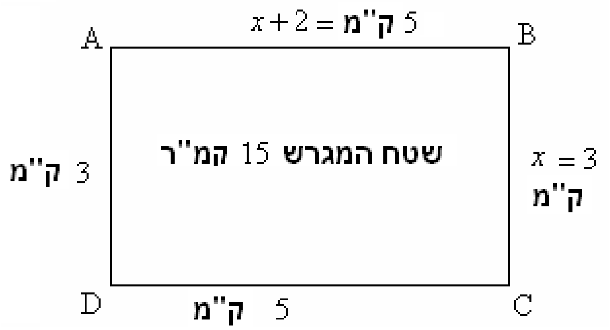
א. נציג את הנתונים על ציור מתאים, כאשר נעלה כבר את פתרונות סעיף א, על הציור.



נסמן את רוחב צלע המלבן ב- x **(ק"מ), ובהתאם אורך המלבן, הגדול ממנו ב-** 2 **ק"מ, הוא** $x+2$ **.**

שטח המלבן: מכפלת אורך ברוחב $x(x+2)$ **., לכן,** $x(x+2)=15$

$$x^2+2x-15=0$$

$$x_{1,2}=\frac{-2\pm8}{2}$$

$$x_1=\frac{-2+8}{2}=\frac{6}{2}=\boxed{3} \quad \rightarrow \boxed{x+2=5}$$

$$x_2=\frac{-2-8}{2}=\frac{-10}{2}=\cancel{-5} \quad \leftarrow x>0$$

תשובה: רוחב המגרש 3 **ק"מ, אורך המגרש** 5 **ק"מ.**

ב. (1) נסמן ב- y (קמ"ש) את מהירות ההליכה של גיא, לכן מהירות הריצה, הגבוהה ב- 4 קמ"ש, היא $y+4$.

מנקודה A לנקודה C יש לעבור אורך + רוחב של המגרש, וכך גם מנקודה C לנקודה A.

נשלים את הנתונים בטבלה.

	זמן שעות t	**מהירות קמ"ש** v	**דרך-מרחק - ק"מ** s
הליכה	$\frac{8}{y}$	y	$5+3=8$
ריצה	$\frac{8}{y+4}$	$y+4$	$5+3=8$

על פי הנתון: גיא מסיים את הקפת המגרש בתוך 3 שעות.

לכן, המשוואה המתאימה: $\frac{8}{y}+\frac{8}{y+4}=3$

נפתור את המשוואה:

$$\frac{8}{y}+\frac{8}{y+4}=3 \quad / \cdot y(y+4)$$

$$8(y+4)+8y=3y(y+4)$$

$$8y+32+8y=3y^2+12y$$

$$3y^2-4y-32=0$$

$$y_{1,2}=\frac{4\pm 20}{6}$$

$$y_1=\frac{4+20}{6}=\frac{24}{6}=\boxed{4} \quad \rightarrow \boxed{y+4=8}$$

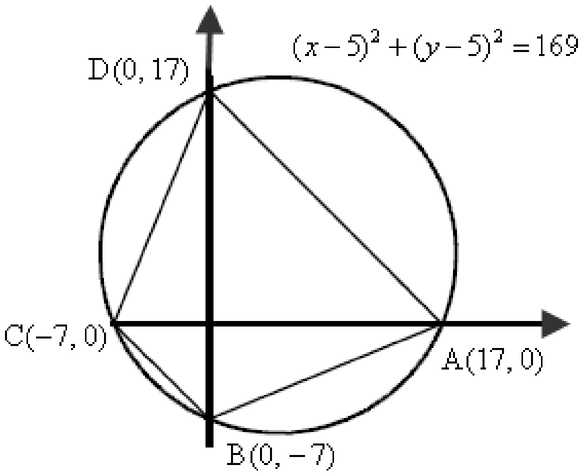
$$y_2=\frac{4-20}{6}=\frac{-16}{6}=\cancel{-8} \quad \leftarrow y>0$$

הפתרון השני נפסל כי הוא שלילי.

תשובה: מהירות ההליכה של גיא 4 קמ"ש.

(2) מהירות הריצה של גיא 8 קמ"ש.

א. נתונה משוואת המעגל $(x-5)^2+(y-5)^2=169$ **,**



נציב $x=0$ **במשוואת המעגל,**

למציאת נקודות חיתוך עם ציר y

$$(0-5)^2+(y-5)^2=169$$
$$25+(y-5)(y-5)=169$$
$$25+y^2-5y-5y+25-169=0$$
$$y^2-10y-119=0$$
$$y_{1,2}=\frac{10\pm 24}{2}$$
$$y_1=\frac{10+24}{2}=\frac{34}{2}=17 \quad \rightarrow \boxed{D(0,17)}$$
$$y_2=\frac{10-24}{2}=\frac{-14}{2}=-7 \quad \rightarrow \boxed{B(0,-7)}$$

נציב $y=0$ **במשוואת המעגל, למציאת נקודות חיתוך עם ציר** x

$$(x-5)^2+(0-5)^2=169$$
$$(x-5)(x-5)+25=169$$
$$x^2-5x-5x+25+25-169=0$$
$$x^2-10x-119=0$$
$$x_{1,2}=\frac{10\pm 24}{2}$$
$$x_1=\frac{10+24}{2}=\frac{34}{2}=17 \quad \rightarrow \boxed{A(17,0)}$$
$$x_2=\frac{10-24}{2}=\frac{-14}{2}=-7 \quad \rightarrow \boxed{C(-7,0)}$$

תשובה: $A(17,0)$ **,** $B(0,-7)$ **,** $C(-7,0)$ **,** $D(0,17)$ **.**

ב. (1) נבדוק האם השיפועים שווים:

$$m_{BC}=\frac{-7-0}{0-(-7)}=\frac{-7}{7}=-1$$
$$m_{AD}=\frac{0-17}{17-0}=\frac{-17}{17}=-1$$

השיפועים שווים ולכן $BC \parallel AD$ **.**

(2) נבדוק האם אורכי המיתרים שווים:

$$d^2{}_{AB}=(17-0)^2+(0-(-7)^2=338 \quad \rightarrow AB=\sqrt{338}$$
$$d^2{}_{DC}=(17-0)^2+(0-(-7)^2=338 \quad \rightarrow DC=\sqrt{338}$$

האורכים שווים ולכן $AB=DC$ **.**

א. נתונה הפונקציה $f(x)=x\sqrt{x}-6$

נמצא את שיפוע המשיק בנקודה $(9,21)$ **:**

$$f'(x)=1\cdot\sqrt{x}+x\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$\boxed{f'(x)=\sqrt{x}+\frac{x}{2\sqrt{x}}}$$

$$m=f'(9)=\sqrt{9}+\frac{9}{2\sqrt{9}}$$

$$\boxed{m=4.5}$$

תשובה: שיפוע המשיק הוא 4.5 **.**

ב. נמצא את משוואת המשיק בנקודה $(9,21)$ **, ששיפועו** 4.5 **.**

$$y-21=4.5(x-9)$$

$$y-21=4.5x-40.5$$

$$\boxed{y=4.5x-19.5}$$

תשובה: $y=4.5x-19.5$ **.**

נתונות שתי הפונקציות: $f(x)=3x^2-8x$

$g(x)=\frac{-2a}{x}$ **(** a **הוא פרמטר).**

א. שיפוע המשיק לפונקציה $f(x)$ **בנקודה שבה** $x=2$ **שווה לשיפוע המשיק לפונקציה** $g(x)$ **בנקודה שבה** $x=2$ **.**

כלומר: $f'(2)=g'(2)$

$\boxed{f'(x)=6x-8}$

$f'(2)=6\cdot 2-8$

$\underline{f'(2)=4}$

$g'(x)=-\frac{-2a}{x^2}$

$\boxed{g'(x)=\frac{2a}{x^2}}$

$g'(2)=\frac{2a}{2^2}$

$\underline{g'(2)=\frac{a}{2}}$

$4=\frac{a}{2} \quad /\cdot 2$

$\boxed{a=8}$

תשובה: $a=8$ **.**

ב. נציב $a=8$ **בפונקציה** $g(x)$

$g(x)=\frac{-2\cdot 8}{x}$

$\boxed{g(x)=\frac{-16}{x}}$

המכנה צריך להיות שונה מ- 0 **ולכן:** $\boxed{x\neq 0}$

תשובה: $x\neq 0$

ג. נמצא תחומי עלייה וירידה, בדגש על $x<0$

$\boxed{g'(x)=\frac{16}{x^2}}$

מונה הנגזרת חיובי וגם מכנה הנגזרת (עבור $x\neq 0$ **) חיובי – לכן הנגזרת חיובית עבור** $x\neq 0$

כיוון שהנגזרת חיובית, הרי שהפונקציה עולה עבור כל $x<0$ **(כמובן שגם עבור** $x>0$ **).**

תשובה: הפונקציה עולה עבור $x<0$

א. (1) הנגזרת של הפונקציה $f(x)$ היא $f'(x)=-2x+4$

בנקודת הקיצון מתקיים $f'(x)=0$

$$0=-2x+4$$
$$2x=4$$
$$\boxed{x=2}$$

תשובה $x=2$ **.**

(2) נמצא את הפונקציה הקדומה של $f'(x)$, כלומר את $f(x)$:

$$f(x)=\int f'(x)\,dx$$
$$f(x)=\int(-2x+4)\,dx$$
$$f(x)=-\frac{2x^2}{2}+4x+c$$
$$\boxed{f(x)=-x^2+4x+c}$$

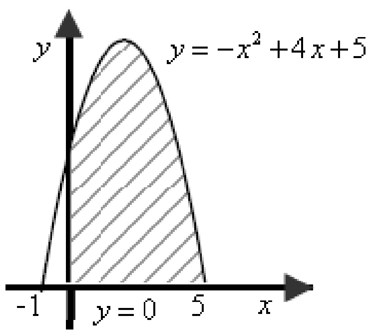
נציב $(2,9)$ בתבנית הפונקציה:

$$9=-2^2+4\cdot2+c$$
$$\boxed{c=5}$$

תשובה: $f(x)=-x^2+4x+5$

ג. נמצא את נקודת החיתוך הימנית עם ציר ה- x

$$0=-x^2+4x+5$$
$$x_{1,2}=\frac{-4\pm6}{-2}$$
$$x_1=\frac{-4+6}{-2}=\frac{2}{-2}=-1$$
$$x_2=\frac{-4-6}{-2}=\frac{-10}{-2}=\boxed{5}$$



נכין טבלה לסיוע בחישוב השטח:

פונקציה עליונה	$y=-x^2+4x+5$
פונקציה תחתונה	$y=0$
x גדול	$x=5$
x קטן	$x=0$

נחשב את גודל השטח המבוקש:

$$S=\int_0^5(-x^2+4x+5-0)\,dx$$
$$S=-\frac{x^3}{3}+\frac{4x^2}{2}+5x\Big]_0^5$$
$$S=(-\frac{5^3}{3}+2\cdot5^2+5\cdot5)-(-\frac{0^3}{3}+2\cdot0^2+5\cdot0)$$
$$\boxed{S=33\frac{1}{3}}$$

תשובה: גודל השטח מקווקו הוא $33\frac{1}{3}$ **יח"ר.**

א. נתונה הפונקציה $g(x)=2x+\frac{a}{x+2}$

המכנה צריך להיות שונה מ- 0 **ולכן:**

$x+2\neq 0$

$\boxed{x\neq -2}$

תשובה: $x\neq -2$

ב. האסימפטוטה האנכית מתקבלת, בהתאם לתחום ההגדרה, כאשר $x=-2$

תשובה: $x=-2$

ג. לפונקציה יש נקודת מינימום כאשר $x=0$ **, כלומר** $g'(x)=0 \quad \rightarrow x=0$ **,**

$$g'(x)=2-\frac{a}{(x+2)^2}$$

$$0=2-\frac{a}{(0+2)^2} \quad \leftarrow f'(0)=0$$

$$0=2-\frac{a}{4}$$

$$0=8-a \quad /\cdot 4$$

$$\boxed{a=8}$$

תשובה: $a=8$

ג. נציב $a=8$ **ובהתאם** $g(x)=2x+\frac{8}{x+2}$ **ונמצא נקודות קיצון:**

$$\boxed{g'(x)=2-\frac{8}{(x+2)^2}}$$

$$0=2-\frac{8}{(x+2)^2}$$

$$0=2(x+2)^2-8 \quad \rightarrow 0=2(x+2)(x+2)-8$$

$$0=2(x^2+2x+2x+4)=8 \quad \rightarrow 0=2x^2+4x+4x+8-8$$

$$0=2x^2+8x$$

$$0=2x(x+4)$$

$$x_1=0$$

$$x_2=-4 \quad \rightarrow y_2=2\cdot(-4)+\frac{8}{(-4+2)} \quad \rightarrow \boxed{(-4,-12)}$$

נבדוק את סוג הקיצון, בנקודה $(-4,-12)$ **, בעזרת טבלת התנהגות הפונקציה**

$$f'(-5)=2-\frac{8}{(-5+2)^2}>0, \quad f'(-3)=2-\frac{8}{(-3+2)^2}<0$$

x	-2	-3	-4	-5
y'		-	0	+
מסקנה		↘	**Max**	↗

תשובה: $(-4,-12)$ **מקסימום.**