נסמן ב- x **את מחיר מוצר א' וב-** y **את מחיר מוצר ב'.**

מוצר א' התייקר ב- 10%

נביע את מחיר החורף באמצעות x $\frac{100+10}{100}x=\frac{110}{100}x=1.1x$

ומוצר ב' התייקר ב- 20% **.**

נביע את מחיר החורף באמצעות y $\frac{100+20}{100}y=\frac{120}{100}y=1.2y$

(1) ההפרש בין המחיר של מוצר א' בחורף לבין מחירו בקיץ,

שווה להפרש שבין המחיר של מוצר ב' בחורף לבין מחירו בקיץ,

לכן: $1.1x-x=1.2y-y\rightarrow 0.1x=0.2y$

(2) בקיץ היה מחיר מוצר א' גבוה ב- 30 **שקלים ממחיר מוצר ב',**

לכן, $x=y+30$

$$\begin{cases}0.1x=0.2y\\ x=y+30\end{cases}$$

$$0.1(y+30)=0.2y$$

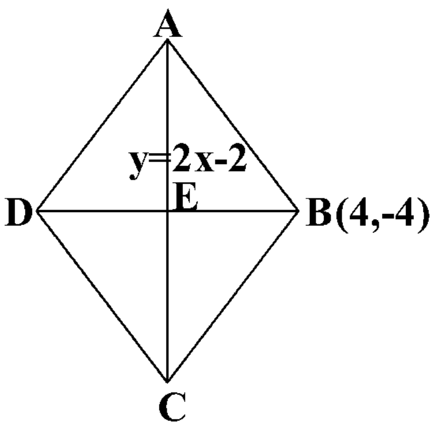
$$0.1y+3=0.2y$$

$$3=0.1y$$

$$y=30\rightarrow x=30+30=60$$

בקיץ, לפני ההתייקרויות

מחיר מוצר א' 60 **שקלים ומחיר מוצר ב'** 30 **שקל .**



א. האלכסונים במעוין מאונכים זה לזה

שיפוע AC **הוא** 2

תנאי לניצבות $m_1 \cdot m_2 = -1$ **(שיפועים הופכים ונגדיים)**

לכן שיפוע BD **שווה ל-** $-\frac{1}{2}$**.**

נשתמש בנוסחה $y - y_1 = m(x - x_1)$ $\quad \overset{x_1}{(4}, \overset{y_1}{-4)} \quad m = -0.5,$

$y = -0.5x - 2 \;\Leftrightarrow\; y + 4 = -0.5x + 2 \;\Leftrightarrow\; y - (-4) = -0.5(x - 4)$

משוואת האלכסון BD **היא** $y = -0.5x - 2$

ב. לנקודת מפגש האלכסונים נפתור שתי משוואות בשני נעלמים

$$\begin{cases} y = -0.5x - 2 \\ y = 2x - 2 \end{cases} \rightarrow -0.5x - 2 = 2x - 2 \rightarrow -2.5x = 0$$

$$\rightarrow x = 0, \quad \rightarrow 2 \cdot 0 - 2 = -2$$

לכן, שיעורי נקודת מפגש האלכסונים הם $E(0,-2)$

ג. האלכסונים במעוין חוצים זה את זה

נתון כי שיעור ה- y **של קדקוד** A **הוא** 4

הנוסחה לאמצע קטע היא: $x_M = \frac{x_A + x_B}{2}, y_M = \frac{y_A + y_B}{2}$

ניעזר בנוסחה, עבור E **כאמצע** AC

$$-2 = \frac{y_C + 4}{2} \rightarrow -4 = y_C + 4 \rightarrow y_C = -8$$

נציב -8 **במקום** y **במשוואת האלכסון** AC

$$-8 = 2x - 2 \rightarrow -6 = 2x \rightarrow x = -3$$

לכן, שיעורי הנקודה C **הם:** $C(-3,-8)$**.**

א. נתונה הפונקציה $y=\sqrt{a-x^2}$

שיפוע הישר, המשיק לגרף הפונקציה

בנקודה שבה $x=7$ **הוא** -7, **כלומר** $y'(7)=-7$

$$y=\sqrt{a-x^2}$$

$$y'=\frac{-2x}{2\sqrt{a-x^2}}$$

$$y'(7)=-7 \quad \rightarrow \frac{-\cancel{2}\cdot 7}{\cancel{2}\sqrt{a-7^2}}=-7 \quad /:(-7)\rightarrow \frac{1}{\sqrt{a-49}}=1$$

$$1=\sqrt{a-49} \quad (\ )^2 \rightarrow 1=a-49 \quad \rightarrow a=50$$

תשובה: $a=50$

ב. נציב $a=50$ **בפונקציה ונקבל** $\boxed{y=\sqrt{50-x^2}}$

יש למצוא את שיעור ה- x **שבו הפונקציה מתאפסת**

$$y=\sqrt{50-x^2}$$

$$y'=\frac{-\cancel{2}x}{\cancel{2}\sqrt{50-x^2}} \quad \rightarrow \boxed{y'=\frac{-x}{\sqrt{50-x^2}}}$$

$$0=\frac{-x}{\sqrt{50-x^2}} \quad \rightarrow 0=-x \quad \rightarrow x=0$$

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון (מכנה הנגזרת חיובי)

$f'(-1)=-(-1)>0, \quad f'(1)=-1<0$

x	1	0	-1
y'	**-**	0	**+**
מסקנה	↘	**Max**	↗

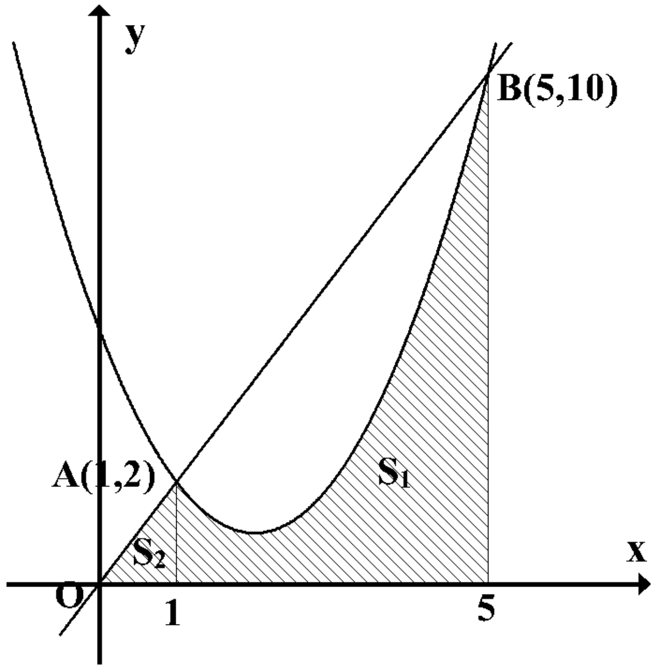
לכן עבור $x=0$ **נקודת מקסימום**

נכין טבלת ערכים קטנה, שתעזור לוודא

את היות נקודת הקיצון מקסימום!

x	0.1	0	-0.1
y	7.070	7.071	7.070

א. נחלק את השטח המבוקש לשני שטחים, כמסומן בציור הבא:



נמצא את שיעור ה- x **של נקודת החיתוך בין שתי הפונקציות:**

$$\begin{cases} y = 2x \\ y = x^2 - 4x + 5 \end{cases}$$

$$2x = y = x^2 - 4x + 5 \quad \Leftrightarrow 0 = x^2 - 6x + 5$$

$$x_A = 1,\ x_B = 5$$

נציב את שיעורי ה- x **במשוואת הישר ונקבל** $A(1,2)$ **,** $B(5,10)$

ב. נחשב את שני השטחים ולאחר מכן נחבר את התוצאות

S_2 **הוא שטח של משולש ישר זווית** $S_2 = \frac{1\cdot 2}{2} = 1$ **.**

נכין טבלה לסיוע בחישוב S_1

	S_1
פונקציה עליונה	$y = x^2 - 4x + 5$
פונקציה תחתונה	$y = 0$
x **גדול**	5
x **קטן**	1

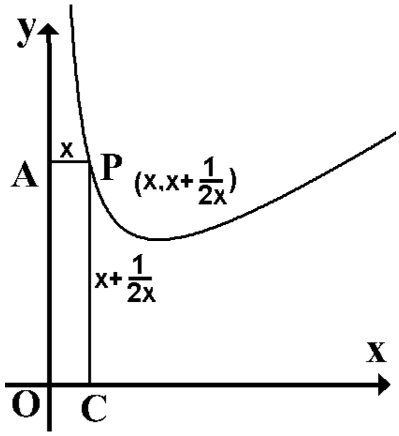
$$S_1 = \int_1^5 (x^2 - 4x + 5 - 0)dx = \frac{x^3}{3} - \frac{\cancel{4}^{2} x^2}{\cancel{2}} + 5x \Big]_0^5$$

$$S_1 = \frac{5^3}{3} - 2\cdot 5^2 + 5\cdot 5 - (\frac{1^3}{3} - 2\cdot 1^2 + 5\cdot 1) = 16\frac{2}{3} - 3\frac{1}{3} = 13\frac{1}{3}$$

$$S = S_1 + S_2 = 13\frac{1}{3} + 1 = 14\frac{1}{3}$$

גודל השטח המקווקו הוא $14\frac{1}{3}$

א. אורך AP כשיעור ה- x של P.
אורך CP כשיעור ה- y של P.



לכן היקף המלבן

$$2\cdot x+2\cdot(x+\frac{1}{2x})=$$
$$=2x+2x+\frac{1}{x}$$
$$=4x+\frac{1}{x}$$

והיקף המלבן $APCO$ הוא $4x+\frac{1}{x}$

ב. הפונקציה שיש להביא *למינימום* היא *היקף המלבן*
נמצא את נקודת הקיצון

$$\boxed{f(x)=4x+\frac{1}{x}}$$
$$f'(x)=4-\frac{1}{x^2}$$
$$\boxed{f'(x)=\frac{4x^2-1}{x^2}}$$
$$0=\frac{4x^2-1}{x^2}\quad\rightarrow 0=4x^2-1\quad\rightarrow 4x^2=1$$
$$\rightarrow x^2=\frac{1}{4}\quad\rightarrow x=\pm\frac{1}{2}$$

$x=0.5$ כי P ברביע הראשון
נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון (מכנה הנגזרת חיובי)

$$f'(0.4)=4\cdot 0.4^2-1<0,\quad f'(0.6)=4\cdot 0.6^2-1>0$$

0	0.4	0.5	0.6	x
	-		+	y'
	↘	Min	↗	**מסקנה**

תשובה: $x=0.5$