**א. נסמן ב-** $x$ **(קמ"ש) את מהירות הרוכב בקטע השני של הרכיבה.**

**כאשר מגדילים מהירות** $x$ **ב-** $\text{P}$ **אחוזים, המהירות החדשה** $\frac{100+\text{P}}{100}\cdot x$

**נתון כי המהירות בקטע הראשון גדולה ב-** $25\%$ **מהמהירות בקטע השני, לכן:** $\text{P} = 25$

**המהירות בקטע הראשון:** $\frac{100+25}{100}\cdot x = 1.25x$

$s = vt$ **- המרחק** $(s)$ **שווה למהירות** $(v)$ **כפול זמן** $(t)$

**נשלים את הנתונים בטבלה.**

| קטעי רכיבה | זמן<br>$t$ שעות | מהירות<br>$v$ קמ"ש | דרך-מרחק -<br>$s$ ק"מ |
|---|---|---|---|
| קטע ראשון | $\frac{5}{1.25x}$ | $1.25x$ | 5 |
| קטע שני | $\frac{10}{x}$ | $x$ | 10 |

**על פי הנתון: את כל** 15 **הק"מ הוא עבר ב-** 2 **שעות**

**לכן המשוואה המתאימה:** $\frac{5}{1.25x}+\frac{10}{x}=2$

**נפתור את המשוואה:**

$$\frac{5}{1.25x}+\frac{10}{x}=2 \quad /\cdot 1.25x$$
$$5+12.5=2.5x$$
$$17.5=2.5x \quad /:2.5$$
$$\boxed{x=7}$$

**תשובה: מהירות הרוכב בשאר הדרך הייתה** 7 **קמ"ש.**

**א. קצות הקטע** $AB$ **הם:** $A(9,0)$ **ו-** $B(1,-4)$

**(1) נמצא את אמצע הקטע, שנסמנו ב-** $M$ **, באמצעות נוסחת אמצע קטע שבנוסחאון:**

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{9+1}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

$$y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{0+(-4)}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

**ובהתאם:** $M(5,-2)$

**תשובה:שיעורי אמצע הקטע הם** $(5,-2)$ **.**

**(2) נמצא את משוואת האנך, כאשר שיפוע האנך הוא הופכי לנגדי של שיפוע הקטע** $AB$

**נשתמש בנוסחה לשיפוע בין שתי נקודות שבנוסחאון:**

$$m_{AB} = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{0-(-4)}{9-1} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

**ובהתאם שיפוע האנך, הוא** $-2$ **.**

**נמצא את משוואת האנך, העובר דרך הנקודה** $M(5,-2)$ **ושיפועו** $-2$ **:**

$$y-(-2) = -2(x-5)$$
$$y+2 = -2x+10$$
$$\boxed{y = -2x+8}$$

**תשובה: משוואת האנך היא** $y=-2x+8$ **.**

**ב. מרכז המעגל הוא אמצע הקוטר (אמצע הקטע** $AB$ **), לכן שיעורי המרכז** $M(5,-2)$

**משוואת המעגל היא:** $(x-5)^2 + (y-(-2))^2 = R^2 \quad \rightarrow (x-5)^2 + (y+2)^2 = R^2$

**נציב את שיעורי הנקודה** $A(9,0)$ **הנמצאת על המעגל, למציאת** $R^2$

$$(9-5)^2 + (0+2)^2 = R^2 \quad \rightarrow R^2 = 20$$

**תשובה: משוואת המעגל היא** $(x-5)^2 + (y+2)^2 = 20$ **.**

**ג. ישר** $y=4$ **חותך את האנך בנקודה** $C$ **, שמשוואתו** $y=-2x+8$

**נציב** $y=4$ **במשוואת האנך:** $4=-2x+8 \quad \rightarrow -4=-2x \quad \rightarrow x=2$

**ושיעורי הנקודה הם** $C(2,4)$ **.**

**נציב את** $C(2,4)$ **במשוואת המעגל** $(2-5)^2 + (4+2)^2 \overset{?}{=} 20 \quad \rightarrow 45 \neq 20$

$C(2,4)$ **לא מקיימת את משוואת המעגל ולכן לא נמצאת עליו (למעשה נמצאת מחוץ למעגל)**

**תשובה: הנקודה** $C$ **לא נמצאת על המעגל.**

**א. נתונה הפונקציה** $f(x)=x^3+4x^2+ax$ **, כאשר** $f(-1)=f'(-1)$

**נמצא את ערך הפונקציה עבור** $x=-1$ **:**

$$f(-1)=(-1)^3+4\cdot(-1)^2+a\cdot(-1)=3-a$$

**נמצא את ערך הנגזרת עבור** $x=-1$ **:**

$$f'(x)=3x^2+8x+a$$

$$f'(-1)=3(-1)^2+8\cdot(-1)+a=-5+a$$

**נציב במשוואה** $f(-1)=f'(-1)$

$$3-a=-5+a$$

$$-2a=-8 \quad /:(-2)$$

$$\boxed{a=4}$$

**תשובה:** $a=4$

**ב. נציב** $a=4$ **בפונקציה ונקבל:** $\boxed{f(x)=x^3+4x^2+4x}$

**נמצא את נקודות החיתוך עם הצירים.**

**נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה-** $y$ **,** $x=0$ **:**

$$f(0)=0^3+4\cdot0^2+4\cdot0=0 \qquad \rightarrow(0,0)$$

**נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה-** $x$ **,** $y=0$

$$0=x^3+4x^2+4x$$

$$0=x(x^2+4x+4)$$

$$x=0\rightarrow\boxed{(0,0)}$$

$$x^2+4x+4=0$$

$$x_{12}=\frac{-4\pm0}{2}$$

$$x=-2\rightarrow\boxed{(-2,0)}$$

**תשובה:**

**נקודות החיתוך עם ציר ה-** $x$ $(0,0)$ **,** $(-2,0)$

**נקודת החיתוך עם ציר ה-** $y$ $(0,0)$

ג. $\boxed{f(x)=x^3+4x^2+4x}$

**נמצא את נקודות קיצון ואת סוגן**

$$\boxed{f'(x)=3x^2+8x+4}$$

$$0=3x^2+8x+4$$

$$x_{12}=\frac{-8\pm 4}{6}$$

$$x_1=\frac{-8+4}{6}=\frac{-4}{6}=-\frac{2}{3}$$

$$x_1=\frac{-8-4}{6}=\frac{-12}{6}=-2$$

**נמצא את סוג הקיצון בעזרת נגזרת שנייה**

$$\boxed{f''(x)=6x+8}$$

$$f''(-\frac{2}{3})=6\cdot(-\frac{2}{3})+8=4>0\rightarrow \min$$

$$f''(-2)=6\cdot(-2)+8=-4<0\rightarrow \max$$

**תשובה:** $x=-\frac{2}{3}$ **מינימום,** $x=-2$ **מקסימום .**

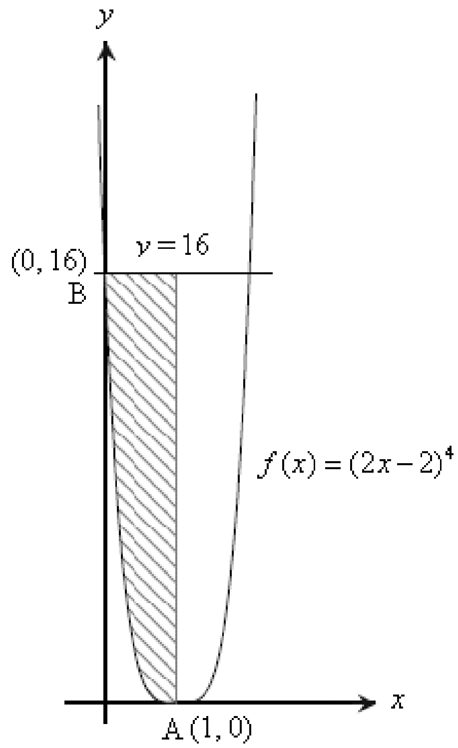
**א. נמצא את שיעור ה-** $y$ **של הנקודה** B :

$$y=(2\cdot0-2)^4=16$$

**לכן שיעורי הנקודה הם** $B(0,16)$ **וכיוון שהישר מקביל לציר ה-** $x$ **הרי שמשוואתו** $y=16$

**תשובה:** $y=16$

**ב.**




**נכין טבלה לסיוע בחישוב השטח:**

| | |
|---|---|
| **פונקציה עליונה** | $y=16$ |
| **פונקציה תחתונה** | $f(x)=(2x-2)^4$ |
| $x$ **גדול** | $x=1$ |
| $x$ **קטן** | $x=0$ |

$$S=\int_0^1(16-(2x-2)^4)dx$$

$$S=16x-\frac{(2x-2)^5}{5\cdot2}\Big]_0^1$$

$$S=(16\cdot1-\frac{(2\cdot1-2)^5}{10})-(16\cdot0-\frac{(2\cdot0-2)^5}{10})$$

$$S=16-(3.2)$$

$$\boxed{S=12.8}$$

**תשובה: גודל השטח המקווקו הוא** 12.8 **יח"ר.**

**א. נסמן את שיעור ה- $x$ של הנקודה $\mathrm{M}$ ב- $x$**

**שיעורי הנקודה $\mathrm{M}$ הנמצאת על על גרף הפונקציה $y=3x-4$ הם $\mathrm{M}(x, 3x-4)$ .**

**נמצא את $\mathrm{AM}^2$ באמצעות נוסחת המרחק בין שתי נקודות שבנוסחאון:**

$$\mathrm{AM}^2=(x-0)^2+(3x-4-1)^2$$
$$\mathrm{AM}^2=x^2+(3x-5)^2$$
$$\mathrm{AM}^2=x^2+9x^2-30x+25$$
$$\boxed{\mathrm{AM}^2=10x^2-30x+25}$$

**תשובה: ריבוע המרחק הוא** $\mathrm{AM}^2=10x^2-30x+25$

**ב. הפונקציה שיש להביא *למינימום* היא** $\mathrm{AM}^2=10x^2-30x+25$ **:**

**נמצא את נקודת הקיצון:**

$$\boxed{(\mathrm{AM}^2)'=20x-30}$$
$$0=20x-30$$
$$-20x=-30 \quad /:(-20)$$
$$\boxed{x=1.5}$$

**נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון**

$$(\mathrm{AM}^2)'(1)=20\cdot1-30<0, \quad (\mathrm{AM}^2)(2)=20\cdot2-30>0$$

| 1 | 1.5 | 2 | $x$ |
|---|---|---|---|
| + | 0 | - | $(\mathrm{AM}^2)'$ |
| ↘ | Min | ↗ | מסקנה |

**תשובה: עבור $x=1.5$ ריבוע המרחק $\mathrm{AM}$ יהיה מינימלי.**

**א. נתונה הפונקציה** $f(x)=2+\frac{3}{x}-\frac{2}{x^2}$ **,** $x\neq 0$

**נמצא את שיעורי נקודות הקיצון:**

$$\boxed{f(x)=2+\frac{3}{x}-\frac{2}{x^2}}$$

$$f'(x)=-\frac{3}{x^2}+\frac{2\cdot 2x}{x^4}$$

$$\boxed{f'(x)=-\frac{3}{x^2}+\frac{4x}{x^4}}$$

$$0=-\frac{3}{x^2}+\frac{4x}{x^4} \quad /\cdot x^4$$

$$0=-3x^2+4x$$

$$0=x(-3x+4)$$

$$\cancel{x=0}$$

$$0=-3x+4$$

$$3x=4 \quad /:3$$

$$x=1\frac{1}{3}$$

$$f(1\frac{1}{3})=2+\frac{3}{1\frac{1}{3}}-\frac{2}{(1\frac{1}{3})^2}=3\frac{1}{8}$$

**פתרון אחד נפסל עקב תחום ההגדרה** $x\neq 0$

**נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון ותחומי העלייה והירידה לסעיף ג (מכנה הנגזרת חיובי)**

$$f'(-1)=-3\cdot(-1)^2+4\cdot(-1)<0$$

$$f'(1)=-3\cdot 1^2+4\cdot 1>0$$

$$f'(3)=-3\cdot 3^2+4\cdot 3<0$$

| $x$ | 2 | $1\frac{1}{3}$ | 1 | 0 | $-1$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $(AM^2)'$ | - | 0 | + | | - |
| מסקנה | ↘ | Max | ↗ | | ↘ |

**תשובה:** $(1\frac{1}{3},3\frac{1}{8})$ **מקסימום**

**ב. נמצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה** $f(x)=2+\frac{3}{x}-\frac{2}{x^2}$ **עם ציר ה-** $x$ **:**

$$0=2+\frac{3}{x}-\frac{2}{x^2} \quad /\cdot x^2$$

$$0=2x^2+3x-2$$

$$x_{1,2}=\frac{-3\pm5}{4}$$

$$x_1=\frac{-3+5}{4}=0.5 \quad x_2=\frac{-3-5}{4}=-2$$

**תשובה:** $(0.5,0)$, $(-2,0)$ **.**

**ג. על פי הטבלה בסעיף א:**

**הפוקנקציה עולה עבור** $0<x<1\frac{1}{3}$

**הפונקציה יורדת עבור** $x>1\frac{1}{3}$ **או** $x<0$