א. נתונה מערכת המשוואות של שני ישרים:

$$\begin{cases} mx+(m^2+9)y=3 \\ x+6y=1 \end{cases}$$

נמצא את נקודת החיתוך של שני הישרים, ותוך כדי כך נוודא שאת התנאי לקיומו.

$$x=1-6y$$

$$m(1-6y)+(m^2+9)y=3$$

$$m-6my+m^2y+9y=3$$

$$\Leftrightarrow (m^2-6m+9)y=3-m$$

$$\Leftrightarrow \boxed{(m-3)^2y=-(m-3)}$$

נציב $m=3$ **במשוואות המקוריות**

$$\begin{cases} 3x+18y=3 \\ x+6y=1 \end{cases}$$

ניתן לראות שהמשוואה הראשונה היא כפולה של השנייה

ולכן עבור $m=3$ **יש אינסוף פתרונות (הישרים מתלכדים).**

תשובה: התנאי לפתרון יחיד: $m\neq 3$

ב. נמשיך במציאת נקודת החיתוך בין הישרים:

$$y=-\frac{1}{m-3}$$

$$\boxed{y=\frac{1}{3-m}}$$

$$x=1-\frac{6}{3-m}$$

$$x=\frac{3-m-6}{3-m}$$

$$x=\frac{-m-3}{3-m}$$

$$\boxed{x=\frac{m+3}{m-3}}$$

$$\boxed{(\frac{m+3}{m-3},\frac{1}{3-m}),\quad m\neq 3}$$

תשובה: $(\frac{m+3}{m-3},\frac{1}{3-m}),\quad m\neq 3$

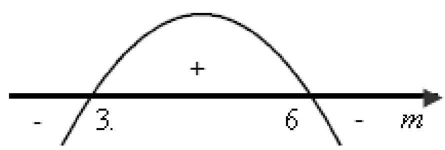
ג. נדרש שהפתרון היחיד יקיים $0<x<3$

כלומר $m\neq 3$ $\quad 0<\frac{m+3}{m-3}<3$

$$\frac{m+3}{m-3}<3$$
$$\frac{m+3}{m-3}-3<0$$
$$\frac{m+3-3(m-3)}{m-3}<0$$
$$\frac{m+3-3m+9}{m-3}<0$$
$$\frac{12-2m}{m-3}<0 \quad /\cdot(m-3)^2$$
$$(12-2m)(m-3)<0$$

ערכי $m=3,6$ **מאפסים את המכפלה**

וכיוון שנקבל גרף של פרבולה בעלת מקסימום

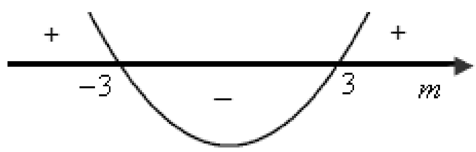


ובהתאם (1) : $m>6$ **או** $m<3$

$$\frac{m+3}{m-3}>0 \quad /\cdot(m-3)^2$$
$$(m+3)(m-3)>0$$

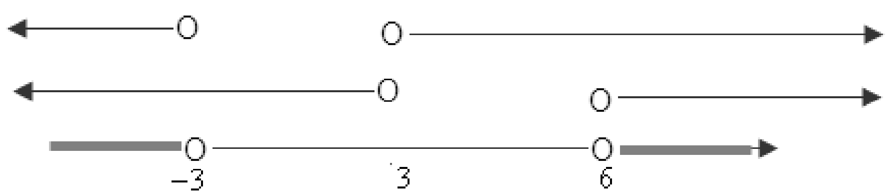
ערכי $m=-3,3$ **מאפסים את המכפלה**

וכיוון שנקבל גרף של פרבולה בעלת מינימום



הרי שהתשובה (2) : $m>3$ **או** $m<-3$

חיתוך של שני הפתרונות (1), (2) , כולל $m\neq 3$



ובהתאם: $m>6$ **או** $m<-3$

תשובה: $m>6$ **או** $m<-3$

נכתב ע"י עפר ילין

א. נתון כי סכום האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים גדול פי 4 מסכום האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים.

נראה ששתי סדרות אלו הן הנדסיות, $\frac{a_{n+2}}{a_n}=\frac{a_n\cdot q^2}{a_n}=q^2$

ובהתאם שתי הסדרות, סדרת האיברים במקומות הזוגיים (או האי-זוגיים) הנדסיות ומנתן q^2 **.**

נסמן ב- $2n$ **את מספר איברי הסדרה הנתונה.**

	סדרה האיברים במקומות האי-זוגיים	סדרה האיברים במקומות הזוגיים
איבר ראשון	a_1	$a_2=a_1q$
מנה	q^2	q^2
מספר איברים	n	n

המשוואה המתאימה לנתון : $S_{n(even)}=4S_{n(odd)}$

נפתח את המשוואה ונמצא את מנת הסדרה:

$$S_{n(even)}=4S_{n(odd)}$$

$$\frac{\cancel{a_1}q\cancel{(((q^2)^n-1)}}{\cancel{q^2-1}}=4\cdot\frac{\cancel{a_1}\cancel{(((q^2)^n-1)}}{\cancel{q^2-1}}$$

$$\boxed{q=4}$$

תשובה: מנת הסדרה היא 4 **.**

ב. נתון: $a_1=2$ **וסכום שלושת האיברים האחרונים** 2688 **.**

בהתאם לנוסחת הסכום : $\frac{a_{2n-2}(4^3-1)}{4-1}=2688$

כלומר: $a_{2n-2}=128$

נציב בנוסחת האיבר הכללי:

$$2\cdot 4^{2n-3}=128$$

$$4^{2n-3}=64$$

$$4^{2n-3}=4^3$$

$$2n-3=3$$

$$\boxed{2n=6}$$

תשובה: מספר איברי הסדרה הוא 6 **.**

נתונים

.1 AB, MB **משיקים למעגל**

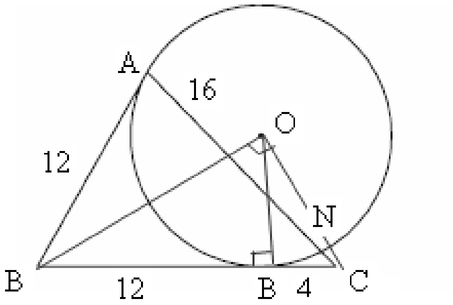
.2 $AC = BC$

.3 $CM =$ 4 **ס"מ**

.4 $AB =$ 12 **ס"מ**

עבור ב.

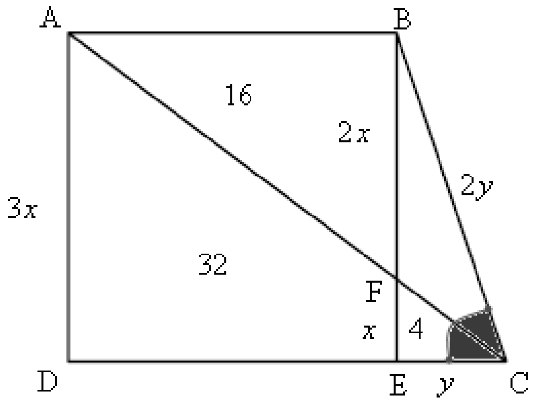
.5 $S BOC = 90°$



צ"ל: א. (1) AC **(2)** CN

ב. רדיוס המעגל

הסבר		טענה	נימוק
1	6	AB, MB **משיקים למעגל**	**נתון**
4	7	$AB =$ 12 **ס"מ**	**נתון**
6	8	$BM = AB$	**שני משיקים היוצאים מאותה נקודה שווים**
7, 8	9	$BM =$ 12 **ס"מ**	**כלל המעבר**
2	10	$CM =$ 4 **ס"מ**	**נתון**
9	11	$BC =$ 16 **ס"מ**	**סכום קטעים**
10, 11	12	$AC = BC$	**נתון**
11, 12	13	$AC =$ 16 **ס"מ**	**כלל המעבר**
		מ.ש.ל. א. (1)	
6	14	$CM^2 = AC \cdot CN$	**אורך המשיק בריבוע שווה למכפלת החותך בחלקו החיצוני**
4	15	$4^2 = 16 \cdot CN$	**נתון**
6, 14, 15	16	$CN =$ 1 **ס"מ**	**חישוב**
		מ.ש.ל. א. (2)	
5	17	$S BOC = 90°$	**נתון**
6, 17	18	OM **גובה ליתר ב-** ΔBOC	**משיק מאונך לרדיוס בנקודת ההשקה**
18	19	$OM^2 = CM \cdot BM$	**הגובה ליתר הוא ממוצע הנדסי של היטלי הניצבים על היתר**
9, 10, 19	20	$OM^2 = 4 \cdot 12$	**הצבה**
20	21	$OM =$ **ס"מ** $\sqrt{48}$	**חישוב**
21	22	**רדיוס המעגל** $\sqrt{48}$ **ס"מ**	
		מ.ש.ל. ב	



<u>נתונים</u>

1. $ABCD$ **טרפז ישר זווית (** $AB \parallel DC$, $\sphericalangle ADC = 90°$ **)**

2. $\sphericalangle BED = 90°$

3. $\frac{BC}{EC} = 2$

4. $S_{\Delta EFC} = 4$ **סמ"ר**

5. FC **חוצה זווית** C

צ"ל: א. שטח המשולש ABF

ב. (1) $\frac{DC}{EC}$ **(2) שטח המלבן** $ABED$

הסבר		טענה	נימוק
5	6	$AB \parallel DC$	נתון
5	7	$\sphericalangle ABC = \sphericalangle BEC$ (ז)	זוויות מתחלפות שוות בין ישרים מקבילים
6,7	8	$\sphericalangle BAF = \sphericalangle ACE$ (ז)	זוויות מתחלפות שוות בין ישרים מקבילים
8	9	$\Delta ABF \sim \Delta CEF$	משפט דמיון שני (ז. ז.)
3	10	$\frac{AB}{CE} = \frac{AF}{CF} = \frac{BF}{EF}$	יחסי צלעות מתאימות במשולשים דומים
9,10	11	$\frac{BC}{EC} = 2$	נתון
5	12	FC חוצה זווית C	נתון
11, 12	13	$\frac{BF}{EF} = \frac{BC}{EC} = \frac{2}{1} = \frac{2x}{x}$	משפט חוצה זווית, כלל מעבר וסימון
10,13	14	$\frac{S_{\Delta ABF}}{S_{\Delta CEF}} = 4$	יחסי שטחים במשולשים דומים שווים לריבוע יחסי הצלעות המתאימות
4	15	$S_{\Delta EFC} = 4$ סמ"ר	נתון
15,14	16	$S_{\Delta ABF} = 16$ סמ"ר	הצבה וחישוב
		מ.ש.ל. א.	
19	20	$\sphericalangle ADC = 90°$	נתון
20, 6	21	$\sphericalangle DAB = 90°$	זוויות חד צדדיות בין ישרים מקבילים משלימות $180°$
5	22	$\sphericalangle BED = 90°$	נתון
20, 22,21	23	$ABED$ מלבן	מרובע עם שלוש זוויות ישרות
23, 13	24	$AD = BE = 3x$	צלעות נגדיות שוות במלבן
23	25	$AB \parallel DC$	צלעות נגדיות מקבילות במלבן

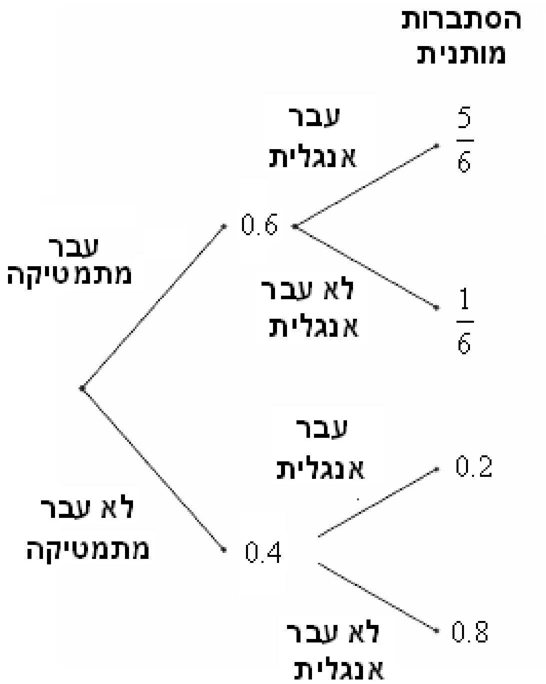
הסבר		טענה	נימוק
25	26	$\frac{AD}{EF}=\frac{CD}{CE}=\frac{AC}{CF}$	משפט תאלס הרחבה 1
26	27	$\Delta ACD \sim \Delta FCE$	משפט דמיון צ.צ.צ.
13, 24	28	$\frac{AD}{EF}=\frac{3x}{x}=3$	הצבה וחישוב
26, 28	29	$\frac{DC}{EC}=3$	כלל מעבר
		מ.ש.ל. ב. (1)	
27, 28	30	$\frac{S_{\Delta ACD}}{S_{\Delta FCE}}=9$	יחסי שטחים במשולשים דומים שווים לריבוע יחסי הצלעות המתאימות
15, 29	31	$S_{\Delta ACD}=$ 36 סמ"ר	הצבה וחישוב
15, 30	32	$S_{\Delta EFC}=$ 32 סמ"ר	הפרש שטחים
16, 31	33	שטח ABED 48 סמ"ר	חיבור שטחים
		מ.ש.ל. ב. (2)	

א. נתון שההסתברות שבדיוק כל ארבעת התלמידים קיבלו ציון עובר במתמטיקה היא 0.1296

בהנחה שהכיתה מספיק גדולה, הרי ש $p^4 = 0.1296 \quad \rightarrow p = 0.6$ **, כאשר** p **ההסתברות שתלמיד אחד יעבור.**

תשובה: ההסתברות שתלמיד מכיתה זו שנבחר באקראי יעבור את המבחן במתמטיקה היא 0.6

ב. נבנה עץ המתאים לשאלה



יש למצוא ההסתברות שהתלמיד קיבל ציון עובר במבחן במתמטיקה,

כאשר ידוע שעבר מבחן אחד בלבד (כלומר, שלא עבר את המבחן באנגלית)

$$P(\text{עובר במתמטיקה / עובר רק במבחן אחד}) = \frac{P(\text{עובר במתמטיקה} \cap \text{עובר רק במבחן אחד})}{P(\text{עובר רק במבחן אחד})}$$

$$P(\text{עובר במתמטיקה / עובר רק במבחן אחד}) = \frac{0.6 \cdot \frac{1}{6}}{0.6 \cdot \frac{1}{6} + 0.4 \cdot 0.2} = \frac{5}{9}$$

תשובה: ההסתברות שהתלמיד קיבל ציון עובר במבחן במתמטיקה היא $\frac{5}{9}$ **.**

א. נגדיר את הקבוצות הבאות

S - **קבוצת המכוניות המשומשות – מדגם מסוים ומשנה מסוימת**

A **- קבוצת המכוניות שהמנוע שלהן תקין**

$\overline{A}$ **- קבוצת המכוניות שהמנוע שלהן אינו תקין**

D **- קבוצת המכוניות שהמכון קבע כי המנוע שלהן תקין**

(התיאור של אבחנת המכון שיש לבחון את אמינותו)

$\overline{D}$ **- קבוצת המכוניות שהמכון קבע כי המנוע שלהן אינו תקין**

<u>נתונים ומשמעויות</u>

$$P(A) = 0.7 \quad \rightarrow P(\overline{A}) = 0.3$$

$$P(D / A) = 0.7 \quad \rightarrow P(\overline{D} / A) = 0.3$$

$$P(\overline{D} / \overline{A}) = 0.7 \quad \rightarrow P(D / \overline{A}) = 0.3$$

$$P(D / A) = \frac{P(D \cap A)}{P(A)}$$

$$0.8 = \frac{P(D \cap A)}{0.7}$$

$$\boxed{P(D \cap A) = 0.56}$$

$$P(\overline{D} / \overline{A}) = \frac{P(\overline{D} \cap \overline{A})}{P(\overline{A})}$$

$$0.8 = \frac{P(\overline{D} \cap \overline{A})}{0.3}$$

$$\boxed{P(\overline{D} \cap \overline{A}) = 0.24}$$

<u>נציב בטבלה ונשלים נתונים</u>

	מנוע תקין A	**לא נושאים** $\overline{A}$	
D **- מאבחן כתקין**	0.56	0.06	0.62
$\overline{D}$ **- מאבחן כלא תקין**	0.14	0.24	0.38
	0.7	0.3	1

תשובה: 62% **מהמכוניות מזוהות על ידי המכון כבעלות מנוע תקין**

ב. נמצא את ההסתברות שהמנוע של המכונית תקין , אם המכון אבחן כי הוא תקין:

$$P(A / D) = \frac{P(A \cap D)}{P(D)} = \frac{0.56}{0.62} = \frac{28}{31}$$

תשובה: ההסתברות היא $\frac{28}{31}$.

ג. נמצא את ההסתברות שהמנוע של המכונית תקין , אם המכון אבחן כי הוא אינו תקין:

$$P(A / \overline{D}) = \frac{P(A \cap \overline{D})}{P(\overline{D})} = \frac{0.14}{0.38} = 0.37 < 0.7$$

תשובה: ליוסי לא כדאי לקנות את המכונית.