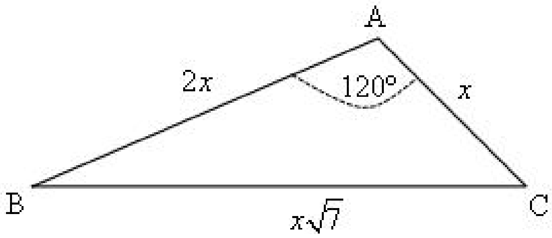
א. $AC = x$ **(סימון).**

$AB = 2AC = 2x$ **(נתון והצבה).**

$\sphericalangle BAC = 120°$ **(נתון).**

נביע את אורך הצלע BC **במשולש** ABC **, באמצעות משפט הקוסינוסים.**



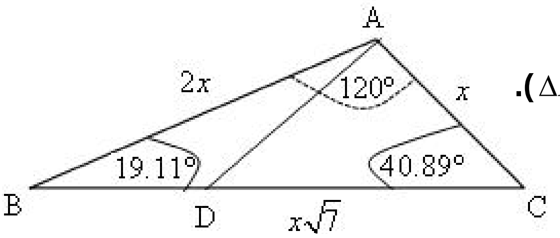
$$(BC)^2 = (AB)^2 + (AC)^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos \sphericalangle BAC$$
$$(BC)^2 = (2x)^2 + x^2 - 2 \cdot 2x \cdot x \cdot \cos 120°$$
$$(BC)^2 = 7x^2$$
$$\boxed{BC = x\sqrt{7}}$$

נמצא את $\sphericalangle ABC\ (< 60°)$ **, באמצעות משפט הסינוסים, ב-** ΔABC **.**

$$\frac{BC}{\sin \sphericalangle BAC} = \frac{AC}{\sin \sphericalangle ABC}$$
$$\frac{x\sqrt{7}}{\sin 120°} = \frac{x}{\sin \sphericalangle ABC}$$
$$\sin \sphericalangle ABC = \frac{x \sin 120°}{\sqrt{7}}$$
$$\boxed{\sphericalangle ABC = 19.11°}$$

תשובה: $\sphericalangle ABC = 19.11°$ **.**

ב. $\sphericalangle ADC < 90°$ **(נתון).**



$\sphericalangle ACB = 180° - 19.11° - 120° = 40.89°$ **(סכום זוויות** $180°$ **ב-** ΔABC **).**

נחשב את היחס בין רדיוס המעגל החוסם את ΔADB **(** R_1 **),**

לרדיוס המעגל החוסם את ΔADC **(** R_2 **).**

ΔADB

$$\frac{AB}{\sin \sphericalangle ADB} = 2R_1$$
$$R_1 = \frac{2x}{2 \sin \sphericalangle ADB}$$
$$\boxed{R_1 = \frac{x}{\sin \sphericalangle ADB}}$$

ΔADC

$$\frac{AC}{\sin \sphericalangle ADC} = 2R_2$$
$$\boxed{R_2 = \frac{x}{2 \sin \sphericalangle ADC}}$$

נמצא את היחס $R_1 : R_2$ **, כאשר** $\sin \sphericalangle ADC = \sin \sphericalangle ADB$ **כי זוויות צמודות משלימות ל-** $180°$.

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{\frac{x}{\sin \sphericalangle ADB}}{\frac{2x}{\sin \sphericalangle ADC}} = 2$$

תשובה: היחס הוא $2:1$ **.**

ב. נתון כי $R_2 = \text{AC} = x$

$\underline{\Delta\text{ADC}}$

$$x = \frac{x}{2\sin\sphericalangle\text{ADC}}$$

$\sin\sphericalangle\text{ADC} = 0.5$

$\sphericalangle\text{ADC} = 30° \quad (\sphericalangle\text{ADC} < 90°)$

$\sphericalangle\text{BAD} = 30° - 19.11° = 10.89°$ **(זווית חיצונית ל-** ΔABD **שווה לסכום שתי זוויות פנימיות שלא צמודות לה).**

תשובה: $\sphericalangle\text{BAD} = 10.89°$ **.**

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\sin x\cos x$ **בתחום** $0\le x\le \frac{3}{2}\pi$ **.**

ניעזר בנוסחה לזווית כפולה $(\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha)$ **ונקבל** $f(x)=0.5\sin 2x$ **.**

בנקודת החיתוך עם ציר ה- x **מתקיים** $y=0$ **, כלומר** $0.5\sin 2x=0$ **.**

מכאן, $2x=\pi k$ **כלומר** $x=\frac{\pi}{2}k$ **ועבור** $k=0,1,2,3$ **נקבל את הפתרונות בתחום.**

תשובה: $(0,0)$ **,** $(\frac{\pi}{2},0)$, $(\pi,0)$, $(\frac{3}{2}\pi,0)$ **.**

ב. נקודות הקצה הן: $(0,0)$ **,** $(\frac{3}{2}\pi,0)$ **.**

$$\boxed{f'(x)=\cos 2x}$$
$$0=\cos 2x$$
$$2x=\frac{\pi}{2}+\pi k$$
$$\boxed{x=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{2}k}$$

ועבור $k=0,1,2$ **נקבל את הפתרונות בתחום**:

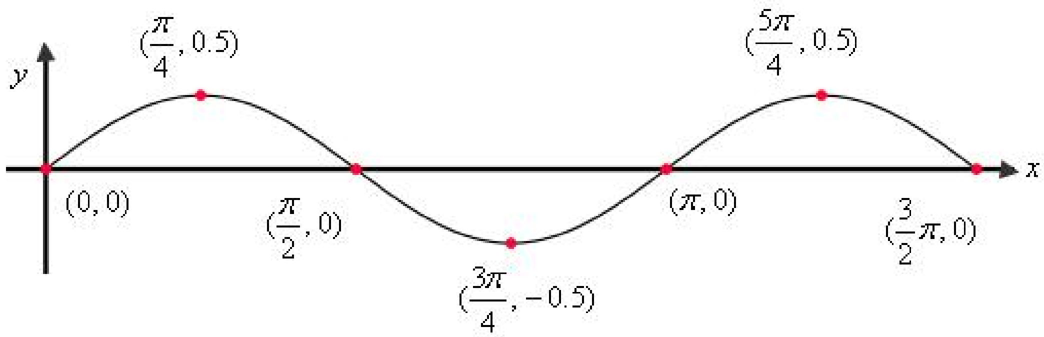
$$f(\frac{\pi}{4})=0.5\sin(2\cdot\frac{\pi}{4})=0.5 \quad\rightarrow \boxed{(\frac{\pi}{4},0.5)}$$
$$f(\frac{3\pi}{4})=0.5\sin(2\cdot\frac{3\pi}{4})=-0.5 \quad\rightarrow \boxed{(\frac{3\pi}{4},-0.5)}$$
$$f(\frac{5\pi}{4})=0.5\sin(2\cdot\frac{5\pi}{4})=0.5 \quad\rightarrow \boxed{(\frac{5\pi}{4},0.5)}$$

נבנה טבלה לזיהוי נקודות הקיצון המוחלט, בעזרת ערכי הפונקציה, ואת סוגן.

x	0		$\frac{\pi}{4}$		$\frac{3\pi}{4}$		$\frac{5\pi}{4}$		$\frac{3}{2}\pi$
$f(x)$	0		0.5		–0.5		0.5		0
מסקנה	Min	↗	Max	↘	Min	↗	Max	↘	Min

תשובה: $(\frac{\pi}{4},0.5)$ **,** $(\frac{5\pi}{4},0.5)$ **מקסימום מוחלט ,** $(\frac{3\pi}{4},-0.5)$ **מינימום מוחלט.**

ג. הסקיצה המתאימה :



ד. (1) נתונה הפונקציה $g(x)=\sin x\cos x$ **בתחום** $0\le x\le\frac{3}{2}\pi$ **.**

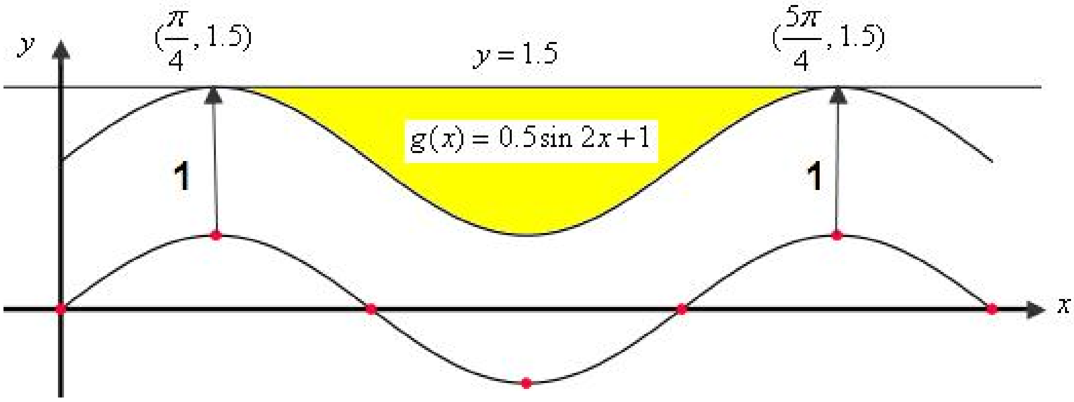
ניעזר בנוסחה לזווית כפולה $(\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha)$ **ונקבל** $g(x)=0.5\sin 2x+1$ **.**

תשובה: הוכַח.

(2) על פי סעיף א ותת-סעיף ד (1) מתקבל ש- $g(x)=f(x)+1$ **, הסטה אנכית כלפי מעלה של** $f(x)$ **,**

ביחידה אחת, כאשר נקודות המקסימום המוחלט תהיינה $(\frac{\pi}{4},1.5)$ **,** $(\frac{5\pi}{4},1.5)$**,**

והמשיק בהן, המקביל לציר ה- x **הוא הישר** $y=1.5$ **.**



$$S=\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{5\pi}{4}}(1.5-(0.5\sin 2x+1)dx\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{5\pi}{4}}(0.5-0.5\sin 2x)dx$$

$$S=0.5x+0.25\cos 2x\Big]_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{5\pi}{4}}$$

$$S=(0.5\cdot\frac{5\pi}{4}+0.25\cos(2\cdot\frac{5\pi}{4}))-(0.5\cdot\frac{\pi}{4}+0.25\cos(2\cdot\frac{\pi}{4}))$$

$$S=(\frac{5\pi}{8})-(\frac{\pi}{8})=\frac{\pi}{2}$$

תשובה: גודל השטח הוא $\frac{\pi}{2}=1.5708$ **יח"ר.**

א. **נתונה הפונקציה** $f(x)=x^2\cdot e^{-x}$.

תשובה: הפונקציה מוגדרת לכל x .

ב. **נשים לב כי בנקודות** O, A **לגרף** I **נקודות קיצון, ועבור שיעורי ה-** x **המתאימים גרף** II **חותך את ציר ה-** x .

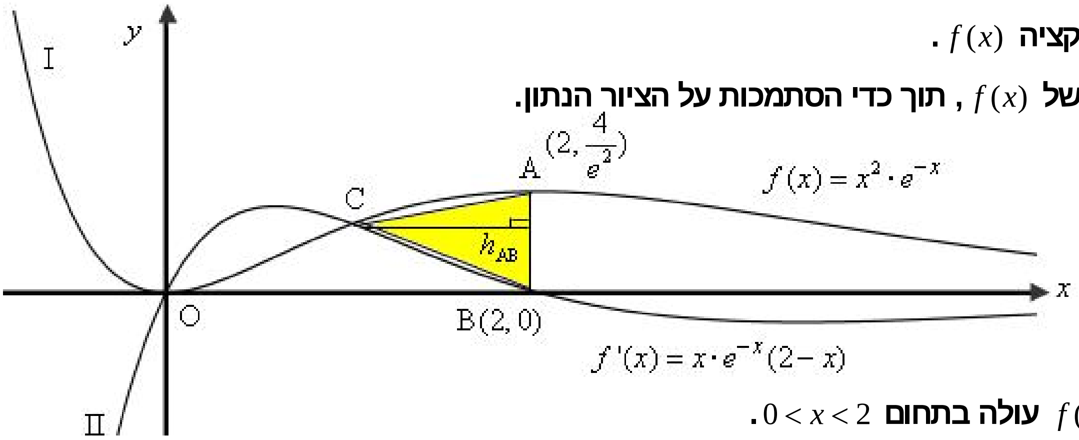
כמו כן כאשר לגרף I **אסימפטוטה אופקית (ציר ה-** x **במקרה זה), תוך כדי ירידה,**

ערכי גרף II **שואפים ל-** 0 **, כאשר הם שליליים (לפונקציה יורדת נגזרת שלילית).**

לכן גרף I **מתאים לפונקציה** $f(x)$ **, כאשר גרף** II **מתאים לפונקציית הנגזרת** $f'(x)$.

תשובה: גרף I **מתאים לפונקציה** $f(x)$.

ג. **(1) נמצא את תחום העלייה של** $f(x)$ **, תוך כדי הסתמכות על הציור הנתון.**



$$f'(x)=2x\cdot e^{-x}-x^2\cdot e^{-x}$$

$$\boxed{f'(x)=x\cdot e^{-x}(2-x)}$$

$$0=x\cdot e^{-x}(2-x)$$

$$x=0 \quad \rightarrow x_O=0$$

$$x=2 \quad \rightarrow x_A=2$$

בהתאם לציור הנתון $f(x)$ **עולה בתחום** $0<x<2$.

תשובה:תחום העלייה הוא $0<x<2$.

(2) $f(x)$ **עולה בתחום** $0<x<2$ **, לכן ערכי פונקציית הנגזרת** $f'(x)$ **חיוביים בתחום זה.**

$f(x)$ **יורדת בתחומים** $x>2$ **, או** $x<0$ **לכן ערכי פונקציית הנגזרת** $f'(x)$ **שליליים בתחומים אלו.**

תשובה: תחום חיוביות של גרף II **:** $0<x<2$ **, תחומי שליליות:** $x>2$ **, או** $x<0$.

ד. **(1) שיעורי הנקודה** B **הם** $(2,0)$.

נציב $x=2$ **בתבנית** $f(x)$ **ונקבל** $2^2\cdot e^{-2}=\frac{4}{e^2}$ **, לכן שיעורי הנקודה** A **הם** $(2, \frac{4}{e^2})$.

אורך הקטע AB **, המקביל לציר ה-** x **הוא** $y_A-y_B=\frac{4}{e^2}-0=\frac{4}{e^2}$.

תשובה: אורך הקטע AB **הוא** $\frac{4}{e^2}$.

(2) הנקודה C **היא נקודת החיתוך בין** $f(x)=x^2\cdot e^{-x}$ **ל-** $f'(x)=x\cdot e^{-x}(2-x)$.

נמצא את שיעור ה- x **של הנקודה.**

$$x^2\cdot e^{-x}=x\cdot e^{-x}(2-x) \quad / x^2\cdot e^{-x}>0$$

$$1=2-x$$

$$x=1 \quad \rightarrow x_C=1$$

שטח המשולש שווה למחצית מכפלת צלע בגובה שלה: $S_{\Delta ABC}=\frac{AB\cdot h_{AB}}{2}=\frac{\frac{4}{e^2}\cdot(2-1)}{2}=\frac{2}{e^2}$

תשובה: שטח משולש ABC **הוא** $\frac{2}{e^2}$ **יח"ר.**

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{a}{3-x}$ **(** a **פרמטר).**

הפונקציה אינה מוגדרת כאשר המכנה מתאפס, כלומר עבור $x=3$ **.**

תשובה: תחום ההגדרה הוא $x\neq 3$ **.**

ב. $x=3$ **מאפס מכנה ולא מונה, לכן הישר** $x=3$ **מהווה אסימפטוטה המקבילה לציר ה-** y **.**

חזקת פולינום המכנה (1) **גדולה מחזקת פולינום המונה** (0)**, לכן הישר** $y=0$ **מהווה אסימפטוטה אופקית.**

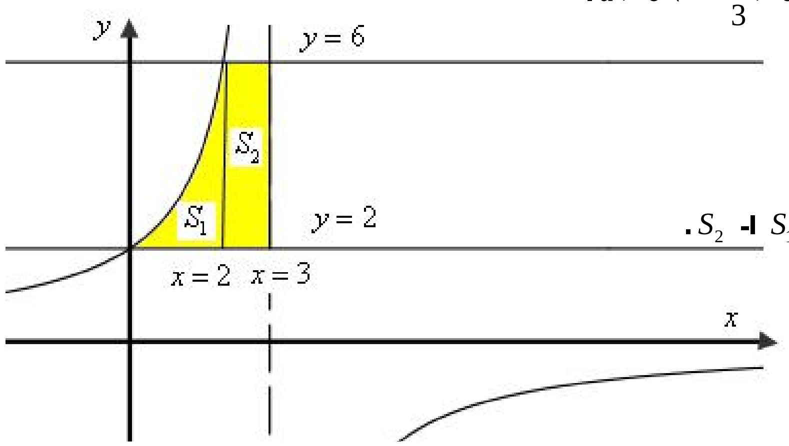
תשובה: $x=3$ **,** $y=0$ **.**

ג. עבור $x=0$ **נקבל ששיעור נקודת החיתוך עם ציר ה-** y **הוא** $\frac{a}{3}$**.**

כיוון, שעל פי הציור שיעור זה הוא חיובי, הרי ש- $\frac{a}{3}>0 \leftarrow a>0$ **.**

תשובה: $a>0$

ד. נציב $a=6$ **ונקבל** $f(x)=\frac{6}{3-x}$ **.**



נחלק את השטח, המסומן בצהוב, לשני שטחים: S_1 **ו-** S_2 **.**

$$2=\frac{6}{3-x} \qquad 6=\frac{6}{3-x}$$
$$6-2x=6 \qquad 18-6x=6$$
$$x=0 \qquad x=2$$

S_2 **הוא מלבן שממדיו** 1×4 **ולכן שטחו** 4 **יח"ר.**

	S_1
פונקציה עליונה	$f(x)=\frac{6}{3-x}$
פונקציה תחתונה	$y=2$
x **גדול**	$x=2$
x **קטן**	$x=0$

$$S_1=\int_0^2\left(\frac{6}{3-x}-2\right)dx$$
$$S_1=\frac{6\ell n|3-x|}{-1}-2x\Big]_0^2$$
$$S_1=(-6\ell n|3-2|-2\cdot 2)-(-6\ell n|3-0|-2\cdot 0)$$
$$S_1=(-4)-(-6\ell n3)$$
$$\boxed{S_1=6\ell n3-4}$$

ובהתאם גודל השטח כולו הוא $S_1+S_2=6\ell n3-4+4=6\ell n3$ **.**

תשובה: גודל השטח הוא $6\ell n3=6.5917$ **יח"ר.**

א. (1) במשך 4 **חודשים עלה מספר הדגים הצהובים מ-** 1820 **ל-** 2130**.**

תחילה נמצא את גורם הגידול של הדגים הצהובים q_y**.**

$$2130 = 1820 \cdot {q_y}^4 \quad / :1820$$
$$1.170 = {q_y}^4$$
$$q_y = \sqrt[4]{1.170}$$
$$\boxed{q_y = 1.0401}$$

נמצא כמה דגים צהובים היו בברכה בתחילת השנה, כלומר 6 **חודשים לפני שהיו בברכה** 1820 **דגים.**

$$1820 = M_0 \cdot 1.0401^6 \quad / :1.0401^6$$
$$\frac{1820}{1.0401^6} = M_0$$
$$\boxed{M_0 = 1438}$$

תשובה: בברכה היו 1438 **דגים צהובים בתחילת השנה.**

(2) נמצא כמה דגים צהובים היו בברכה כעבור 7 **חודשים מתחילת השנה, כלומר חודש אחרי שהיו** 1820 **דגים.**

$$1820 \cdot 1.0401 = 1893$$

תשובה: בברכה היו 1893 **דגים צהובים כעבור** 7 **חודשים מתחילת השנה.**

ב. במשך 6 **חודשים עלה מספר הדגים האדומים מ-** 1438 **(מספר זהה לאדומים בתחילת השנה) ל-** 1720**.**

תחילה נמצא את גורם הגידול של הדגים האדומים q_R**:**

$$1720 = 1438 \cdot {q_R}^6 \quad / :1438$$
$$1.196 = {q_R}^6$$
$$q_R = \sqrt[6]{1.196}$$
$$\boxed{{q_R}^6 = 1.0303}$$

נמצא כמה דגים אדומים היו בברכה כעבור 10 **חודשים:** $M_{10} = 1438 \cdot 1.0303^{10} = 1938$

מספר הדגים הצהובים כעבור 10 **חודשים היה** 2130**.**

מספר הדגים הכולל היה: $2130 + 1938 = 4068$

אחוז הדגים האדומים מכלל הדגים הוא: $\frac{1938}{4068} \cdot 100\% = 47.64\%$

תשובה: אחוז הדגים האדומים מכלל הדגים, כעבור 10 **חודשים מתחילת השנה, היה** 47.64 **.**