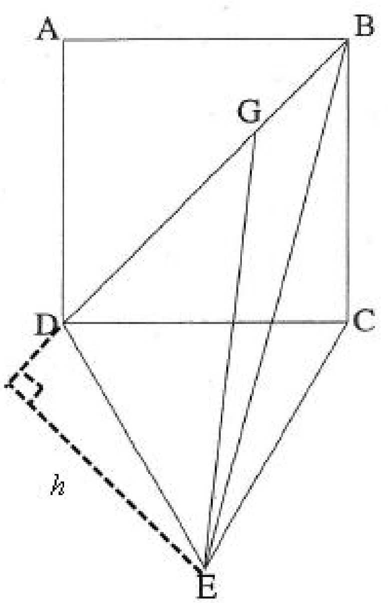
א. (1) נתון כי שטח ΔDGE **גדול פי** 2 **משטח** ΔBGE**,**

לשני המשולשים גובה משותף לצלעות DG **ו-** GB**, בהתאמה (ראה בציור), ולכן** $DG=2GB$**.**



$$\left(\frac{S_{\Delta DGE}}{S_{\Delta BGE}}=\frac{DG\cdot h}{BG\cdot h}=2 \quad \rightarrow DG=2BG\right)$$

תשובה: הוכַח.

(2) נמצא את אורך אלכסון הריבוע באמצעות משפט פיתגורס.

$\underline{\Delta BDC}$

$$(BD)^2=(BC)^2+(DC)^2$$

$$BD=\sqrt{10^2+10^2} \quad \rightarrow BD=14.14$$

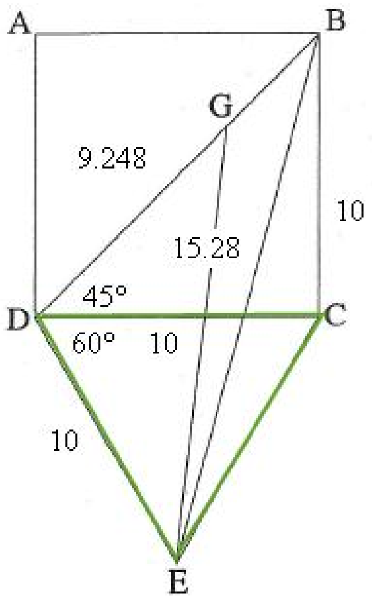
$$DG=\frac{2}{3}\cdot 14.14$$

$$\boxed{DG=9.248}$$

תשובה: אורך הקטע DG **הוא** 9.248 **ס"מ**

ב. (1) ΔDCE **שווה צלעות, לכן** $DE=DC=$ 10 **ס"מ, ו-** $SCDE=60°$

אלכסוני הריבוע חוצים את זוויותיו הישרות, ולכן $SBDC=45°$ **ו-** $SBDE=105°$**.**



נמצא את אורך הקטע GE **באמצעות משפט קוסינוסים.**

$\underline{\Delta DGE}$

$$(GE)^2=(DG)^2+(DE)^2-2DG\cdot DE\cdot \cos SBDE$$

$$(GE)^2=9.248^2+10^2-2\cdot 9.248\cdot 10\cdot \cos 105°$$

$$(GE)^2=233.4$$

$$\boxed{GE=15.28}$$

תשובה: אורך הקטע GE **הוא ס"מ.**

(2) נמצא את גודל $SDGE$**, באמצעות משפט הסינוסים.**

$\underline{\Delta DGE}$

$$\frac{DE}{\sin SDGE}=\frac{GE}{\sin SBDE}$$

$$\frac{10}{\sin SDGE}=\frac{15.28}{\sin 105°}$$

$$\frac{10\sin 105°}{15.28}=\sin SDGE$$

$$\boxed{SDGE=39.22°}$$

תשובה: $SDGE=39.22°$ **.**

א. נתונה הפונקציה $y=\frac{1}{\cos x}+2$ **בתחום** $-\frac{p}{2}\le x\le\frac{p}{2}$ **.**

(1) הפונקציה אינה מוגדרת כאשר $\cos x=0$ **, כלומר כאשר** $x=\frac{p}{2}+pk$

עבור $k=0$ **ו-** $k=-1$ **נקבל** $x=\frac{p}{2}$ **, ו-** $x=-\frac{p}{2}$ **, ובמקרים אלו יתאפס המכנה ולא המונה.**

תשובה: האסימפטוטות מקבילות לציר ה- y **הן** $x=\frac{p}{2}$ **, ו-** $x=-\frac{p}{2}$ **.**

(2) בנקודת החיתוך עם ציר ה- y **מתקיים** $x=0$ **:** $y(0)=\frac{1}{\cos 0}+2=3 \quad \rightarrow \boxed{(0,3)}$

בנקודת החיתוך עם ציר ה- x **מתקיים** $y=0$ **.**

$$0=\frac{1}{\cos x}+2$$
$$-2=\frac{1}{\cos x}$$
$$\cos x=-0.5=\cos(-\frac{2p}{3})$$
$$x=-\frac{2p}{3}+2pk \qquad x=\frac{2p}{3}+2pk$$

ואין פתרון בתחום $-\frac{p}{2}<x<\frac{p}{2}$ **, כלומר אין נקודת חיתוך עם ציר ה-** x **.**

תשובה: $(0,3)$ **.**

ב. נמצא את נקודת הקיצון ואת סוגה.

$$f'(x)=\frac{0-(-\sin x)}{\cos^2 x}$$
$$\boxed{f'(x)=\frac{\sin x}{\cos^2 x}}$$
$$0=\sin x$$
$$x=pk$$

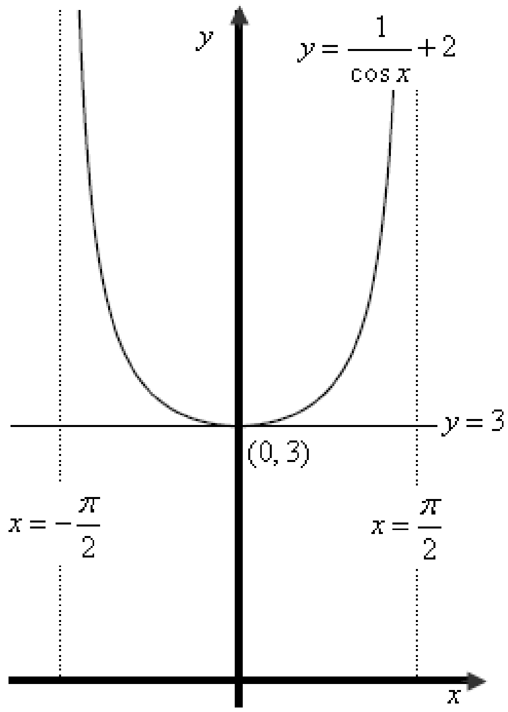
נבנה טבלה לזיהוי תחומי עלייה וירידה.

$$f'(-\frac{p}{3})=\frac{\sin(-\frac{p}{3})}{+}<0,\ f'(\frac{p}{3})=\frac{\sin(\frac{p}{3})}{+}>0$$

x	$-\frac{p}{2}$		0		$\frac{p}{2}$
$f(x)$			0.5		
מסקנה		↘	Min	↗	

תשובה: $(0,3)$ **מינימום.**

ג. הסקיצה המתאימה:



ד. הישר $y=a$ **, המשיק לגרף הפונקציה, מייצג פונקציה קבועה ולכן משיק בנקודת המינימום** $(0,3)$ **.**

משוואתו $y=3$ **ובהתאם** $a=3$ **.**

תשובה: $a=3$ **.**

א. (1) במשך 5 **שנים גדל סכום הכסף בחשבון** I **מ-** $11,664$ **שקלים ל-** $17,138$ **שקלים,**

$$17,138 = 11,664 \cdot q_{\mathrm{I}}^{5} \quad / :11,664$$

$$1.46931 = q_{\mathrm{I}}^{5}$$

$$q_{\mathrm{I}} = \sqrt[5]{1.46931}$$

$$\boxed{q = 1.08}$$

$$1.08 = \frac{100 + \mathrm{p}}{100}$$

$$108 = 100 + \mathrm{p}$$

$$\boxed{\mathrm{p} = 8}$$

תשובה: $\mathrm{p} = 8$ **, כלומר הריבית בחשבון** I **היא** 8% **לשנה.**

(2) במשך 2 **שנים גדל סכום הכסף בחשבון** I **מ-** a **שקלים ל-** $11,664$ **שקלים, בריבית של** 8% **לשנה.**

$$11,664 = a \cdot 1.08^{2} \quad / :1.08^{2}$$

$$\boxed{a = 10,000}$$

תשובה: $a = 10,000$ **, כלומר בחשבון** I **הופקדו** $10,000$ **שקלים בהפקדה הראשונית.**

ב. בחשבון II **הופקדו** $10,000$ **שקלים, והם גדלים ב-** $\mathrm{m}\%$ **בשנה. כעבור שנתיים היו בחשבון** II $11,881$ **שקלים.**

$$11,881 = 10,000 \cdot q_{\mathrm{II}}^{2} \quad / :10,000$$

$$1.1881 = q_{\mathrm{II}}^{2}$$

$$q_{\mathrm{II}} = \sqrt[2]{1.1881}$$

$$\boxed{q_{\mathrm{II}} = 1.09 \ (9\% \, per \ \ year)}$$

נמצא כעבור כמה שנים מההפקדה, יהיה בחשבון II **סכום הגדול ב-** 20% **מהסכום שיהיה באותו זמן בחשבון** I**,**
כלומר סכום הכסף בחשבון II **יהיה גדול פי** 1.2 **מהסכום שיהיה באותו זמן בחשבון** I **.**

$$10,000 \cdot 1.09^{t} = 1.2 \cdot 10,000 \cdot 1.08^{t} \quad / :10,000$$

$$1.09^{t} = 1.2 \cdot 1.08^{t} \quad / :1.08^{t}$$

$$(\frac{1.09^{t}}{1.08}) = 1.2$$

$$1.00926^{t} = 1.2$$

$$t \ln 1.00926^{t} = \ln 1.2$$

$$\ln 1.00926 = \ln 1.2$$

$$t = \frac{\ln 1.2}{\ln 1.00926}$$

$$\boxed{t = 19.78}$$

תשובה כעבור 19.78 **שנים .**

א. נתונה הפונקציה $y=\frac{x^2}{x^2+a}-\frac{1}{2}$. a פרמטר שונה מאפס.

הפונקציה אינה מוגדרת עבור $x=1$, כלומר $x=1$ מאפס את המכנה ומכאן ש $1^2+a=0 \quad \rightarrow \boxed{a=-1}$.

תשובה: $a=-1$.

נציב $a=-1$ והפונקציה היא $y=\frac{x^2}{x^2-1}-\frac{1}{2}$

ב. (1) מכנה הפונקציה מתאפס עבור $x=1$, או $x=-1$.

תשובה: תחום ההגדרה הוא $x\neq 1$, $x\neq -1$.

(2) נמצא אסימפטוטה אופקית - חזקת פולינום המונה (1) שווה חזקת פולינום המכנה (1)

ולכן הביטוי $\frac{x^2}{x^2-1}$ שואף ל- 1 כאשר $x\rightarrow\infty$ ובהתאם $f(x)\rightarrow 1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$ כאשר $x\rightarrow\infty$

ו- $y=\frac{1}{2}$ אסימפטוטה אופקית .

יש שתי אסימפטוטות אנכיות כי $x=1$, או $x=-1$. מאפסים מכנה ולא מונה.

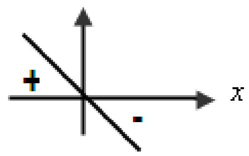
תשובה: אסימפטוטה מקבילה לציר ה- x : $y=\frac{1}{2}$, אסימפטוטות מקבילות לציר ה- y : $x=1$, או $x=-1$.

(3) נמצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה ואת סוגן.

$$f'(x)=\frac{2x(x^2-1)-2x\cdot x^2}{(x^2-1)^2}$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{-2x}{(x^2-1)^2}}$$

גרף סימני הנגזרת



המונה מתאפס עבור $x=0$, כאשר מכנה הנגזרת חיובי. $y=\frac{0^2}{0^2-1}-\frac{1}{2}=-\frac{1}{2} \quad \rightarrow (0,-\frac{1}{2})$

ועל פי גרף סימני הנגזרת משמאל, עבור $x=0$ נגזרת הפונקציה עוברת מחיוביות לשליליות,

והפונקציה עוברת מעלייה לירידה וזו נקודת מקסימום.

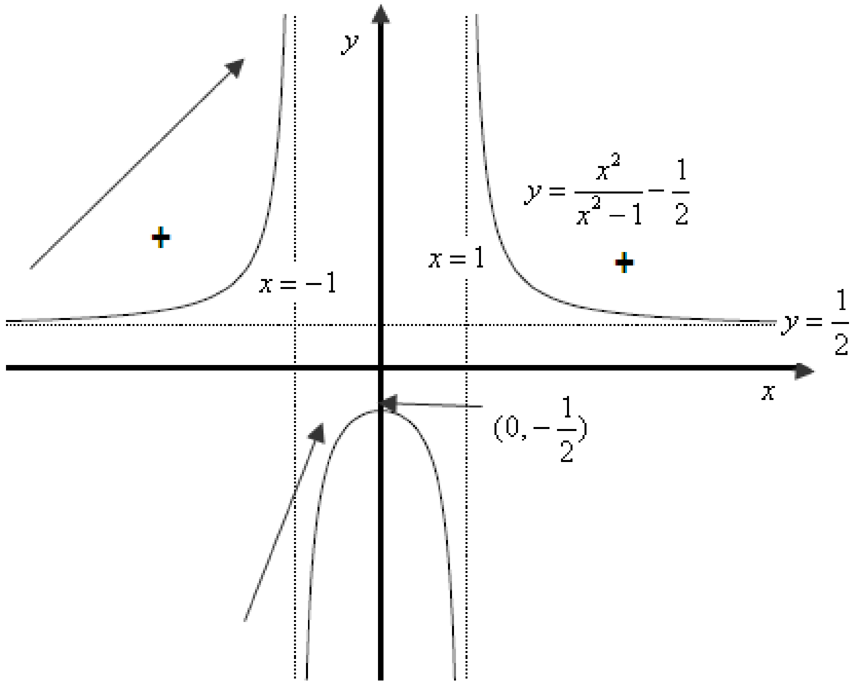
תשובה: $(0,-\frac{1}{2})$ מקסימום.

(4) נגזרת הפונקציה שלילית, עבור $x>0$, $x\neq 1$ ולכן הפונקציה יורדת עבור $x>1$ או $0<x<1$.

נגזרת הפונקציה חיובית, עבור $x<0$, $x\neq -1$ ולכן הפונקציה עולה עבור $-1<x<0$ או $x<-1$.

תשובה: עלייה: $x>1$ או $0<x<1$. , ירידה: $-1<x<0$ או $x<-1$.

ג. הסקיצה המתאימה



ד. בסקיצה מסומן + כאשר ערכי הפונקציה חיוביים, וסימן עלייה כאשר הפונקציה עולה, כלומר y' חיובי.

התחום שבו גם y חיובי וגם y' חיובי הוא $x<-1$.

תשובה: $x<-1$.

א. נתונות שתי הפונקציות: $f(x)=e^{2x}$, $g(x)=e^{0.5x}$

שיעור ה- x **של הנקודה** B **, שנמצאת על גרף הפונקציה** $f(x)=e^{2x}$ **, הוא** 1**.**

$$f(1)=e^{2\cdot 1}=e^2$$

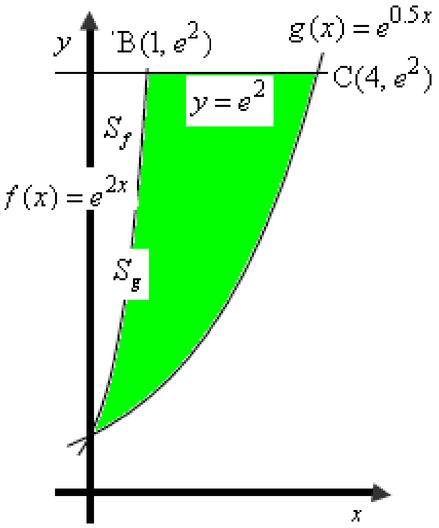
$$y_C=y_B=e^2 \quad \to e^2=e^{0.5x} \quad \to x_C=4 \quad \to \boxed{C(4,e^2)}$$

תשובה: $C(4,e^2)$ **.**

ב. שתי הפונקציות נחתכות על ציר ה- y **והישר** $y=e^2$ **, כי** $f(0)=g(0)=1$

נחשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)=e^{0.5x}$ **, ציר ה-** y **והישר** $y=e^2$ **(** S_g **),**

ונפחית ממנו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)=e^{2x}$ **, ציר ה-** y **והישר** $y=e^2$ **(** S_f **).**



$$S_g=\int_0^4 (e^2-e^{0.5x})dx$$

$$S_g=e^2x-\frac{e^{0.5x}}{0.5}\Big]_0^4$$

$$S_g=(e^2\cdot 4-\frac{e^{0.5\cdot 4}}{0.5})-(e^2\cdot 0-\frac{e^{0.5\cdot 0}}{0.5})$$

$$S_g=(4e^2-2e^2)-(-2)$$

$$\boxed{S_g=2e^2+2}$$

$$S_f=\int_0^1 (e^2-e^{2x})dx$$

$$S_f=e^2x-\frac{e^{2x}}{2}\Big]_0^1$$

$$S_f=(e^2\cdot 1-\frac{e^{2\cdot 1}}{2})-(e^2\cdot 0-\frac{e^{2\cdot 0}}{2})$$

$$S_f=(e^2-0.5e^2)-(-0.5)$$

$$\boxed{S_f=0.5e^2+0.5}$$

והשטח המבוקש הוא: $S_g-S_f=2e^2+2-(0.5e^2+0.5)=2e^2+2-0.5e^2-0.5=1.5e^2+1.5$

תשובה: גודל השטח המבוקש $1.5e^2+1.5=12.58$ **יח"ר.**