א. נתונה מערכת המשוואות של שני ישרים:

$$\begin{cases} x+m^2y=m^2 \\ x+4y=2m \end{cases}$$

תחילה נביט על המשוואות של שני הישרים.

פתרון יחיד מתקבל כאשר השיפועים שונים.

קל לראות ששיפועים שונים יתקבלו עבור $m^2\neq 4 \quad \rightarrow m\neq \pm 2$

נוכיח זאת, על ידי בדיקת יחס המקדמים:

$$\frac{1}{1}\neq\frac{m^2}{4} \quad \rightarrow m^2\neq 4 \quad \rightarrow \boxed{m\neq\pm 2}$$

תשובה: $m\neq\pm 2$

ב. נמצא את נקודת החיתוך של שני הישרים, ותוך כדי כך נוודא שאת התנאי לקיומו.

$$\begin{cases} x+m^2y=m^2 \\ x+4y=2m \quad \cdot(-1) \end{cases}$$

$$+\quad \begin{cases} x+m^2y=m^2 \\ -x-4y=-2m \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow (m^2-4)y=m^2-2m$$

$$\Leftrightarrow \boxed{(m+2)(m-2)y=m(m-2)}$$

ראינו כבר ש: $m\neq\pm 2$ **.**

נמשיך במציאת נקודת החיתוך בין הישרים:

$$\boxed{y=\frac{m}{m+2}}$$

$$x+4\cdot\frac{m}{m+2}=2m$$

$$x=2m-\frac{4m}{m+2}$$

$$x=\frac{2m^2+4m-4m}{m+2}$$

$$\boxed{x=\frac{2m^2}{m+2}}$$

$$y=\frac{1}{3-a}$$

$$\boxed{(\frac{2m^2}{m+2},\frac{m}{m+2}), \quad m\neq\pm 2}$$

הפתרון היחיד הוא $m \neq \pm 2$, $(\frac{2m^2}{m+2}, \frac{m}{m+2})$

נציב את הפתרון בישר $y = \frac{1}{2m}x$

$$\frac{m}{m+2} = \frac{1}{\cancel{2}\,\cancel{m}} \cdot \frac{\cancel{2}m^{\cancel{2}}}{m+2}$$

$$\frac{m}{m+2} = \frac{m}{m+2} \quad o.k.$$

תשובה: הפתרון היחיד הוא $m \neq \pm 2$, $(\frac{2m^2}{m+2}, \frac{m}{m+2})$ **והוא נמצא על הישר** $y = \frac{1}{2m}x$ **.**

ג. נדרש שהפתרון היחיד יקיים $\frac{y}{x} > 3$

על פי סעיף ב הפתרון היחיד מקיים $\frac{y}{x} = \frac{1}{2m}$ **, לכן נדרש** $\frac{1}{2m} > 3$

$$\frac{1}{2m} > 3 \quad / \cdot 2m^2$$

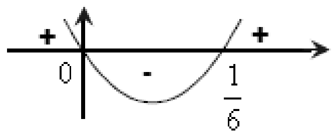
$$m > 6m^2$$

$$6m^2 - m < 0$$

$$m(6m-1) < 0$$

$$m = 0, \frac{1}{6}$$

וכיוון שנקבל גרף של פרבולה בעלת מינימום



הרי שהתשובה: $0 < m < \frac{1}{6}$

וזאת תשובה המקיימת את $m \neq \pm 2$ **ו-** $m \neq 0$

תשובה: $0 < m < \frac{1}{6}$

האיברים הרביעי, השביעי והתשעה-עשר של סדרה החשבונית

הם האיברים הראשון, השני והשלישי של סדרה הנדסית בהתאמה.

האיבר הרביעי: a_1+3d, **האיבר השביעי הוא** a_1+6d, **האיבר התשעה-עשר הוא:** a_1+18d

כלומר הסדרה ההנדסית היא (משמאל לימין): a_1+18d , a_1+6d , a_1+3d

בסדרה הנדסית המנה קבועה, לכן:

$$\frac{a_1+6d}{a_1+3d}=\frac{a_1+18d}{a_1+6d}$$
$$(a_1+6d)^2=(a_1+18d)(a_1+3d)$$
$$a_1^2+12a_1d+36d^2=a_1^2+21a_1d+36d^2$$
$$12a_1d+36d^2=21a_1d+54d^2$$

במקרה ו- $d=0$ **הסדרה החשבונית קבועה.**

אם איברי הסדרה אינם אפסים, אז נקבל סדרה הנדסית שמנתה 1

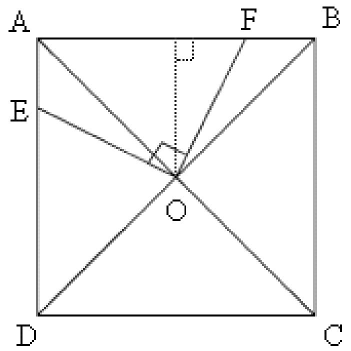
במקרה ו- $d\neq 0$ **ניתן לחלק ולהמשיך בפיתוח המשוואה**

$$12a_1d+36d^2=21a_1d+54d^2 \quad /d\neq 0$$
$$12a_1+36d=21a_1+54d$$
$$-9a_1=18d$$
$$\boxed{a_1=-2d}$$

נמצא את מנת הסדרה, במקרה זה:

$$q=\frac{a_1+6d}{a_1+3d}$$
$$q=\frac{-2d+6d}{-2d+3d}=\frac{4d}{d}$$
$$\boxed{q=4}$$

תשובה: עבור $d=0$ **מתקבל** $q=1$ **ועבור** $d\neq 0$ **מנת הסדרה ההנדסית היא** 4.



<u>נתונים</u>

1 ABCD **. ריבוע**

2. $FO \perp EO$

עבור ב'

3. שטח הריבוע ABCD **הוא** 81 **סמ"ר**

4. 1.5 **ס"מ** = FB

צ"ל:

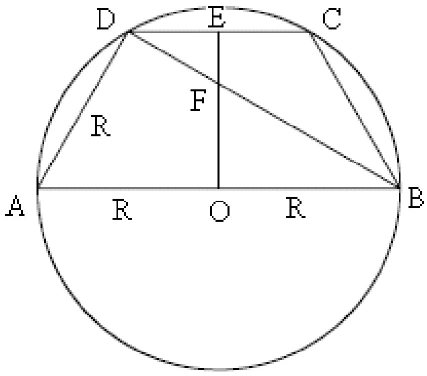
א. $\Delta AOE \cong \Delta BOF$.

ב. (1) היחס בין שטח המשולש BOF **לשטח המשולש** AOB .

(2) שטח המשולש BOF .

<u>הוכחה</u>

הסבר		טענה	נימוק
1	5	$ABCD$ ריבוע	נתון
2	6	$\angle ABC = \angle BAD = 90°$	זוויות הריבוע ישרות
6	7	$\angle ABO = \angle BAO = 45°$ (ז)	אלכסוני הריבוע חוצי זוויות
3	8	$BD = AC$	אלכסוני הריבוע שווים זה לזה
8	9	$\frac{BD}{2} = \frac{BA}{2}$	חילוק ב- 2
9 ,7	10	$BO = AO$ (צ)	אלכסוני הריבוע חוצים זה את זה
2	11	$FO \perp EO$	נתון
11	12	$\angle AOF = 90° - \angle AOE$	הפרש זוויות
5	13	$\angle AOB = 90°$	אלכסוני הריבוע ניצבים זה לזה
13	14	$\angle FOB = 90° - \angle AOF$	הפרש זוויות
14 ,12	15	$\angle FOB = \angle AOE$ (ז)	הצבה וחישוב
15 ,10 ,7	16	$\Delta AOE \cong \Delta BOF$	משפט חפיפה ז. צ. ז.
		מ.ש.ל א	
3	17	שטח $ABCD$ 81 סמ"ר	נתון
17 ,5	18	$AB =$ 9 ס"מ	שטח ריבוע = צלע בחזקת 2
4	19	$FB =$ 1.5 ס"מ	נתון
	20	$\frac{S_{\Delta BOF}}{S_{\Delta AOB}} = \frac{FB}{AB} = \frac{1.5}{9} = \frac{1}{6}$	למשולשים גובה משותף לצלעות FB, AB
20	21	$\frac{S_{\Delta BOF}}{S_{\Delta AOB}} = \frac{1}{6}$	חישוב
		מ.ש.ל. ב (1)	
17 ,10 ,5	22	שטח ΔAOB 20.25 סמ"ר	שטח הריבוע = חצי מכפלת האלכסונים
22 ,21	23	$S_{\Delta BOF} =$ 3.375 סמ"ר	הצבה וחישוב
		מ. ש. ל. ב (2)	



<u>נתונים</u>

1 ABCD . **טרפז**

.2 E **אמצע** CD

.3 AB **קוטר המעגל, שמרכזו** O

עבור ב'

.4 AO = AD

<u>צ"ל:</u>

א. ΔFOB **:** ΔADB .

ב. FB

<u>הוכחה</u>

הסבר		טענה	נימוק
3	5	AB קוטר המעגל, שמרכזו O ורדיוסו R	נתון
2	6	E אמצע CD	נתון
5, 6	7	$\angle OED = 90°$	ישר ממרכז המעגל שחוצה מיתר – מאונך לו
1	8	$ABCD$ טרפז	נתון
8	9	$AB \parallel DC$	בסיסי הטרפז מקבילים זה לזה
7, 9	10	$\angle EOB = \angle OED = 90°$	זווית מתחלפות שוות בין ישרים מקבילים
5	11	$\angle ADB = 90°$	זווית היקפית הנשענת על קוטר - ישרה
10, 11	12	$\angle ADB = \angle EOB$ (ז)	כלל המעבר
	13	$\angle FBO = \angle DBO$ (ז)	זווית משותפת
12, 13	14	$\Delta ADB \sim \Delta FOB$	משפט דמיון ז. ז.
		מ.ש.ל א	
14	15	$\frac{AD}{FO} = \frac{AB}{FB} = \frac{DB}{OB}$	יחסי צלעות מתאימות במשולשים דומים
5	16	$AB = 2R$	אורך הקוטר שווה לשני רדיוסים
4, 5	17	$AD = AO = R$	נתון + הצבה
11, 16, 17	18	$DB = R\sqrt{3}$	משפט פיתגורס, הצבה וחישוב ΔADB
5	19	$OB = R$	רדיוס
15 - 19	20	$\frac{2R}{FB} = \frac{R\sqrt{3}}{R}$	הצבה
20	21	$FB = \frac{2R}{\sqrt{3}}$	חישוב
		מ. ש. ל. ב	

א. (1) נגדיר את ההסתברויות הבאות

$P(A)$ **- הסתברות שמועמד יצליח במבחן בשירה** $P(\overline{A})$ **- הסתברות שמועמד לא יצליח במבחן בשירה**

$P(B)$ **- הסתברות שמועמד יצליח במבחן בתנועה**

$P(\overline{B})$ **- הסתברות שמועמד לא יצליח במבחן בתנועה**

<u>נתונים ומשמעויות</u>

$$P(A) = 0.25 \quad \rightarrow P(\overline{A}) = 0.75$$

$$P(B/A) = 6 \cdot P(B/\overline{A})$$

<u>פיתוח נוסחאות הסתברות מותנית</u>

$$P(B/A) = 6 \cdot P(B/\overline{A})$$

$$\frac{P(B \cap A)}{P(A)} = 6 \cdot \frac{P(B \cap \overline{A})}{P(\overline{A})}$$

$$\frac{P(B \cap A)}{0.25} = 6 \cdot \frac{P(B \cap \overline{A})}{0.75}$$

$$\boxed{P(B \cap A) = 2 \cdot P(B \cap \overline{A})}$$

ובהתאם לרשום במסגרת הרי ש<u>הוכחנו</u> כי ההסתברות שמועמד יצליח במבחן בשירה וגם במבחן בתנועה גדולה פי 2 **מההסתברות שמועמד יצליח בבחינה בתנועה וגם ייכשל במבחן בשירה.**

(2) נחשב את ההסתברות שמועמד יצליח במבחן בשירה אם ידוע שהוא הצליח במבחן בתנועה

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B \cap A) + P(B \cap \overline{A})}$$

$$P(A/B) = \frac{P(B \cap A)}{P(B \cap A) + 0.5P(B \cap A)} \quad \leftarrow P(B \cap A) = 2 \cdot P(B \cap \overline{A})$$

$$P(A/B) = \frac{P(B \cap A)}{P(B \cap A)(1 + 0.5)}$$

$$\boxed{P(A/B) = \frac{2}{3}}$$

תשובה: <u>ה</u>הסתברות שמועמד יצליח במבחן בשירה אם ידוע שהוא הצליח במבחן בתנועה היא $\frac{2}{3}$

ב. ההסתברות להצליח לפחות באחד משני המבחנים היא $P(A \cup B) = 0.35$

לכן ההסתברות להיכשל בשני במבחנים היא: $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0.35 = 0.65$

תשובה: ההסתברות להיכשל בשני במבחנים היא 0.65 **.**

א. נגדיר את הקבוצות הבאות

S - **קבוצת האבטיחים בדוכן**

A **- קבוצת האבטיחים הטובים**

$\overline{A}$ **- קבוצת האבטיחים הלא טובים**

D **- קבוצת האבטיחים שאבי מזהה כטובים**

(התיאור של אבחנת אבי שיש לבחון את אמינותו)

$\overline{D}$ **- קבוצת האבטיחים שאבי מזהה כלא טובים**

<u>נתונים ומשמעויות</u>

$$P(A) = 0.6 \quad \rightarrow P(\overline{A}) = 0.4$$

$$P(D/A) = 0.95 \quad \rightarrow P(\overline{D}/A) = 0.05$$

$$P(\overline{D}/\overline{A}) = 0.95 \quad \rightarrow P(D/\overline{A}) = 0.05$$

יש למצוא מהי ההסתברות שהאבטיח הוא טוב, אם ידוע כי אבי קבע שהוא טוב, כלומר:

$$P(A/D) = \frac{R}{1+R}$$

כאשר $R = \frac{P(D/A)}{P(D/\overline{A})} \cdot \frac{P(A)}{P(\overline{A})}$

הדיאגנוסטיות של אבחון האבטיח כטוב, ע"י אבי היא:

$$\frac{P(D/A)}{P(D/\overline{A})} = \frac{0.95}{0.05} = 19$$

נמצא את השיעור הבסיסי

$$\frac{P(A)}{P(\overline{A})} = \frac{0.6}{0.4} = 1.5$$

נמצא את היחס המעודכן

$$R = 19 \cdot 1.5 = 28.5$$

ובהתאם: $P(A/D) = \frac{R}{1+R} = \frac{28.5}{1+28.5} = \frac{57}{59}$

תשובה: ההסתברות שהאבטיח הוא טוב, אם ידוע כי אבי קבע שהוא טוב היא $\frac{57}{57}$**.**

ב. נגדיר קבוצות מתאימות לאבחון של יוסי:

E **- קבוצת האבטיחים שיוסי מזהה כטובים**

(התיאור של אבחנת יוסי שיש לבחון את אמינותו)

$\overline{E}$ **- קבוצת האבטיחים שיוסי מזהה כלא טובים**

<u>נתונים ומשמעויות</u>

$$P(E/A) = 0.01P \quad \rightarrow P(\overline{E}/A) = 1 - 0.01P$$

$$P(\overline{E}/\overline{A}) = 0.01P \quad \rightarrow P(E/\overline{A}) = 1 - 0.01P$$

השיעור הבסיסי של האבטיחים הטובים לא השתנה, כלומר 1.5

הדיאגנוסטיות של אבחון האבטיח כטוב, ע"י יוסי היא:

$$\frac{P(E/A)}{P(E/\overline{A})} = \frac{0.01P}{1-0.01P}$$

ידוע כי ההסתברות שאבטיח הוא טוב, אם יוסי קבע שהוא טוב, היא $\frac{6}{7}$ **.**

$$P(A/E) = \frac{R}{1+R}$$

$$\frac{6}{7} = \frac{R}{1+R}$$

$$\boxed{R = 6}$$

$$R = \frac{P(D/A)}{P(D/\overline{A})} \cdot \frac{P(A)}{P(\overline{A})}$$

$$6 = \frac{0.01P}{1-0.01P} \cdot 1.5$$

$$4 - 0.04P = 0.01P$$

$$4 = 0.05P$$

$$\boxed{P = 80}$$

תשובה: $P = 80$ **.**

ג. באם השיעור הבסיסי של האבטיחים הטובים יגדל, כאשר הדיאגנוסטיות קבועה (לא משתנה),

כלומר ייגדל היחס בין שיעור האבטיחים הטובים לבין שיעור האבטיחים הלא טובים.

כך גדל הסיכוי שהאבטיח הוא אכן טוב, אם אבי זיהה אותו כטוב.

דוגמת <u>קיצון</u> – אם כל האבטיחים יהיו טובים, אז

המאורע של "אבטיח טוב, בהינתן זיהוי טוב ע" אבי" יהייה מאורע ודאי.

תשובה: לגדול.