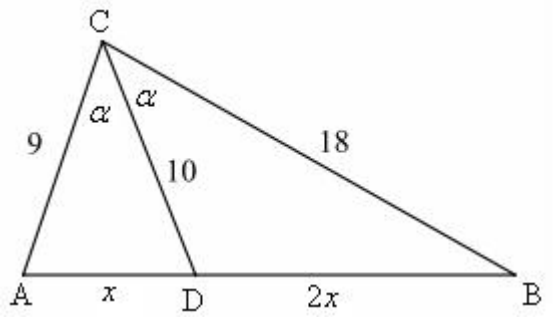
א. CD **חוצה-זווית** ACB

(נתון $BC = 18$ **ס"מ** , $AC = 9$ **ס"מ**



על פי משפט חוצה-זווית

$\underline{\Delta ABC}$

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AC}{BC}$$

$$\frac{AD}{DB} = \frac{9}{18}$$

$$\boxed{\frac{AD}{DB} = \frac{1}{2}}$$

תשובה: $\frac{AD}{DB} = \frac{1}{2}$

ב. נסמן, $\angle ACD = \angle BCD = \sim$ $AD = x$ $\leftarrow$ $BD = 2x$ **ו ניעזר במשפט קוסינוסים**

$\underline{\Delta ACD}$

$$(AD)^2 = (AC)^2 + (CD)^2 - 2AC \cdot CD \cdot \cos\angle ACD$$

$$x^2 = 9^2 + 10^2 - 2 \cdot 9 \cdot 10 \cdot \cos\sim$$

$$x^2 = 181 - 180 \cdot \cos\sim$$

$\underline{\Delta BCD}$

$$(BD)^2 = (BC)^2 + (CD)^2 - 2BC \cdot CD \cdot \cos\angle ACD$$

$$4x^2 = 18^2 + 10^2 - 2 \cdot 18 \cdot 10 \cdot \cos\sim$$

$$4x^2 = 424 - 360 \cdot \cos\sim$$

$$x^2 = 106 - 90 \cdot \cos\sim$$

$$\begin{cases} x^2 = 181 - 180 \cdot \cos\sim \\ x^2 = 106 - 90 \cdot \cos\sim \end{cases}$$

$$181 - 180 \cdot \cos\sim = 106 - 90 \cdot \cos\sim$$

$$-90 \cdot \cos\sim = -75 \quad \rightarrow \cos\sim = \frac{5}{6}$$

$$\sim = 33.56^\circ$$

$$\boxed{\angle ACD = 33.56^\circ}$$

תשובה: $\angle ACD = 33.56^\circ$

ג. ניעזר במשפט הסינוסים

$$x^2 = 181 - 180 \cdot \cos 33.56^\circ$$

$$x^2 = 31 \quad \rightarrow x = \sqrt{31}$$

$\underline{\Delta ACD}$

$$\frac{AD}{\sin\angle ACD} = 2R$$

$$\frac{\sqrt{31}}{\sin 33.56^\circ} = 2R$$

$$\boxed{R = 5.04}$$

תשובה: $R =$ 5.04 **ס"מ**

א. נתונות שתי פונקציות בתחום $0 \le x \le \frac{®}{4}$ **:**

$$f(x) = \sin 2x$$
$$g(x) = a - \cos 2x$$

$$f(\frac{®}{8}) = g(\frac{®}{8})$$
$$\sin 2 \cdot \frac{®}{8} = a - \cos 2 \cdot \frac{®}{8}$$
$$\sin \frac{®}{4} = a - \cos \frac{®}{4}$$
$$\frac{\sqrt{2}}{2} = a - \frac{\sqrt{2}}{2}$$
$$\boxed{a = \sqrt{2}}$$

תשובה: $a = \sqrt{2}$

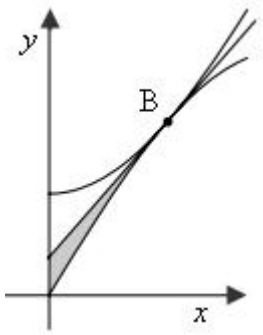
ב. שיעורי נקודת ההשקה: $f(\frac{®}{8}) = \sin 2 \cdot \frac{®}{8} = \sin \frac{®}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \to (\frac{®}{8}, \frac{\sqrt{2}}{2})$

שיפוע המשיק: $f'(x) = 2\cos 2x \quad \to m = 2\cos(2 \cdot \frac{®}{8}) = 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \to m = \sqrt{2}$

משוואת המשיק: $y - \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}(x - \frac{®}{8}) \quad \to y - \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}x - 0.555 \quad \to \boxed{y = \sqrt{2}x + 0.152}$

תשובה: $y = \sqrt{2}x + 0.152$

ג. נחשב את השטח המבוקש:



$$S = \int_0^{\frac{®}{8}} (\sqrt{2}x + 0.152 - \sin 2x)dx$$
$$S = \frac{\sqrt{2}x^2}{2} + 0.152x + \frac{\cos 2x}{2} \Big]_0^{\frac{®}{8}}$$
$$S = (\frac{\sqrt{2} \cdot (\frac{®}{8})^2}{2} + 0.152 \cdot \frac{®}{8} + \frac{\cos(2 \cdot (\frac{®}{8}))}{2}) - (\frac{\sqrt{2} \cdot 0^2}{2} + 0.152 \cdot 0 + \frac{\cos(2 \cdot 0)}{2})$$
$$S = 0.5223 - 0.5$$
$$\boxed{S = 0.0223}$$

תשובה: גודל השטח המקווקו 0.0223 **יח"ר.**

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{4x+a}{\sqrt{4x}}$, $a>0$.

תחום ההגדרה $4x>0$ **ובהתאם** $\boxed{x>0}$ **מהסיבה שביטוי בתוך השורש הוא אי-שלילי ומכנה אינו יכול להתאפס.**

תשובה: $x>0$

ב. על פי תחום ההגדרה $x>0$ **ובהתאם אין נקודת חיתוך עם ציר ה-** y .

נתון כי $a>0$ ומצאנו כי $x>0$ ובהתאם מונה הפונקציה חיובי וגם המכנה ולכן הפונקציה חיובית $x>0$

ולכן אינה חותכת את ציר ה- x.

ג.

$$\boxed{f(x)=\frac{4x+a}{\sqrt{4x}}}$$

$$f'(x)=\frac{4\sqrt{4x}-\frac{\cancel{4}\cdot(4x+a)}{\cancel{2}\sqrt{4x}}}{4x}$$

$$f'(x)=\frac{16x-2(4x+a)}{4x\sqrt{4x}}$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{4x-a}{4x\sqrt{4x}}}$$

$$0=4x-a$$

$$x=\frac{a}{4}$$

$$y=\frac{4\cdot\frac{a}{4}+a}{\sqrt{4\cdot\frac{a}{4}}}=\frac{2a}{\sqrt{a}}=2\sqrt{a}$$

$$\boxed{(0.25a,\ 2\sqrt{a})}$$

נמצא תחומי עלייה וירידה (מכנה הנגזרת חיובי)

x	a	$0.25a$	$0.2a$	0
$f'(x)$	+	0	-	
מסקנה	↗	Min	↘	

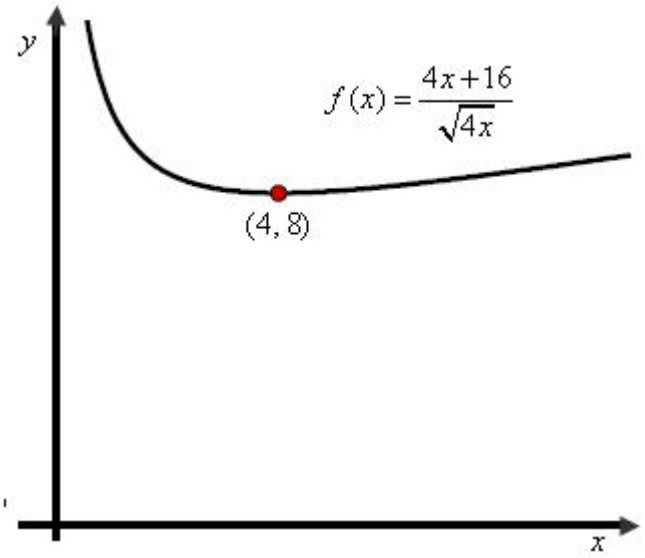
$$f'(0.2a)=4\cdot 0.2a-a=-0.2a<0$$
$$f'(a)=4\cdot a-a=3a>0$$

תשובה: $(0.25a,\ 2\sqrt{a})$ **מינימום**

ד. הסקיצה המתאימה, עבור $a=16$

$$f(x)=\frac{4x+16}{\sqrt{4x}}$$

נקודת המינימום בהתאם: $(\frac{16}{4},2\sqrt{16})\ \rightarrow (4,8)$



ה. על פי הסקיצה ניתן לראות, שעבור $k<8$ **הישר** $y=k$ **אינו חותך את גרף הפונקציה** $f(x)$ **, שכן** 8 **הוא הערך המינימלי של הפונקציה.**

תשובה: $k<8$

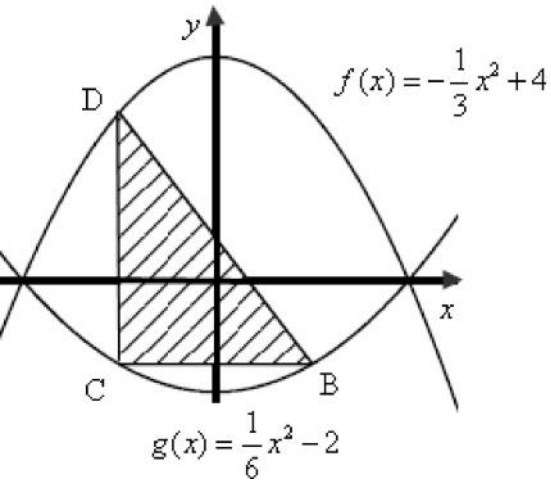
א. הפונקציה שיש להביא *למקסימום* היא *שטח המשולש* BCD.

נתון כי קדקוד B נמצא על גרף הפונקציה $g(x)=\frac{1}{6}x^2-2$

זו פרבולה בעלת מינימום $\rightarrow$ $a=\frac{1}{6}>0$ **, הסימטרית לציר ה-** y $\rightarrow$ $b=0$.

נסמן את שיעור ה- x **של קדקוד** B **ב-** t.

ולכן שיעורי הקדקוד $B(t,\frac{1}{6}t^2-2)$.



BC **מקביל לציר ה-** x **ובהתאם לסימטריה של הפרבולה,**

הרי ששיעור ה- x **של הקדקוד** C **הוא** $-t$ **, ו-** $C(-t,\frac{1}{6}t^2-2)$.

D **על** $f(x)=-\frac{1}{3}x^2+4$ **עם שיעור** x **זהה לזה של** C.

$f(-t)=-\frac{1}{3}(-t)^2+4=-\frac{1}{3}t^2+4$ **ו-** $D(-t,-\frac{1}{3}t^2+4)$

נביע באמצעות t **את שטח המשולש** BCD **ונמצא את נקודת הקיצון:**

$$S_{\Delta BCD}=\frac{BC\cdot CD}{2}=\frac{(t-(-t))(-\frac{1}{3}t^2+4-(\frac{1}{6}t^2-2))}{2}$$

$$S_{\Delta BCD}=\frac{(2t)(-\frac{1}{2}t^2+6)}{2}\quad\rightarrow\boxed{S_{\Delta BCD}=\frac{-t^3+12t}{2}}$$

$$\boxed{S'(t)=\frac{-3t^2+12}{2}}$$

$$0=-3t^2+12\quad\rightarrow 3t^2=12\quad\rightarrow t^2=4$$

$$\boxed{t=2}\quad\leftarrow 0<t$$

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון (מכנה הנגזרת חיובי) :

$$S'(1)=(-3\cdot 1^2+12)>0\quad ,S'(3)=(-3\cdot 3^2+12)<0$$

x	3	2	1
y'	-	0	+
מסקנה	↘	Max	↗

הפונקציה עוברת מעלייה לירידה ולכן זו נקודת מקסימום - $B(2,\frac{1}{6}\cdot 2^2-2)\quad\rightarrow B(2,-1\frac{1}{3})$

תשובה: $B(2,-1\frac{1}{3})$

ב. נציב $t=2$ **בפונקציית שטח המשולש:** $S_{\Delta BCD}=\frac{-2^3+12\cdot 2}{2}=8$

תשובה: השטח המקסימלי של משולש BCD **הוא** 8 **יח"ר.**

בגרות ע מרץ 10 מועד מיוחד שאלון 35004

נתונה הפונקציה $f(x)=(\ell n\,x)^2-\ell n\,x$

בנקודת החיתוך עם ציר x **שיעור** $y=0$

$$0=(\ell n\,x)^2-\ell n\,x$$
$$0=\ell n\,x\ \ (\ell n\,x-1)$$
$$\ell n\,x=0 \qquad \ell n\,x=1$$
$$x=e^0 \qquad x=e^1$$
$$x=1 \qquad x=e$$
$$(1,0) \qquad (e,0)$$

נמצא את נגזרת הפונקציה

$$\boxed{f(x)=(\ell n\,x)^2-\ell n\,x}$$
$$f'(x)=\frac{2\ell n\,x}{x}-\frac{1}{x}$$
$$\boxed{f'(x)=\frac{2\ell nx-1}{x}}$$

השיפוע בנקודה $(1,0)$ **:**

$$f'(1)=\frac{2\ell n\,1-1}{1}=-1 \quad \to m=-1$$

ולכן משוואת המשיק: $y-0=-1(x-1) \quad \to \boxed{y=-x+1}$

השיפוע בנקודה $(e,0)$ **:**

$$f'(1)=\frac{2\ell n\,e-1}{e}=\frac{1}{e} \quad \to m=\frac{1}{e}$$

ולכן משוואת המשיק: $y-0=\frac{1}{e}(x-e) \quad \to \boxed{y=\frac{1}{e}x-1}$

תשובה: $y=\frac{1}{e}x-1$ **,** $y=-x+1$

יש לפתור את המשוואה $\ell og(1+5^x-5^{2-x})=1+\ell og_{0.2}5$

$$\ell og(1+5^x-5^{2-x})=1+\ell og_{0.2}5$$
$$\ell og(1+5^x-5^{2-x})=1+\frac{\ell og5}{\ell og0.2} \qquad \leftarrow \ell og_a b=\frac{\ell og_c b}{\ell og_a b}$$
$$\ell og(1+5^x-5^{2-x})=1+\frac{\ell og5}{\ell og\frac{1}{5}}$$
$$\ell og(1+5^x-5^{2-x})=1+\frac{\ell og5}{\ell og5^{-1}}$$
$$\ell og(1+5^x-5^{2-x})=1+\frac{\ell og5}{-\ell og5} \qquad \leftarrow n\ell og\,x=\ell og\,x^n$$
$$\ell og(1+5^x-5^{2-x})=0$$
$$1+5^x-5^{2-x}=10^0 \qquad \leftarrow \ell og_a x=b \Leftrightarrow x=a^b$$
$$1+5^x-5^{2-x}=1$$
$$5^x-5^{2-x}=0$$
$$5^x=5^{2-x}$$
$$x=2-x$$
$$2x=2$$
$$\boxed{x=1}$$

נבדוק האם הפתרון בתחום ההגדרה: $1+5^1-5^{2-1}=1+5-5>0 \quad o.k.$

תשובה: $x=1$