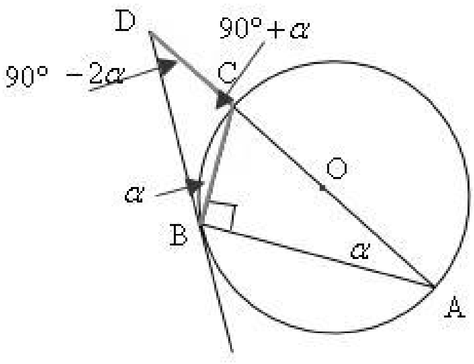


א. (1) AC **הוא קוטר המעגל ובהתאם** $\angle CBA = 90°$ **,**

(זווית היקפית הנשענת על קוטר היא ישרה).

$\angle DBC = a$ **(זווית בין משיק למיתר)**

$\angle DCB = 90° + a$ **(זווית חיצונית ל-** ΔABC **)**

$\angle D = 90° - 2a$ **סכום זוויות** ΔABC **הוא** $180°$**)**

תשובה: $\angle DBC = a$ **,** $\angle DCB = 90° + a$ **,** $\angle D = 90° - 2a$ **.**

(2) $\angle DCB > 90°$ **(צמודה לזווית חדה),**

ולכן BD **הצלע הארוכה במשולש** BDC **.**

$\underline{\Delta ABC}$

$$\sin a = \frac{BC}{2R}$$

$$\boxed{BC = 2R\sin a}$$

$\underline{\Delta BCD}$

$$\frac{2R\sin a}{\sin(90° - 2a)} = \frac{DC}{\sin a}$$

$$\boxed{DC = \frac{2R\sin^2 a}{\cos 2a}}$$

תשובה: $DC = \dfrac{2R\sin^2 a}{\cos 2a}$, $BC = 2R\sin a$

ב. נתון גם כי המשולש CBD **הוא שווה שוקיים**

בהתאם, זוויות הבסיס שוות זו לזו

$a = 90° - 2a$ **ובעזרת חישוב נקבל** $a = 30°$

תשובה: $a = 30°$.

א. (1) שיעור ה- y **של נקודת החיתוך של שתי הפונקציות הוא** $\frac{\sqrt{2}}{2}$

$g(x)=\cos x$ **עוברת בנקודה זו, לכן** $\cos x=\frac{\sqrt{2}}{2}$ **, כאשר פתרון המשוואה הוא** $x=\pm\frac{p}{4}+2p\,k$

עבור $k=0$ **נקבל** $x=\frac{p}{4}$ **כפיתרון יחיד בתחום הנתון** $0\le x\le\frac{p}{2}$

תשובה: $x=\frac{p}{4}$

(2) $f(x)=\sin(\frac{ax}{2})$ **עוברת בנקודה** $(\frac{p}{4},\frac{\sqrt{2}}{2})$ **, ובהתאם:**

$$\frac{\sqrt{2}}{2}=\sin(\frac{a\frac{p}{4}}{2})$$

$$\sin\frac{p}{4}=\sin(\frac{ap}{8})$$

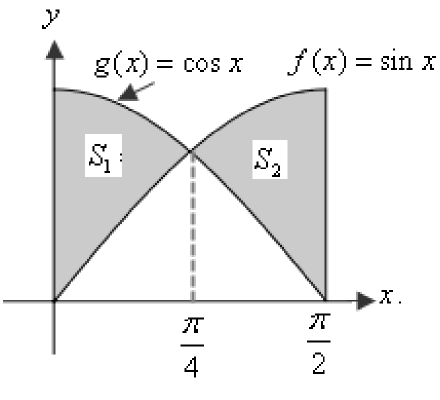
כיוון שעל פי סעיף א (1) הזוויות שוות בנקודת החיתוך $x=\frac{p}{4}$ **,**

הרי שניתן להשוות ישר את הזוויות ולא כפיתרון משוואה טריגונומטרית רגילה.

$$\frac{p}{4}=\frac{ap}{8}\rightarrow\frac{1}{4}=\frac{a}{8}\rightarrow\boxed{a=2}$$

תשובה: $a=2$

ב. עבור $a=2$ **,** $f(x)=\sin x$



$$S_2=\int_{\frac{p}{4}}^{\frac{p}{2}}(\sin x-\cos x)dx$$

$$S_2=-\cos x-\sin x\Big]_{\frac{p}{4}}^{\frac{p}{2}}$$

$$S_2=(-\cos\frac{p}{2}-\sin\frac{p}{2})-(-\cos\frac{p}{4}-\sin\frac{p}{4})$$

$$S_2=(-0-1)-(-\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2})=\sqrt{2}-1$$

$$S_1=\int_{0}^{\frac{p}{4}}(\cos x-\sin x)dx$$

$$S_1=\sin x+\cos x\Big]_{0}^{\frac{p}{4}}$$

$$S_1=(\sin\frac{p}{4}+\cos\frac{p}{4})-(\sin 0+\cos 0)$$

$$S_1=(\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2})-(0+1)=\sqrt{2}-1$$

$$S=S_1+S_2=\sqrt{2}-1+\sqrt{2}-1=2\sqrt{2}-2$$

תשובה: גודל השטח האפור הוא $2\sqrt{2}-2$ **יח"ר.**

א. נתונה הפונקציה $f(x)=(x^2+3)\,e^{-0.5}$

נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- y **:** $x=0$

$$y=(0^2+3)\,e^{-0.5\cdot 0}=3 \quad \to (0,3)$$

תשובה: נקודות החיתוך עם ציר ה- y **:** $(0,3)$ **.**

ב. הביטוי $e^{-0.5x}$ **חיובי לכל** x **וגם הביטוי** x^2+3 **חיובי לכל** x **ולכן** $f(x)>0$ **לכל** x **ולא חותך את ציר ה-** x **.**

ג. נמצא את תחומי העלייה והירידה :

$$\boxed{f(x)=(x^2+3)\,e^{-0.5x}}$$

$$f'(x)=2xe^{-0.5x}+(x^2+3)\,e^{-0.5x}(-\frac{1}{2})$$

$$f'(x)=e^{-0.5x}\left[2x-0.5(x^2+3)\right]$$

$$\boxed{f'(x)=e^{-0.5x}(-0.5x^2+2x-1.5)}$$

$$0=-0.5x^2+2x-1.5 \to x_{1,2}=\frac{-2\pm 1}{-1}=1,3$$

$$x=1 \quad \to y=(1^2+3)\,e^{-0.5\cdot 1}=2.43 \quad \to (1,2.43)$$

$$x=3 \quad \to y=(3^2+3)\,e^{-0.5\cdot 3}=2.68 \quad \to (3,2.68)$$

נבנה טבלה לזיהוי תחומי עלייה וירידה ($e^{-0.5x}$ **חיובי)**

$$f'(0)=-0.5\cdot 0^2+2\cdot 0-1.5<0,\ f'(2)=-0.5\cdot 2^2+2\cdot 2-1.5>0,\ f'(4)=-0.5\cdot 4^2+2\cdot 4-1.5<0$$

x	4	3	2	1	0
y'	-	0	+	0	-
מסקנה	↘	**Max**	↗	**Min**	↘

תשובה: $(3,2.68)$ **מקסימום ,** $(1,2.43)$ **מינימום.**

ד. נתונה הפונקציה $f(x)=x^2+3$

ויש למצוא עבור אילו ערכי x **מתקיים**

האי-שוויון $f(x)\le g(x)$

$$(x^2+3)\,e^{-0.5x}\le x^2+3$$

$$(x^2+3)\,e^{-0.5x}-(x^2+3)\le 0$$

$$(x^2+3)(e^{-0.5x}-1)\le 0$$

$$e^{-0.5x}-1\le 0 \quad \leftarrow x^2+3>0$$

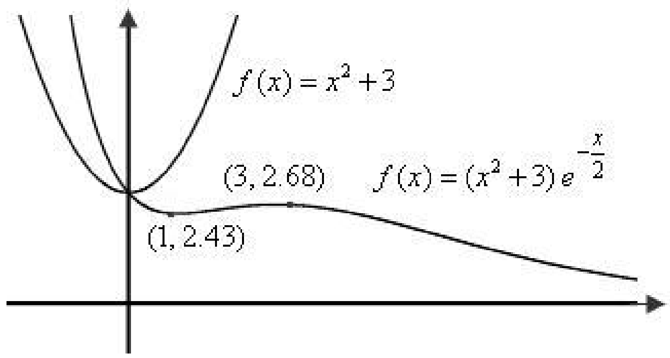
$$e^{-0.5x}\le e^0$$

$$-0.5x\le 0 \quad \leftarrow e>0$$

$$\boxed{x\ge 0}$$

ה. הסקיצה המתאימה, כאשר ל- $f(x)=x^2+3$

יש גרף של פרבולה בעלת מינימום בנקודה $(0,3)$



תשובה: $x \geq 0$	

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x}$.

נמצא את שיעורי נקודת החיתוך עם ציר ה- x

$$0=\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}\quad\rightarrow 0=x-1\quad\rightarrow (1,0)$$

נמצא את משוואת המשיק

$$f'(x)=-\frac{2x}{x^4}+\frac{1}{x^2}\quad\rightarrow f'(1)=-\frac{2}{1^3}+\frac{1}{1^2}=-1$$

$$y-0=-1(x-1)\quad\rightarrow \boxed{y=-x+1}$$

תשובה: $y=-x+1$

ג. נמצא את שיעורי נקודת המינימום של הפונקציה .

$$0=-\frac{2}{x^3}+\frac{1}{x^2}\quad\rightarrow 0=-2+x\quad\rightarrow (2,-0.25)$$

$$f'(1)=-1<0,\quad f'(3)=-\frac{2}{3^3}+\frac{1}{3^2}=0.037>0\quad\rightarrow Min$$

תשובה: $(2,-0.25)$

	S
פונקציה עליונה	$f(x)=\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x}$
פונקציה תחתונה	$y=-x+1$
x **גדול**	$x=2$
x **קטן**	$x=1$

$$S=\int_1^2\left(\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x}-(-x+1)\right)dx$$

$$S=\int_1^2\left(\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x}+x-1\right)dx$$

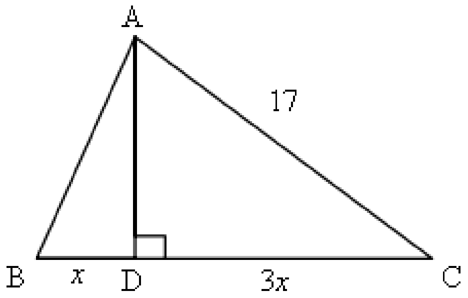
$$S=\left(-\frac{1}{x}-\ln|x|+\frac{x^2}{2}-x\right)\Big]_1^2$$

$$S=\left(-\frac{1}{2}-\ln|2|+\frac{2^2}{2}-2\right)-\left(-\frac{1}{1}-\ln|1|+\frac{1^2}{2}-1\right)$$

$$S=\left(-\frac{1}{2}-\ln|2|\right)-(-1.5)$$

$$\boxed{S=1-\ln 2}$$

תשובה: $1-\ln 2$ **יח"ר.**



א. הפונקציה שיש להביא *למקסימום*

היא *שטח המשולש* ABC.

$DC=3\cdot BD$ **ובהתאם נסמן :** $BD=x, \rightarrow CD=3x$

$$AD=\sqrt{17^2-(3x)^2}$$

$$\boxed{AD=\sqrt{289-9x^2}}$$

$$S=\frac{4x\sqrt{289-9x^2}}{2}$$

$$\boxed{S=2x\sqrt{289-9x^2}}$$

$$S'=2\sqrt{289-9x^2}+\frac{2x(-18x)}{2\sqrt{289-9x^2}}$$

$$S'=\frac{2(289-9x^2)-18x^2}{\sqrt{289-9x^2}}$$

$$\boxed{S'=\frac{578-36x^2}{\sqrt{289-9x^2}}}$$

$$0=578-36x^2$$

$$36x^2=578$$

$$x^2=16\frac{1}{18}$$

$$x=4.007 \quad \leftarrow x>0$$

$$x=4.007 \quad \rightarrow 4x=16.03$$

$$\boxed{BC=16.03}$$

מכנה הנגזרת הראשונה חיובי

$S'(4)=578-36\cdot 4^2=2>0$ **Z**, $S'(5)=578-36\cdot 5^2=-32<0$ **]**

עבור $x=4.007$ **שטח המשולש** ABC **מקסימלי.**

תשובה: 16.03 **ס"מ** $BC=$

ב. נחשב את היקף המשולש, כאשר שטחו מקסימלי

$$AD=\sqrt{289-9x^2}=\sqrt{289-9\cdot 4.007^2}=\sqrt{144.5}$$

$$AB=\sqrt{144.5+4.007^2}=12.67$$

$$P_{\Delta ABC}=17+16.03+12.67$$

$$\boxed{P_{\Delta ABC}=45.7}$$

תשובה: 45.7 **ס"מ** $P_{\Delta ABC}$