,2)$.

בנקודה B **שעל ציר ה-** x **מתקיים** $y=0$ **ולכן** $0=-2x^2+3x+2$

$x_{1,2}=\frac{-3\pm5}{-4}\quad\rightarrow x_1=\frac{-3+5}{-4}=\frac{2}{-4}=-\frac{1}{2},\quad x_2=\frac{-3-5}{-4}=\frac{-8}{-4}=2$.

על פי הציור שיעור ה- x **של הנקודה** B **חיובי ולכן שיעוריה** $B(4,0)$

תשובה: $B(2,0)$, $C(0,2)$.

(2) נמצא את שיפוע הישר BC . $m_{BC}=\frac{2-0}{0-2}=-1$.

תשובה: שיפוע הישר BC **הוא** -1 .

ב. (1) נמצא את שיעורי נקודת ההשקה, כאשר $f'(x_D)=-1$ **, כי לישרים מקבילים שיפועים שווים.**

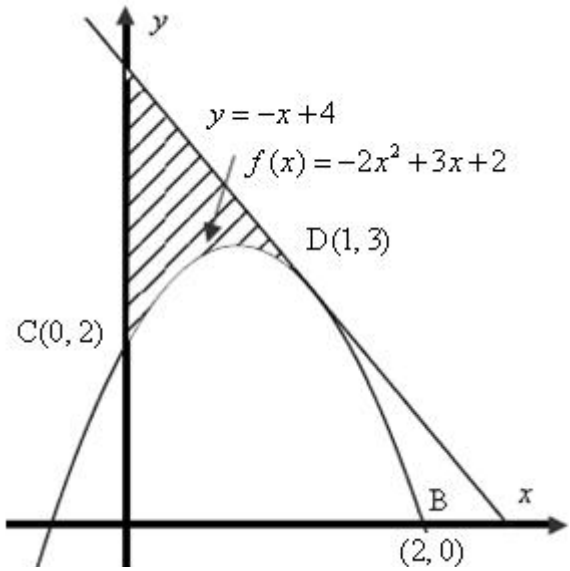
$$f'(x)=-4x+3$$
$$-1=-4x+3\quad\rightarrow 4x=4$$
$$x=1\quad\rightarrow y=-2\cdot1^2+3\cdot1+2=3$$

תשובה: $D(1,3)$

(2) נמצא את משוואת המשיק עבור: $D(1,3)$, $m=-1$

$$y-3=-1(x-1)$$
$$y-3=-x+1$$
$$\boxed{y=-x+4}$$

תשובה: משוואת המשיק היא $y=-x+4$.



ג. נחשב את השטח המקווקו בציור.

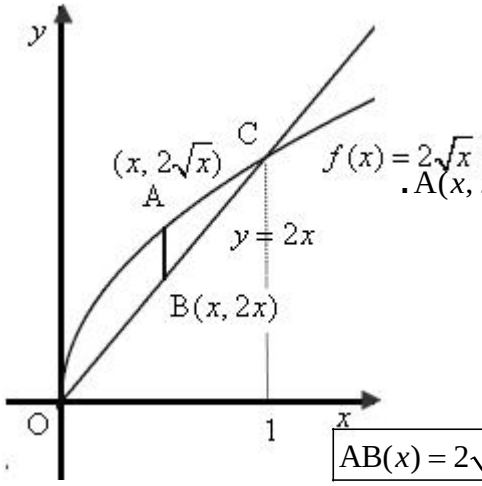
הפרש הפונקציות הוא :

$$-x+4-(-2x^2+3x+2)=-x+4+2x^2-3x-2=2x^2-4x+2$$

	S
פונקציה עליונה	$y=-x+4$
פונקציה תחתונה	$f(x)=-2x^2+3x+2$
x **גדול**	$x=1$
x **קטן**	$x=0$

$$S=\int_0^1(2x^2-4x+2)\,dx$$
$$S=\frac{2x^3}{3}-\frac{4x^2}{2}+2x\Big]_0^1$$
$$S=(\frac{2\cdot1^3}{3}-\frac{4\cdot1^2}{2}+2\cdot1)-(\frac{2\cdot0^3}{3}-\frac{4\cdot0^2}{2}+2\cdot0)$$
$$\boxed{S=\frac{2}{3}}$$

תשובה: $\frac{2}{3}$ **יח"ר.**



א. נסמן את שיעור ה- x של הנקודה B ב- x.

לכן שיעורי הנקודה B הנמצאת על גרף הישר $y = 2x$ הם $B(x, 2x)$.

הישר AB מקביל לציר ה- y ולכן $x_A = x_B = x$,

לכן שיעורי הנקודה A הנמצאת על גרף הפונקציה $f(x) = 2\sqrt{x}$ הם $A(x, 2\sqrt{x})$.

$$AB = y_A - y_B$$

$$\boxed{AB = 2\sqrt{x} - 2x}$$

תשובה: $AB = 2\sqrt{x} - 2x$.

ב. (1) הפונקציה שיש להביא *למקסימום* היא *אורך הקטע* AB : $\boxed{AB(x) = 2\sqrt{x} - 2x}$

$$AB'(x) = \frac{2}{2\sqrt{x}} - 2$$

$$\boxed{AB'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} - 2}$$

$$0 = \frac{1}{\sqrt{x}} - 2 \rightarrow 0 = 1 - 2\sqrt{x}$$

$$2\sqrt{x} = 1 \rightarrow \sqrt{x} = 0.5 \qquad ()^2$$

$$\boxed{x = 0.25}$$

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון:

$$AB'(0.2) = \frac{1}{\sqrt{0.2}} - 2 = 0.24 > 0, \quad AB'(0.3) = \frac{1}{\sqrt{0.3}} - 2 = -0.17 < 0$$

x	0.3	0.25	0.2
$P'(x)$	-	0	+
מסקנה	↘	**Max**	↗

תשובה: עבור $x = 0.25$ אורך הקטע AB הוא מקסימלי.

(2) שיעורי הנקודה $A(0.5, 2\sqrt{0.25}) \rightarrow A(0.5, 1)$ **ושיעורי הנקודה** $B(0.25, 2 \cdot 0.25) \rightarrow B(0.25, 0.5)$

לכן, $AB = 1 - 0.5 = 0.5$

תשובה: האורך המקסימלי של הקטע AB הוא 0.5 .