נסמן ב- x את מספר הטלוויזיות שקנה סוחר א'.

לכן, מספר הטלוויזיות שקנה סוחר ב' הוא $x+2$.

מחיר כל אחת מהטלוויזיות הוא 3000 שקל

סוחר א' קיבל הנחה של 10% על כל הקנייה

לכן שילם על כל מכשיר $2,700$ שקל $\frac{100-10}{100}\cdot 3000 = 0.9\cdot 3000 =$

סוחר ב' קיבל הנחה של 20% על כל הקנייה

לכן שילם על כל מכשיר $2,400$ שקל $\frac{100-20}{100}\cdot 3000 = 0.8\cdot 3000 =$

נכניס את הנתונים לטבלה מתאימה.

סך הכל של התקבולים או התשלומים שווה למחיר כפול כמות .

	כמות	מחיר ליחידה ₪	סך הכול ₪
קנייה	x	$2,700$	$2,700x$
מכירה	$x+2$	$2,400$	$2,400(x+2)$

שניהם שילמו אותו סכום עבור הקנייה שלהם,

והמשוואה המתאימה היא: $2,400(x+2) = 2,700x$

$$2,400(x+2) = 2,700x$$
$$2,400x + 4,800 = 2,700x$$
$$-300x = -4,800 \quad / : (-300)$$
$$\boxed{x = 16}$$
$$\boxed{x+2 = 18}$$

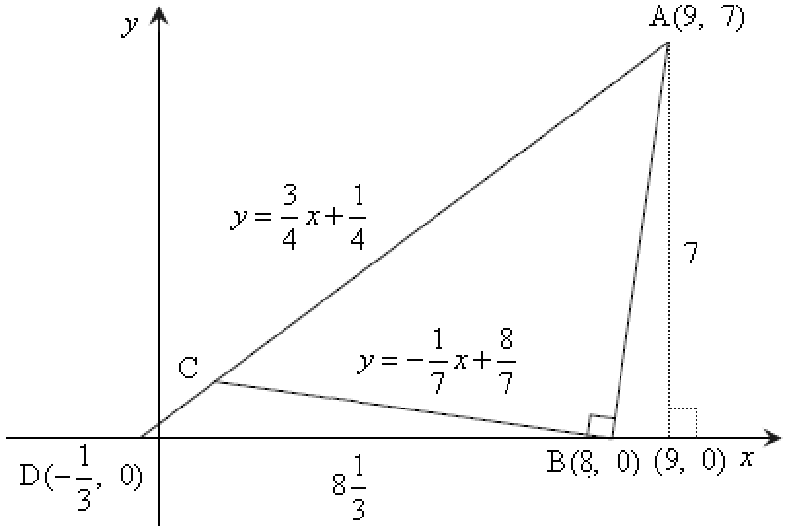
תשובה: סוחר א' קנה 16 טלוויזיות וסוחר ב' קנה 18 טלוויזיות.

<u>הערה:</u>

בהתאם להנחות שקבלו הסוחרים, ניתן לרשום ישירות את המשוואה: $0.9x = 0.8(x+2)$

שפתרונה הוא $x = 16$, כלומר הנתון על מחיר הטלוויזיות הוא מיותר.

א. נעלה ציור מעודכן והסביר בהמשך:



(1) נמצא את שיעורי קדקוד B **, המונח על ציר ה-** x **:**

$$0=-\frac{1}{7}x+\frac{8}{7} \quad /\cdot 7$$

$$0=-x+8$$

$$x=8$$

$$\boxed{B(8,\ 0)}$$

תשובה: $B(8,\ 0)$

(2) שיפוע BA **הופכי לנגדי של שיפוע** BC **, כי הניצבים מאונכים זה לזה:**

$$m_{BC}=-\frac{1}{7} \quad \to m_{AB}=+7$$

נשתמש בנוסחה: $y-y_1=m(x-x_1)$

$$y-0=7(x-8)$$

$$\boxed{y=7x-56}$$

תשובה: משוואת הישר שעליו מונח הניצב BA היא $y=7x-56$.

ב. (1) נמצא את שיעורי הנקודה D **, המונחת על ציר ה-** x **:**

$$0=\frac{3}{4}x+\frac{1}{4} \quad /\cdot 3$$

$$0=3x+1$$

$$-3x=1$$

$$x=-\frac{1}{3}$$

$$\boxed{\mathrm{D}(-\frac{1}{3},\ 0)}$$

בהתאם אורך הקטע BD **המונח על ציר ה-** x **:** $\mathrm{BD}=x_{\mathrm{B}}-x_{\mathrm{D}}=8-(-\frac{1}{3})=8\frac{1}{3}$

תשובה: אורך הקטע BD **הוא** $8\frac{1}{3}$**.**

(2) נמצא את את שטח המשולש ADB **:**

נמצא את שיעורי הקדקוד A **, נקודת החיתוך שבין היתר** AC **לניצב** BA **:**

$$\begin{cases} y=\frac{3}{4}x+\frac{1}{4} \\ y=7x-56 \end{cases}$$

$$\frac{3}{4}x+\frac{1}{4}=7x-56 \quad /\cdot 4$$

$$3x+1=28x-224$$

$$-25x=225 \quad /:(-25)$$

$$x=9 \quad \rightarrow y=7\cdot 9-56=7$$

$$\boxed{\mathrm{A}(9,\ 7)}$$

נוריד גובה מקדקוד A **להמשך הצלע** BD

$$h=y_{\mathrm{A}}-0=7-0=7$$

ובהתאם: $S_{\Delta\mathrm{ADB}}=\frac{\mathrm{BD}\cdot h}{2}=\frac{8\frac{1}{3}\cdot 7}{2}=29\frac{1}{6}$

תשובה: שטח המשולש ADB **הוא** $29\frac{1}{6}$ **יחידות שטח.**

א. נתונה הפונקציה $f(x)=(ax-1)(4-x^2)$

ישר המקביל לציר ה- x **,** משיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x=-1$, כלומר $f'(-1)=0$

נגזור בהתאם לכלל של נגזרת מכפלת פונקציות:

$$f(x)=(ax-1)(4-x^2)$$
$$f'(x)=a(4-x^2)+(ax-1)\cdot(-2x)$$
$$0=a(4-(-1)^2)+(a(-1)-1)\cdot(-2\cdot(-1)) \quad \leftarrow f'(-1)=0$$
$$0=3a+(-a-1)\cdot 2$$
$$0=3a-2a-2$$
$$-a=-2$$
$$\boxed{a=2}$$

תשובה: $a=2$.

ב. (1) נציב $a=2$ **ונקבל שפונקציה הנתונה היא** $f(x)=(2x-1)(4-x^2)$

בנקודות החיתוך עם ציר ה- x **מתקיים** $y=0$:

$$0=(2x-1)(4-x^2)$$
$$2x-1=0 \qquad 4-x^2=0$$
$$2x=1 \qquad 4=x^2$$
$$x=0.5 \qquad x=\pm 2$$
$$\boxed{(0.5,0)} \qquad \boxed{(-2,0)},\boxed{(2,0)}$$

תשובה: $(2,0)$, $(0.5,0)$, $(-2,0)$

(2) בנקודות החיתוך עם ציר ה- y **מתקיים** $y=0$:

$$f(0)=(2\cdot 0-1)(4-0^2)=-4$$
$$\boxed{(0,-4)}$$

תשובה: $(0,-4)$

(3). נקודות קיצון וסוגן

$\boxed{f(x)=(2x-1)(4-x^2)}$

$f'(x)=2(4-x^2)+(2x-1)\cdot(-2x)$

$f'(x)=8-2x^2-4x^2+2x$

$\boxed{f'(x)=-6x^2+2x+8}$

$0=-6x^2+2x+8$

$x_{1,2}=\frac{-2\pm 14}{-12}$

$x=-1 \quad \to y=(2\cdot(-1)-1)(4-(-1)^2)=-9 \quad \to \boxed{(-1,-9)}$

$x=1\frac{1}{3} \quad \to y=(2\cdot 1\frac{1}{3}-1)(4-(1\frac{1}{3})^2)=3.704 \quad \to \boxed{(1\frac{1}{3}, 3.704)}$

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון

$f'(-2)=-6\cdot(-2)^2+2\cdot(-2)+8<0$

$f'(0)=-6\cdot 0^2+2\cdot 0+8>0$

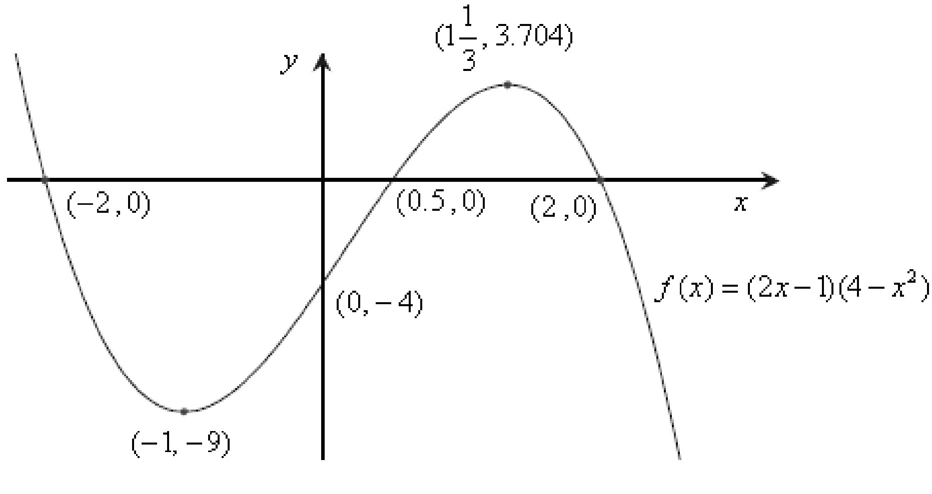
$f'(2)=-6\cdot 2^2+2\cdot 2+8<0$

x	2	$1\frac{1}{3}$	0	-1	-2
y'	-	0	+	0	-
מסקנה	↘	**Max**	↗	**Min**	↘

$x=-1$ **עוברים מירידה לעליה ולכן מינימום .**

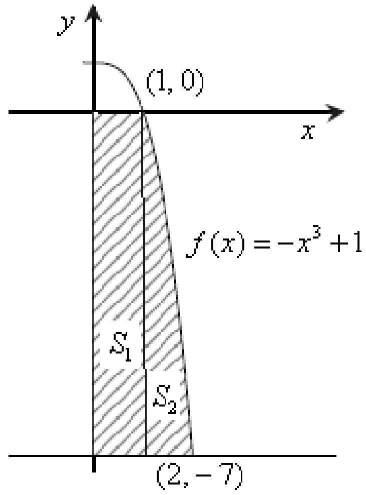
$x=1\frac{1}{3}$ **עוברים מעליה לירידה ולכן מקסימום.**

תשובה: $(1\frac{1}{3}, 3.704)$ **מקסימום,** $(-1,-9)$ **מינימום.ג. הסקיצה המתאימה:**



נעלה ציור מעודכן ונסביר בהמשך:

א. (1) בנקודת החיתוך עם ציר ה- x מתקיים $y=0$



$$0=-x^3+1$$
$$x^3=1$$
$$x=1 \quad \rightarrow \boxed{(1,0)}$$

תשובה: $(1,0)$

(2) נמצא את נקודת החיתוך של $f(x)=-x^3+1$ עם $y=-7$.

$$-7=-x^3+1$$
$$x^3=8$$
$$x=2 \quad \rightarrow \boxed{(2,-7)}$$

תשובה: $(2,-7)$

ב. נחשב את השטח המבוקש באמצעות חיבור של שני שטחים: S_1 ו- S_2.

שטחו של S_1 הוא כשטח מלבן, $S_1 = 1 \cdot 7 = 7$

נכין טבלה לסיוע בחישוב S_2:

	S_2
פונקציה עליונה	$f(x) = -x^3 + 1$
פונקציה תחתונה	$y = -7$
x **גדול**	$x = 2$
x **קטן**	$x = 1$

$$S_1 = \int_1^2 (-x^3 + 1 - (-7))\, dx$$

$$S_1 = \int_1^2 (-x^3 + 8)\, dx$$

$$S_1 = -\frac{x^4}{4} + 8x \Big]_1^2$$

$$S_1 = (-\frac{2^4}{4} + 8 \cdot 2) - (-\frac{1^4}{4} + 8 \cdot 1)$$

$$S_1 = 12 - 7.75$$

$$S_1 = 4.25$$

נחשב את השטח המקווקו: $S_1 + S_2 = 7 + 4.25 = \boxed{11.25}$

תשובה: גודל השטח המקווקו הוא 11.25 **יחידות שטח.**

הפונקציה שיש להביא ל*מקסימום* היא *שטח המשולש* AOB .

א. שיעורי הנקודה A **הנמצאת על גרף הפרבולה**

הם $A(x,-x^2+12)$ **.**

הנקודה B **נמצאת על ציר ה-** y **, כאשר** AB **מקביל לציר ה-** x **, לכן** $B(0,-x^2+12)$

אורך הצלע AB **:** $AB = x-0 = x$ **, אורך הגובה** BO **:** $BO = -x^3+12-0 = -x^3+12$

$$S_{\Delta ABO} = \frac{AB \cdot BO}{2}$$

$$S_{\Delta ABO} = \frac{x(-x^2+12)}{2}$$

$$S_{\Delta ABO} = \frac{-x^3+12x}{2}$$

$$\boxed{S_{\Delta ABO} = \frac{-x^3}{2}+6x}$$

נמצא את נקודת הקיצון :

$$\boxed{f(x) = \frac{-x^3}{2}+6x}$$

$$\boxed{f'(x) = -1.5x^2+6}$$

$$0 = -1.5x^2+6 \quad \rightarrow 1.5x^2 = 6 \quad \rightarrow x^2 = 4 \rightarrow x = \pm 2$$

נתון, על-פי הציור, כי A **היא נקודה על הפרבולה ברביע הראשון**

לכן $x_A = 2$

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון

$$f'(1) = -1.5 \cdot 1^2 + 6 > 0, \quad f'(3) = -1.5 \cdot 3^2 + 6 < 0$$

1	2	3	x
-	0	**+**	y'
➚	**Max**	➘	**מסקנה**

$x=2$ **יביא את שטח משולש** AOB **למקסימום, ובהתאם** $AB = 2$

תשובה: $AB = 2$ **, עבורו שטח המשולש** AOB **הוא מקסימלי.**

ב. שיעורי הנקודה A **הנמצאת על גרף הפרבולה הם:** $f(2) = -2^2+12 = 8 \quad \rightarrow A(2,8)$

ובהתאם: $B(0,8)$ **ו-** $OB = 8$ **.**

$$S_{\Delta ABO} = \frac{AB \cdot BO}{2} = \frac{2 \cdot 8}{2} = 8$$

תשובה: השטח המקסימלי של משולש AOB **הוא** 8 **יחידות שטח.**

א. הנגזרת של הפונקציה $f(x)$ **היא** $f'(x)=ax-3$

שיפוע גרף הפונקציה בנקודה $(3,-1)$ **הוא** 9**.**

נציב $f'(3)=9$ **בנגזרת הפונקציה:**

$$9=a(3)-3$$
$$12=3a$$
$$\boxed{a=4}$$

תשובה: $a=4$

ובהתאם: $f'(x)=4x-3$

ב. נמצא את הפונקציה הקדומה של $f'(x)$ **, כלומר את** $f(x)$ **:**

$$f(x)=\int f'(x)\,dx$$
$$f(x)=\int(4x-3)\,dx$$
$$f(x)=\frac{4x^2}{2}-3x+c$$
$$\boxed{f(x)=2x^2-3x+c}$$

נציב את שיעורי נקודת ההשקה $(3,-1)$ **בתבנית הפונקציה הקדומה:**

$$-1=2\cdot3^2-3\cdot3+c$$
$$-1=9+c$$
$$c=-10$$
$$\boxed{f(x)=2x^2-3x-10}$$

נציב $x=4$ **בתבנית הפונקציה:**

$$f(4)=2\cdot4^2-3\cdot4-10$$
$$\boxed{f(4)=10}$$

תשובה: $f(4)=10$