א. (1) יש למצוא את הערך של m **שעבורו גרף** $f(x)=m(m-6)x^2+(12-2m)x+3$ **הוא ישר המקביל לציר ה-** x **.**

כאשר $a=0$ **נקבל** $m=0$ **או** $m=6$

נציב $m=0$ **ונקבל** $f(x)=12x+3$ **פונקציה עולה ובהתאם הישר לא מקביל לציר ה-** x **.**

נציב $m=6$ **ונקבל** $f(x)=3$ **פונקציה קבועה ובהתאם הישר מקביל לציר ה-**x **.**

תשובה: $m=6$ **,** $f(x)=3$

(2) נמצא האם קיים ערך של m **שעבורו גרף הפרבולה**$f(x)=m(m-6)x^2+(12-2m)x+3$ **משיק לישר** $y=3$

נדרוש $a\neq 0$ **על מנת שיהיה גרף של פרבולה, כלומר** $m\neq 0,6$

נדרש פתרון אחד למשוואה $m(m-6)x^2+(12-2m)x+3=3$

כלומר $m(m-6)x^2+(12-2m)x=0$

ועבור פתרון אחד $\Delta=0$ **, אולם במקרה זה ביטוי זה יקבל פתרון אחד בלבד,**

רק כאשר $b=0$ **, כלומר כאשר** $m=6$ **שסותר את הדרישה לפרבולה.**

תשובה: לא קיים ערך של m

ב. $f(x)=m(m-6)x^2+(12-2m)x+3$

נמצא עבור אילו ערכים של m **גרף הפונקציה** $f(x)$ **הוא פרבולה ששיעור ה-** x **של הקדקוד שלה הוא שלילי.**

$a=m(m-6),\quad b=12-2m,\quad c=3$ **, כאשר** $m\neq 0,6$ **עבור פרבולה**

$$x_k=-\frac{b}{2a}=-\frac{12-2m}{m(m-6)}$$

$$-\frac{12-2m}{m(m-6)}<0$$

$$-\frac{-2\,\overset{(-1)}{\cancel{(6-m)}}}{m\,\cancel{(m-6)}}<0$$

$$\frac{2}{m}<0$$

$$\boxed{m<0}$$

וזהו החיתוך גם עם התנאי $m\neq 0,6$ **.**

תשובה: $m<0$

א. (1) נתונה סדרה המקיימת לכל n טבעי: $a_{n+1}=\frac{a_n}{a_n-1}$:

נתון: $a_1+a_2=-\frac{1}{2}$, $a_1>0$ **ובהתאם:** $a_2=-\frac{1}{2}-a_1$

על פי נוסחת הנסיגה $a_2=\frac{a_1}{a_1-1}$**, נציב** $a_2=-\frac{1}{2}-a_1$ **ומפתור:**

$$-\frac{1}{2}-a_1=\frac{a_1}{a_1-1} \quad / \cdot 2(a_1-1)$$
$$-(a_1-1)-2a_1(a_1-1)=2a_1$$
$$-a_1+1-2a_1^2+2a_1=2a_1$$
$$2a_1^2+a_1-1=0$$
$$(a_1)_{1,2}=\frac{-1\pm 3}{4}$$
$$\boxed{a_1=0.5} \quad \cancel{a_1=-1} \quad \leftarrow a_1>0$$
$$a_2=-\frac{1}{2}-a_1=-\frac{1}{2}-0.5=-1$$
$$\boxed{a_2=-1}$$

תשובה: $a_1=0.5$ **,** $a_2=-1$

(2) על פי נוסחת הנסיגה $a_3=\frac{a_2}{a_2-1}$**, נציב** $a_2=-1$ **ונקבל** $a_3=\frac{-1}{-1-1}=\frac{-1}{-2}=0.5=a_1$

ולכן $a_3=a_1$.

ב. נראה שגם $a_4=a_2$ **ע"פ נוסחת הנסיגה:** $a_4=\frac{a_3}{a_3-1}=\frac{0.5}{0.5-1}=\frac{0.5}{-0.5}=-1$

נוכיח כי לכל n טבעי $a_{n+2}=a_n$

$$a_{n+2}=\frac{a_{n+1}}{a_{n+1}-1}=\frac{\frac{a_n}{a_n-1}}{\frac{a_n}{a_n-1}-1}=\frac{\frac{a_n}{a_n-1}}{\frac{a_n-(a_n-1)}{a_n-1}}=\frac{a_n}{a_n-a_n+1}=\frac{a_n}{1}=a_n$$

ובהתאם כל איברי הסדרה במקומות האי-זוגיים יהיו שווים ל- 0.5

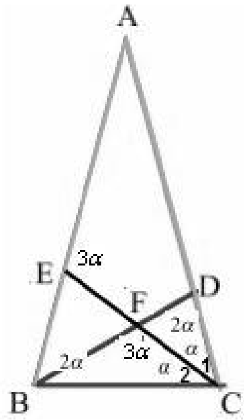
וכל איברי הסדרה במקומות הזוגיים יהיו שווים ל- -1.

סכום 126 **האיברים הראשונים במקומות האי-זוגיים הוא** $126\cdot 0.5=63$

סכום 125 **האיברים הראשונים במקומות הזוגיים הוא** $125\cdot(-1)=-125$

סכום 251 **האיברים הראשונים בסדרה הנתונה הוא** $63+(-125)=-62$

תשובה סכום 251 **האיברים הראשונים בסדרה הנתונה הוא** -62**.**



<u>נתונים</u>

1. $AB = AC$

2 . $\angle C_1 = \angle C_2$

3. $BD = BC$

עבור ב-ג

4. $BC = 2a$ **,** $AC = 4a$

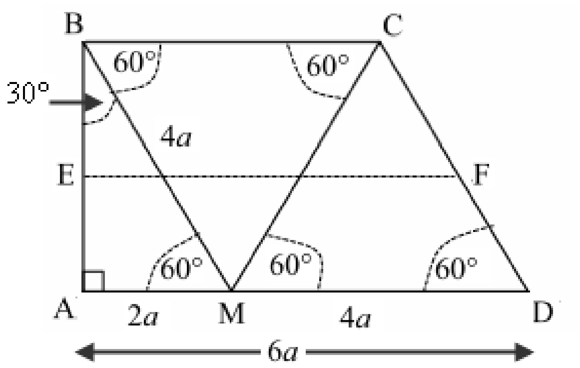
צ"ל: א. $\Delta AEC \sim \Delta BFC$ **ב.** $\frac{P_{\Delta AEC}}{P_{\Delta BFC}}$

ג. $EF = CF$

הסבר		טענה	נימוק
2	5	$\angle C_1 = \angle C_2 = a$ (ז)	נתון + סימון
5	6	$\angle ACB = 2a$	סכום זוויות
3	7	$BD = BC$	נתון
7 ,6	8	$\angle BDC = \angle ACB = 2a$	מול צלעות שוות מונחות זוויות שוות ΔBDC
8 ,5	9	$\angle BFC = 3a$	זווית חיצונית ל- ΔFDC שווה לסכום שתי הזוויות הפנימיות שלא צמודות לה
1	10	$AB = AC$	נתון
10 ,6	11	$\angle ABC = \angle ACB = 2a$	מול צלעות שוות מונחות זוויות שוות ΔABC
11 ,5	12	$\angle AEC = 3a$	זווית חיצונית ל- ΔBEC שווה לסכום שתי הזוויות הפנימיות שלא צמודות לה
12 ,6	13	$\angle BFC = \angle AEC$ (ז)	כלל מעבר
13 ,5	14	$\Delta AEC \sim \Delta BFC$	משפט דמיון **ז**ווית **ז**וויות
		מ.ש.ל. א	
14	15	$\frac{AE}{BF} = \frac{AC}{BC} = \frac{EC}{FC}$	יחסי צלעות מתאימות במשולשים דומים
4	16	$AC = 4a$	נתון
4	17	$BC = 2a$	נתון
15, 16, 17	18	$\frac{AC}{BC} = \frac{4a}{2a} = 2$	הצבה וחישוב
18	19	$\frac{P_{\Delta AEC}}{P_{\Delta BFC}} = 2$	יחס היקפי משולשים דומים שווה ליחס הצלעות המתאימות
		מ.ש.ל. ב	
15, 18	20	$\frac{EC}{FC} = 2$	כלל מעבר

הסבר		טענה	נימוק
20	21	$EF = CF$	חישוב
מ.ש.ל. ג			

נתונים



.1 $ABCD$ **טרפז .2** $BC \parallel AD$

.3 $\angle BAD = 90°$ **.4** ΔBCM **שווה צלעות**

.5 $AM = 2a$

עבור ב

.6 EF **קטע אמצעים בטרפז** $ABCD$

.7 $\frac{EF}{AD} = \frac{5}{6}$

צ"ל: א. BM. **ע"י** a **ב. מידת** $\angle CDM$

הסבר		טענה	נימוק
4	8	ΔBCM **שווה צלעות**	**נתון**
8	9	$\angle CBM = \angle BCM = 60°$	**זוויות שוות במש"ץ וסכום זוויות** ΔBCM $180°$
2	10	$BC \parallel AD$	**נתון**
10 ,9	11	$\angle BMA = 60°$	**זוויות מתחלפות שוות בין ישרים מקבילים**
3	12	$\angle BAD = 90°$	**נתון**
12 ,11	13	$\angle ABM = 30°$	**סכום זוויות** ΔABM $180°$
5	14	$AM = 2a$	**נתון**
14 ,13 ,12 ,11	15	$BM = 4a$	**במשולש** $30°, 60°, 90°$ **הניצב הקצר שווה למחצית היתר**
מ.ש.ל. א			
1	16	$ABCD$ **טרפז**	**נתון**
6	17	EF **קטע אמצעים בטרפז**	**נתון**
17 ,16	18	$EF = \frac{BC + AD}{2}$	**קטע אמצעים בטרפז שווה** **למחצית סכום הבסיסים**
7	19	$\frac{EF}{AD} = \frac{5}{6}$	**נתון**
15 ,8	20	$MC = BC = 4a$	**צלעות שוות במשולש שווה צלעות**
20 ,19 ,18	21	$\frac{5AD}{6} = \frac{4a + AD}{2}$	**הצבה**
21	22	$AD = 6a$	**חישוב**
22 ,14	23	$MD = AD - AM = 4a$	**הפרש קטעים**
23 ,20	24	$MD = MC$	**כלל מעבר**
10 ,9	25	$\angle CMD = 60°$	**זוויות מתחלפות שוות בין מקבילים**

24, 25	26	$\angle CDM = \frac{180° - 60°}{2} = 60°$	זוויות בסיס שוות במש"ש וסכום זוויות ΔCMD $180°$
מ.ש.ל. ב			

א. בחפיסת קלף יש 84 קלפים.

על כל קלף מצוירת אחת מארבע הצורות האלה: לב אדום, משולש אדום, עיגול אדום, עיגול שחור.

$$\mathrm{P(RED)} = 6\mathrm{P(BLACK)}$$
$$1 - \mathrm{P(BLACK)} = 6\mathrm{P(BLACK)}$$
$$1 = 7\mathrm{P(BLACK)}$$
$$\mathrm{P(BLACK)} = \frac{1}{7}$$
$$\mathrm{N(BLACK)} = \frac{1}{7} \cdot 84 = 12$$

תשובה: בחפיסה 12 קלפים עם ציור שחור (עיגול שחור)

ב. נתון גם שמספר הקלפים שמצויר עליהם ציור אדום מתחלק באופן שווה בין 3 הצורות.

בחפיסה $84 - 12 = 72$ **קלפים אדומים ובהתאם** $72 : 3 = 24$ **קלפים מכל צורה אדומה.**

סה"כ $12 + 24 = 36$ **קלפים עם צורת עיגול ומתוכם 12 עם עיגול שחור,**

ובהתאם ההסתברות להוצאת ציור שחור, כאשר ידוע שהוצא עיגול היא $\frac{12}{36} = \frac{1}{3}$

תשובה: ההסתברות היא $\frac{1}{3}$**.**

ג. בחפיסה 24 קלפים עם לב אדום, מתוך 84 קלפים ומוציאים שלושה קלפים ללא החזרה.

$$\mathrm{P}(\text{3 קלפים עם לב אדום, ללא החזרה}) = \frac{24}{84} \cdot \frac{23}{83} \cdot \frac{22}{82} = 0.0212$$

תשובה: ההסתברות היא 0.0212**.**

ד. יש למצוא את ההסתברות שבדיוק ב- 2 חפיסות מתוך 4 הוצאו 3 קלפים שמצויר עליהם לב אדום.

נחשב באמצעות נוסחת ברנולי את ההסתברויות המתאימות:

זו התפלגות בינומית, כאשר נתון כי $n = 4$, $p = 0.0212$ **(על-פי סעיף ג)** ,

$$\mathrm{P}_4(2) = \binom{4}{2}(0.0212)^2(1 - 0.0212)^{4-2} = 6 \cdot (0.0212)^2 \cdot (0.9788)^2 = 0.0026$$

תשובה: ההסתברות היא 0.0026 **.**

א. נגדיר את הקבוצות הבאות:

S - **קבוצת החיילים בבסיס (משתתפי הסקר)**

A - **קבוצת החיילים מיחידה א'** $\overline{A}$ - **קבוצת החיילים מיחידה ב'**

B - **קבוצת התומכים בבניית חדר כושר** $\overline{B}$ - **קבוצת התומכים בבניית מגרש כדורסל**

<u>נתונים ומשמעויות מיידיות</u>

$$P(B/A)=0.8 \quad \rightarrow P(\overline{B}/A)=0.2$$
$$P(B/\overline{A})=0.4 \quad \rightarrow P(\overline{B}/\overline{A})=0.6$$

דני אינו צודק, שכן אם מספר החיילים הכולל מיחידה ב' גדול ביותר מפי 2 **ממספר החיילים שביחידה א',**
אז מספרם של תומכי חדר כושר מיחידה ב' יהיה גדול יותר.
דוגמה לכך שקיימת אפשרות שדני אינו צודק ולכן לא ניתן להסיק את המסקנה:
ביחידה ב' מספר החייליים הכולל 200 **ובהתאם התומכים בחדר כושר מתוכם הוא** $0.4\cdot 200=80$
ביחידה א' מספר החייליים הכולל 50 **ובהתאם התומכים בחדר כושר מתוכם הוא** $0.8\cdot 50=40$
תשובה: דני אינו צודק.

ב. נתון גם כי $\dfrac{P(A/B)}{P(\overline{A}/B)}=\dfrac{2}{3} \quad \rightarrow \dfrac{P(A\cap B)}{P(\overline{A}\cap B)}=\dfrac{2}{3}$

נציב בטבלה ונסמן $P(A\cap B)=2x \quad \rightarrow P(\overline{A}\cap B)=3x$

	A **יחידה א'**	$\overline{A}$ **יחידה ב'**	
B - **חדר כושר**	$2x$	$3x$	$5x$
$\overline{B}$ - **כדורסל**			
	$2.5x$	$1-5x$	1

$$P(B/A)=\frac{P(B\cap A)}{P(A)}$$
$$0.8=\frac{2x}{P(A)} \quad \rightarrow P(A)=2.5x$$
$$P(B/\overline{A})=\frac{P(B\cap \overline{A})}{P(\overline{A})}$$
$$0.4=\frac{3x}{P(\overline{A})} \quad \rightarrow P(\overline{A})=7.5x$$
$$2.5x+7.5=1$$
$$10x=1$$
$$x=0.1$$

נעדכן את הטבלה ונשלים נתונים:

	A **יחידה א'**	$\overline{A}$ **יחידה ב'**	
B **- חדר כושר**	0.2	0.3	0.5
$\overline{B}$ **- כדורסל**	0.05	0.45	0.5
	0.25	0.75	1

תשובה: 25% **מחיילי היחידה הם מיחידה א'**

ג. בוחרים באקראי חייל מהיחידה שהוא בעד בניית מגרש כדורסל.

נמצא את היחס בין ההסתברות שהוא מיחידה ב' לבין ההסתברות שהוא מיחידה א'.

$$\frac{P(\overline{A}/\overline{B})}{P(A/\overline{B})}=\frac{\frac{P(\overline{A}\cap\overline{B})}{P(\overline{B})}}{\frac{P(A\cap\overline{B})}{P(\overline{B})}}=\frac{P(\overline{A}\cap\overline{B})}{P(A\cap\overline{B}))}=\frac{0.45}{0.09}=9$$

תשובה: ההסתברות היא 9 **.**