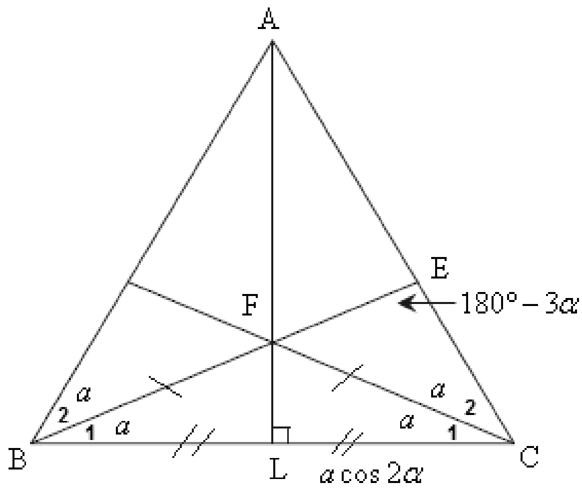
א. נעלה את השרטוט המעודכן והסברים בהמשך:



<u>ניתוח נתונים</u>

$$\angle B_1 = \angle B_2 = \angle C_1 = \angle C_2 = a$$

(זוויות בסיס שוות במש"ש, כאשר F **הוא מפגש חוצי הזוויות במשולש)**

AF **חוצה זווית הראש (בניית עזר)**

AF **מאונך לבסיס ותיכון (ח.ז. הראש במש"ש הוא תיכון וגובה)**

$\underline{\Delta ALC}$

$$\cos\angle ACL = \frac{LC}{AC}$$

$$\cos 2a = \frac{LC}{a}$$

$$\boxed{LC = a\cos 2a}$$

ובהתאם: $\boxed{BC = 2a\cos 2a}$

$\underline{\Delta BFC}$

$$S = \frac{(BC)^2 \sin\angle B_1 \sin\angle C_1}{2\sin\angle BFC}$$

$$S = \frac{(2a\cos 2a)^2 \sin a \sin a}{2\sin(180 - 2a)}$$

$$S = \frac{4a^2\cos^2 2a \sin a \sin a}{4\sin a \cos a}$$

$$\boxed{S = a^2\cos^2 2a \; tga}$$

תשובה: $a^2\cos^2 2a \; tga$

ב. נמצא את היחס המשותף-

כאשר נשים לב כי $BF = CF$ **, (מול זוויות שוות מונחות צלעות שוות ב-** ΔBFC **)**

$\angle BEC = 180° - 3a$

ΔFEC

$$\frac{EF}{\sin\angle ECF} = \frac{CF}{\sin\angle FEC}$$

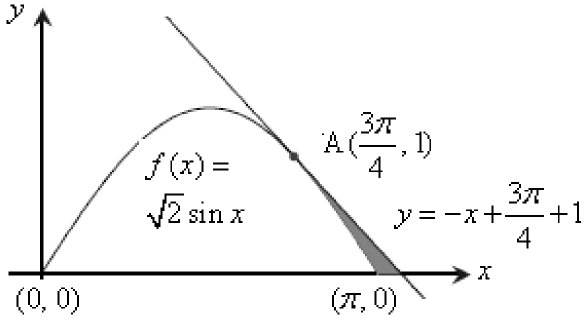
$$\frac{EF}{\sin a} = \frac{CF}{\sin(180° - 3a)}$$

$$\boxed{\frac{EF}{CF} = \frac{\sin a}{\sin 3a}}$$

ובהתאם גם: $\frac{BF}{FE} = \frac{\sin a}{\sin 3a}$

תשובה: $\frac{\sin a}{\sin 3a}$

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\sqrt{2}\sin x$ **בתחום** $0\le x\le 2p$ **.**



נמצא את נקודות החיתוך עם ציר ה- x **.**

$$f(x)=\sqrt{2}\sin x$$
$$\sqrt{2}\sin x=0$$
$$\sin x=0$$
$$\boxed{x=pk}$$

ובהתאם נקודות החיתוך בתחום הנתון הן: $(0,0),(p,0)$

תשובה: $(0,0),(p,0)$

ב. נמצא את A **נקודת ההשקה, כאשר שיפוע המשיק הוא** -1 **. :**

$$\boxed{f(x)=\sqrt{2}\sin x}$$
$$\boxed{f'(x)=\sqrt{2}\cos x}$$
$$-1=\sqrt{2}\cos x$$
$$\cos x=\frac{-1}{\sqrt{2}}=\frac{-\sqrt{2}}{2}=\cos\frac{3p}{4}$$
$$x=\frac{3p}{4}+2pk \qquad x=-\frac{3p}{4}+2pk$$

ובתחום הנתון: $x=\frac{3p}{4}$

$$f(\frac{3p}{4})=\sqrt{2}\sin\frac{3p}{4}=\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}=1$$

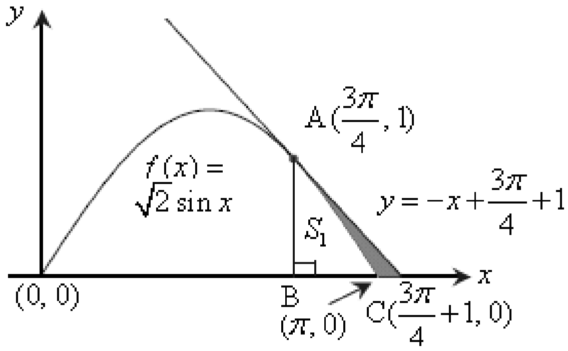
לכן נקודת ההשקה $A(\frac{3p}{4},1)$

נמצא את משוואת המשיק, ששיפועו כזכור -1 **:**

$$y-1=-1(x-\frac{3p}{4})$$
$$\boxed{y=-x+\frac{3p}{4}+1}$$

תשובה: $y=-x+\frac{3p}{4}+1$

ב. נחשב את השטח המבוקש ע"י: $S = S_{\Delta ABC} - S_1$



נמצא את שיעורי הנקודה C **:**

$$y = -x + \frac{3\pi}{4} + 1 \quad \rightarrow x = \frac{3\pi}{4} + 1 \quad \rightarrow \mathrm{C}(\frac{3\pi}{4} + 1, 0)$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{BC \cdot AB}{2} = \frac{(\frac{3\pi}{4} + 1 - \frac{3\pi}{4}) \cdot 1}{2} = \frac{1}{2}$$

	S_1
פונקציה עליונה	$f(x) = \sqrt{2}\sin x$
פונקציה תחתונה	$y = 0$
x **גדול**	$x = \pi$
x **קטן**	$x = \frac{3\pi}{4}$

נחשב את S_1 **:**

$$S_1 = \int_{\frac{3\pi}{4}}^{\pi} (\sqrt{2}\sin x - 0)dx$$

$$S_1 = -\sqrt{2}\cos x \Big]_{\frac{3\pi}{4}}^{\pi}$$

$$S_1 = (-\sqrt{2}\cos\pi) - (-\sqrt{2}\cos\frac{3\pi}{4})$$

$$\boxed{S_1 = \sqrt{2} - 1}$$

ובהתאם: $S = \frac{1}{2} - (\sqrt{2} - 1) = 1.5 + \sqrt{2}$

תשובה: גודל השטח המבוקש $1.5 + \sqrt{2}$ **יחידות שטח.**

, $f(t)=K\cdot a^t$

כאשר K **- הכמות ההתחלתית**

a **הוא גורם הגידול,** $f(t)$ **הכמות לאחר זמן** t**.**

א. מ- $1/10/2001$ **עד** $1/10/2006$ **פחתה הכמות של החומר הרדיואקטיבי ב-** 40% **.**

כאשר נתון כי: $K=K,\quad t=5,\quad f(5)=0.6K$

$$0.6K=K\cdot a^5 \quad /:K$$
$$0.6=a^5$$
$$a=\sqrt[5]{0.6}$$
$$\boxed{a=0.9029}$$

כלומר כל שנה, פוחת מהחומר: $1-0.9029=0.0971=9.71\%$

תשובה: כמות החומר פוחתת ב- 9.71% **כל שנה.**

ב. מ- $1/10/2001$ **עד** $1/10/2005$ **חולפות** 4 **שנים.**

כאשר נתון כי: $K=K,\quad t=4,\quad a=0.9029$

$$f(4)=K\cdot 0.9029^4$$
$$f(4)=0.6646K$$
$$\boxed{f(4)=66.46\%K}$$

תשובה: ב- $1/10/2005$ **ישארו** 66.46% **מהחומר.**

ג. אם כמות החומר ב- $1/10/2006$ **יורדת ב-** 46% **נשארת** 54% **מהכמות.**

נתון כי: $K=K,\quad a=0.9029,\quad f(t)=0.54K$

$$0.54K=K\cdot 0.9029^t \quad /:K$$
$$0.54=0.9029^t$$
$$\ln 0.54=\ln 0.9029^t$$
$$\ln 0.54=t\ln 0.9029$$
$$t=\frac{\ln 0.54}{\ln 0.9029}\quad\rightarrow\boxed{t=6.03}$$

תשובה: כעבור 6.03 **שנים.**

א. $f(x)=\frac{mx+6}{x^2-2x+2}$

נמצא את תחום ההגדרה של הפונקציה:

$$x^2-2x+2\neq 0$$
$$\Delta=-4$$

אין פתרון ולכן המכנה לא מתאפס

תשובה: הפונקציה מוגדרת לכל x

ב. נתון כי אחת מנקודות הקיצון של הפונקציה נמצאת על ציר ה- y **, לכן** $f'(0)=0$ **.**

$$f'(x)=\frac{m(x^2-2x+2)-(mx+6)\cdot(2x-2)}{(x^2-2x+2)^2}$$
$$0=m(0^2-2\cdot 0+2)-(m\cdot 0+6)\cdot(2\cdot 0-2))$$
$$0=2m+12$$
$$\boxed{m=-2}$$

תשובה: $m=-6$

ג. נמצא את שיעורי נקודות הקיצון ואת סוגן.

$$\boxed{f(x)=\frac{-6x+6}{x^2-2x+2}}$$
$$f'(x)=\frac{-6(x^2-2x+2)-(-6x+6)\cdot(2x-2)}{(x^2-2x+2)^2}$$
$$f'(x)=\frac{-6x^2+12x-12-(-12x^2+12x+12x-12)}{(x^2-2x+2)^2}$$
$$f'(x)=\frac{-6x^2+12x-12+12x^2-12x-12x+12}{(x^2-2x+2)^2}$$
$$\boxed{f'(x)=\frac{6x^2-12x}{(x^2-2x+2)^2}}$$
$$0=\frac{6x^2-12x}{(x^2-2x+2)^2}$$
$$0=6x(x-2)$$
$$x=0 \quad \rightarrow f(0)=\frac{-6\cdot 0+6}{0^2-2\cdot 0+2}=3 \quad \rightarrow (0,3)$$
$$x=2 \quad \rightarrow f(2)=\frac{-6\cdot 2+6}{2^2-2\cdot 2+2}=-3 \quad \rightarrow (2,-3)$$

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון, ותחומי עלייה וירידה (מכנה הנגזרת חיובי)

$f'(-1)=6\cdot(-1)^2-12\cdot(-1)>0$

$f'(1)=6\cdot1^2-12\cdot1<0$

$f'(3)=6\cdot3^2-12\cdot3>0$

-1	0	1	2	3	x
+	0	**-**	0	**+**	y
↗	**Min**	↘	**Max**	↗	**מסקנה**

תשובה: $(0,3)$ **מקסימום,** $(2,-3)$ **מינימום.**

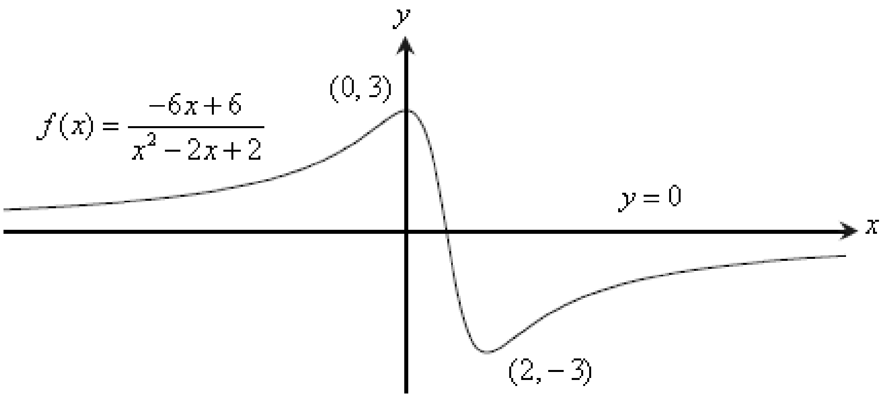
ה. אסימפטוטה אנכית אין – כי הפונקציה רציפה

אסימפטוטה אופקית: מעלת פולינום מונה (1) **קטנה ממעלת פולינום מכנה** (2)**,**

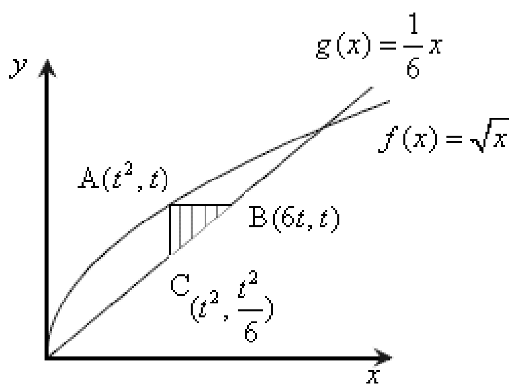
לכן $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{-6x+6}{x^2-2x+2}=0$

תשובה: $y=0$

ו. הסקיצה המתאימה



א. נתון כי שיעור ה- x של הנקודה A הוא t^2 $(0<t<6)$.



בהתאם שיעורי הנקודה A שעל $f(x)=\sqrt{x}$ הם $A(t^2,t)$.

שיעורי הנקודה B, הנמצאת על $g(x)=\frac{1}{6}x$, עם שיעור y זהה הם: $B(6t,t)$

שיעורי הנקודה C, הנמצאת על $g(x)=\frac{1}{6}x$, עם שיעור x זהה הם: $C(t^2,\frac{t^2}{6})$

תשובה: $C(t^2,\frac{t^2}{6})$, $B(\frac{t^2}{6},t^2)$

ב. נביע באמצעות t את שטח המשולש ABC.

$$S_{\Delta ABC}=\frac{AB\cdot AC}{2}=\frac{(6t-t^2)(t-\frac{t^2}{6})}{2}$$

$$S_{\Delta ABC}=\frac{(6t-t^2)(\frac{6t-t^2}{6})}{2}$$

$$S_{\Delta ABC}=\frac{(6t-t^2)^2}{12}$$

$$\boxed{S_{\Delta ABC}=\frac{(6t-t^2)^2}{12}}$$

תשובה: $S_{\Delta ABC}=\frac{(6t-t^2)^2}{12}$

ג. הפונקציה שיש להביא *למקסימום* היא *שטח המשולש* ABC .

כלומר: $\boxed{g(t)=\dfrac{(6t-t^2)^2}{12}}$

נמצא את נקודת הקיצון

$$g'(t)=\frac{2(6t-t^2)(6-2t)}{12}$$

$$\boxed{g'(t)=\frac{(6t-t^2)(3-t)}{t^2}}$$

$$0=\frac{(6t-t^2)(3-t)}{t^2}$$

$$0=t(t-6)(3-t)$$

$$\boxed{t=3} \quad \leftarrow 0<t<6$$

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון (מכנה הנגזרת חיובי)

$$g'(2)=(6\cdot 2-2^2)(3-2)>0$$

$$g'(4)=(6\cdot 4-4^2)(3-4)<0$$

2	3	4	x
+	0	-	y'
↗	Min	↘	**מסקנה**

הפונקציה עוברת מעלייה לירידה ולכן זו נקודת מקסימום

(בהתאם שיעורי הנקודה $A(3,\sqrt{3})$)

תשובה: $t=3$ **יביא את שטח משולש** ABC **למקסימום.**