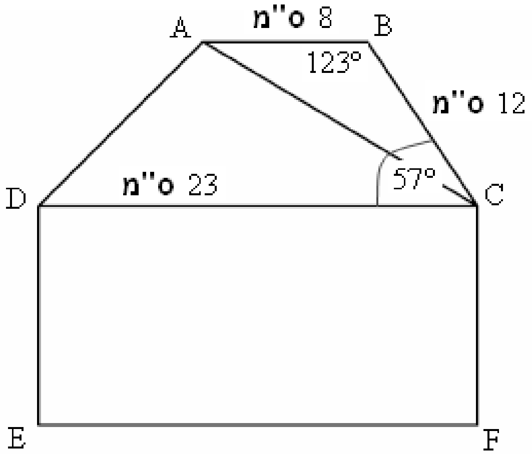



**א.** ABCD **טרפז,** $(AB \parallel CD)$ **,**

**ולכן** $\angle ABC = 180° - 57° = 123°$ **:**

**ניעזר במשפט קוסינוסים**

$\underline{\Delta ABC}$

$$(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos \angle B$$
$$(AC)^2 = 8^2 + 12^2 - 2 \cdot 8 \cdot 12 \cdot \cos 123°$$
$$(AC)^2 = 312.57$$
$$\boxed{AC = 17.68} \quad \leftarrow AC > 0$$

**תשובה:** $AC =$ 17.68 **ס"מ**

**ב. ניעזר במשפט הסינוסים**

$\underline{\Delta ABC}$

$$\frac{AB}{\sin \angle BCD} = \frac{AC}{\sin \angle B}$$
$$\frac{8}{\sin \angle BCD} = \frac{17.68}{\sin 123°}$$
$$\frac{8 \sin 123°}{17.68} = \sin \angle BCD$$
$$\angle BCD = 22.3°$$
$$\angle ACD = 57 - 22.3°$$
$$\boxed{\angle ACD = 34.7°}$$

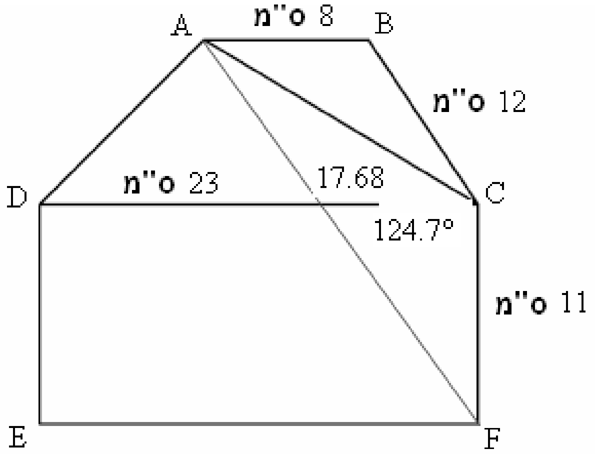
**תשובה:** $\angle ACD = 34.7°$

**ג. שטח המלבן** CDEF 253 **סמ"ר**

**ולכן** $CF = \frac{253}{23} =$ 11 **ס"מ**

**ולכן** $\angle ACF = 90° + 34.7° = 124.7°$ **:**

**ניעזר במשפט קוסינוסים**



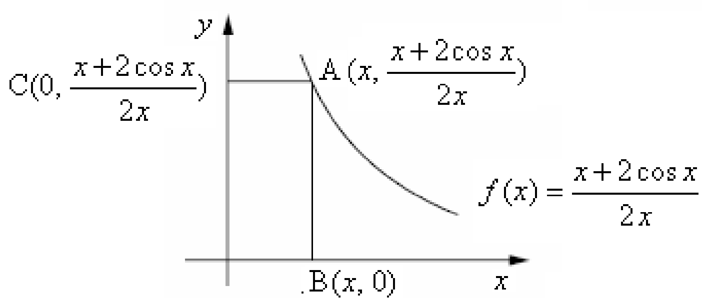

$\underline{\Delta ACF}$

$$(AF)^2 = (AC)^2 + (CF)^2 - 2AC \cdot CF \cdot \cos \angle ACF$$
$$(AF)^2 = 17.68^2 + 11^2 - 2 \cdot 17.68 \cdot 11 \cdot \cos 124.7°$$
$$(AF)^2 = 655$$
$$\boxed{AF = 25.59} \quad \leftarrow AF > 0$$

**תשובה:** $AF =$ 25.59 **ס"מ**

**א. הנקודה** $A$ **נמצאת על גרף הפונקציה** $f(x)=\frac{x+2\cos x}{2x}$ **בתחום** $0<x\le\frac{p}{2}$ **.**

**הפונקציה שיש להביא ל*מקסימום* היא מכפלת הקטעים** $AB$ **ו-** $AC$ **.**




**שיעורי נקודה** $A$ **שעל** $f(x)$ **הם** $A(x,\frac{x+2\cos x}{2x})$

$AB$ **מקביל לציר ה-** $y$ **ולכן** $x_B=x_A$ **ו-** $B(x,0)$

$$AB=y_B-y_A$$

$$\boxed{AB(x)=\frac{x+2\cos x}{2x}}$$

$AC$ **מקביל לציר ה-** $y$ **ולכן** $y_C=x_A$ **ו-** $C(0,\frac{x+2\cos x}{2x})$

$$AC=x_A-x_C$$

$$\boxed{AC=x}$$

$$g(x)=x\cdot\frac{x+2\cos x}{2x}$$

$$\boxed{g(x)=\frac{1}{2}(x+2\cos x)}$$

$$\boxed{g'(x)=\frac{1}{2}(1-2\sin x)}$$

$$0=1-2\sin x$$

$$\sin x=0.5$$

$$x=\frac{p}{6}+2pk \quad x=\frac{5p}{6}+2pk$$

$$\boxed{x=\frac{p}{6}} \quad \leftarrow 0<x\le\frac{p}{2}$$

$$\boxed{g''(x)=-\cos x}$$

$$g''(\frac{p}{6})=-\cos\frac{p}{6}=-\frac{\sqrt{3}}{2}<0 \quad \rightarrow \max$$

**תשובה:** $x=\frac{p}{3}$ **יביא למקסימום את מכפלת הקטעים** $AB$ **ו-** $AC$ **.**

**ב.**

$$g(\frac{p}{6})=\frac{1}{2}\cdot(\frac{p}{6}+2\cos\frac{p}{6})=\frac{1}{2}\cdot(\frac{p}{6}+2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2})$$

$$\boxed{g(\frac{p}{3})=\frac{p}{12}+\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

**תשובה: המכפלה המקסימלית היא** $\frac{p}{12}+\frac{\sqrt{3}}{2}$**.**



**יש לפתור את המשוואה** $\log_{25}(2x^2-5x+4)\cdot\log_x 5=1$

**תחום ההגדרה – ייבדק ע"י הצבת הפתרונות**

**נעבור לבסיס משותף -** $25$

$$\log_{25}(2x^2-5x+4)\cdot\log_x 5=1$$
$$\Leftrightarrow \log_{25}(2x^2-5x+4)\cdot\frac{\log_{25}5}{\log_{25}x}=1 \qquad \leftarrow \log_a b=\frac{\log_c b}{\log_c a}$$
$$\Leftrightarrow \log_{25}(2x^2-5x+4)\cdot\frac{0.5}{\log_{25}x}=1 \qquad \leftarrow \log_{25}5=\log_{25}25^{0.5}=0.5$$
$$\Leftrightarrow \log_{25}(2x^2-5x+4)=2\log_{25}x \qquad \leftarrow \cdot\frac{\log_{25}x}{2}$$
$$\Leftrightarrow \log_{25}(2x^2-5x+4)=\log_{25}x^2 \qquad \leftarrow n\log x=\log x^n$$
$$\Leftrightarrow 2x^2-5x+4=x^2$$
$$\Leftrightarrow x^2-5x+4=0$$
$$\Leftrightarrow x_{1,2}=\frac{5\pm 3}{2}$$
$$\Leftrightarrow \boxed{x=4}$$
$$\Leftrightarrow \boxed{x=1}$$

**הפתרון** $x=1$ **לא בתחום ההגדרה, כיוון ובסיס הלוגריתמים נדרש להיות שונה מ-** $1$

**הפתרון** $x=4$ **בתחום ההגדרה, כיוון ש** $4\neq 1$ **וגם** $2\cdot 4^2-5\cdot 4+4>0$

**תשובה:** $x=4$

**נוסחת הגידול והדעיכה:** $f(t)=K\cdot a^t$

**כאשר** $K$ **- הכמות ההתחלתית**

$a$ **הוא גורם הגידול,** $f(t)$ **הכמות לאחר זמן** $t$**.**

**אחרי** 35 **שנה נותרה מחצית מהכמות ההתחלתית של החומר הרדיואקטיבי**

**לכן עבור** $t=30$**, ו-** $K$ **- הכמות ההתחלתית נקבל** $f(35)=0.5k$ **.**

$$0.5k=k\cdot a^{35} \quad /:k$$

$$0.5=a^{35}$$

$$\sqrt[35]{0.5}=a$$

$$\boxed{a=0.9804}$$

**נמצא את** $t$**, עבורו** $f(t)=\frac{1}{6}K$ **, כאשר** $K$ **- הכמות ההתחלתית ו-** $a=0.9804$

$$\frac{1}{6}K=K\cdot 0.0.9804^t$$

$$\frac{1}{6}=0.0.9804^t$$

$$\ln\frac{1}{6}=\ln 0.9804^t$$

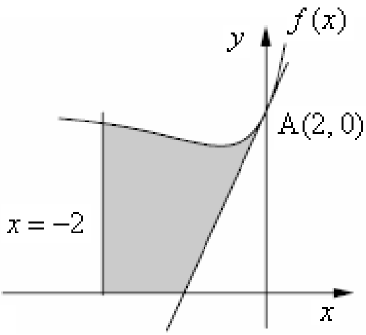
$$\ln\frac{1}{6}=t\ln 0.9804$$

$$t=\frac{\ln\frac{1}{6}}{\ln 0.9804}$$

$$\boxed{t=90.47}$$

**תשובה: כעבור** 90.47 **שנים בערך תיוותר רק** $\frac{1}{6}$ **מהכמות ההתחלתית של החומר.**

**א. נעלה ציור מעודכן ונסביר בהמשך:**




**נתון כי פונקציית הנגזרת היא** $f'(x)=3e^{3x}-e^{x}$

**והפונקציה עוברת בנקודה** $A(2, 0)$

$$f(x)=\int(3e^{3x}-e^{x})dx$$

$$f(x)=\frac{3e^{3x}}{3}-e^{x}+c$$

$$2=e^{3\cdot 0}-e^{0}+c$$

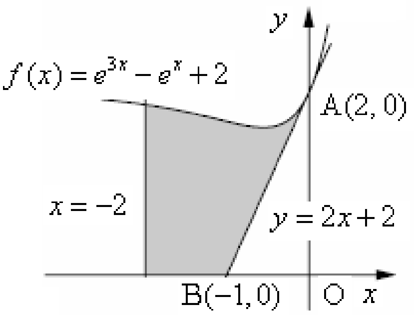
$$2=1-1+c$$

$$\boxed{c=2}$$

$$\boxed{f(x)=e^{3x}-e^{x}+2}$$

**תשובה:** $f(x)=e^{3x}-e^{x}+2$ .

ב. **שיעורי נקודת ההשקה הם:** $(0, 2)$




**נמצא את שיפוע המשיק:** $f'(0)=3e^{3\cdot 0}-e^{0} \quad \rightarrow m=2$

**נמצא את משוואת המשיק:** $y-2=2(x-0) \quad \rightarrow y=2x+2$

**שיעור נקודת החיתוך עם ציר** ה- $x$ **הם** $B(-1,0)$

**נמצא את שטח המשולש** $AOB$ **ונפחיתו**

**מהשטח שבין הפונקציה לצירים והישר** $x=-2$ .

**שטח המשולש** $AOB$ : $S=\frac{1\cdot 2}{2}=1$

$$S=\int_{-2}^{0}(e^{3x}-e^{x}+2-0)dx$$

$$S=\frac{e^{3x}}{3}-e^{x}+2x\Big]_{-2}^{0}$$

$$S=(\frac{e^{3\cdot 0}}{3}-e^{0}+2\cdot 0)-(\frac{e^{3\cdot(-2)}}{3}-e^{-2}+2\cdot(-2))$$

$$S=(-\frac{2}{3})-(-4.13)$$

$$\boxed{S=3.466}$$

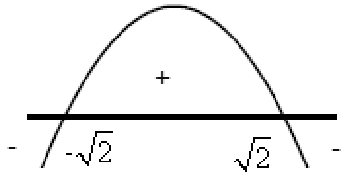
**ולכן:** $3.466-1=2.466$

**תשובה: גודל השטח הוא** $2.466$ **יח"ר.**

**א. נתונה הפונקציה** $f(x)=4x\sqrt{2-x^2}$ .

**נמצא את תחום ההגדרה (ביטוי בתוך השורש אי-שלילי ומכנה שונה מאפס)**

$$2-x^2\ge 0$$
$$x^2=2$$
$$x=\pm\sqrt{2}$$
$$\boxed{-\sqrt{2}\le x\le\sqrt{2}}$$

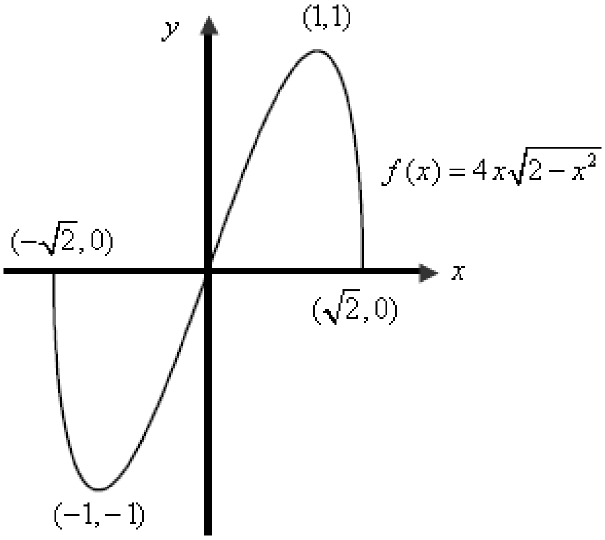



**תשובה:** $-\sqrt{2}\le x\le\sqrt{2}$

**ב. נקודות קצה** $(\sqrt{2},0)$, $(-\sqrt{2},0)$

$$\boxed{f(x)=4x\sqrt{2-x^2}}$$
$$f'(x)=4\sqrt{2-x^2}+\frac{4x\cdot(-\cancel{2}x)}{\cancel{2}\sqrt{2-x^2}}$$
$$f'(x)=\frac{4(2-x^2)+2x^2}{\sqrt{2-x^2}}$$
$$\boxed{f'(x)=\frac{8-4x^2-4x^2}{\sqrt{2-x^2}}}$$
$$0=\frac{8-8x^2}{\sqrt{2-x^2}}$$
$$0=8-8x^2$$
$$x^2=1$$
$$x=1\quad\to y=4\cdot1\cdot\sqrt{2-1^2}\quad\to(1,1)$$
$$x=-1\quad\to y=4\cdot(-1)\cdot\sqrt{2-(-1)^2}\quad\to(-1,-1)$$

**ד. הסקיצה המתאימה**




**כיוון שהפונקציה רציפה בתחום** $-\sqrt{2}\le x\le\sqrt{2}$ **ניתן לצייר את הסקיצה,**

**תוך היעזרות בנקודות הקצה והנקודות החשודות כקיצון**

**ולהסיק את המסקנות הנדרשות על-פי הציור, למעשה על-ידי השתנות ערכי הפונקציה !!!**

**תשובה:** $(1,1)$ **מקסימום מוחלט,** $(-1,-1)$ **מינימום מוחלט**

**ג. תחום עלייה:** $-1<x<1$

**תחומי ירידה** $1<x<\sqrt{2}$ **או** $-\sqrt{2}<x<-1$