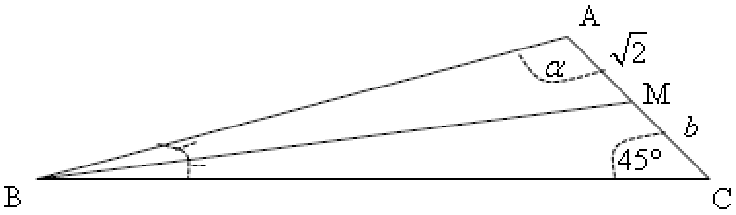


א. נשתמש פעמיים במשפט הסינוסים:

$\underline{\Delta BMC}$

$$\frac{BM}{\sin 45°} = \frac{b}{\sin \mathbf{S}MBC} \quad \rightarrow BM = \frac{b\sin 45°}{\sin \mathbf{S}MBC}$$

$\underline{\Delta BMA}$

$$\frac{BM}{\sin a} = \frac{\sqrt{2}}{\sin \mathbf{S}MBA} \quad \rightarrow BM = \frac{\sqrt{2}\sin a}{\sin \mathbf{S}MBA}$$

(כלל המעבר) $\frac{\sqrt{2}\sin a}{\sin \mathbf{S}MBA} = \frac{b\sin 45°}{\sin \mathbf{S}MBC}$

(BM **חוצה הזווית** ABC **)** $\frac{\sqrt{2}\sin a}{\sin \mathbf{S}MBA} = \frac{b\sin 45°}{\sin \mathbf{S}MBA}$

$$\sqrt{2}\sin a = b\sin 45° \quad \rightarrow \sqrt{2}\sin a = b\frac{\sqrt{2}}{2} \quad \rightarrow \boxed{\sin a = \frac{b}{2}}$$

תשובה: הוכַח

ב. נתון $b = \sqrt{3}$

$$\sin a = \frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$\sin a = \sin 60°$$
$$a = 60° + 360°k \quad \rightarrow a = 60° \quad \leftarrow k = 0$$
$$a = 120° + 360°k \quad \rightarrow a = 120° \quad \leftarrow k = 0$$

תשובה, בהתבסס על כך שסכום זוויות במשולש ABC **הוא** $180°$**:**

אפשרות ראשונה: $\mathbf{S}C = 45°$, $\mathbf{S}A = 60°$, $\mathbf{S}ABC = 75°$

אפשרות שנייה: $\mathbf{S}C = 45°$, $\mathbf{S}A = 120°$, $\mathbf{S}ABC = 15°$

ג. כאשר המשולש קהה זווית: $\mathbf{S}C = 45°$, $\mathbf{S}A = a = 120°$, $\mathbf{S}ABC = 15°$

$\underline{\Delta ABC}$

$$\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sin 15°} = \frac{BC}{\sin 120°}$$
$$BC = 1.0528$$

$$S_{\Delta ABC} = 0.5 \cdot BC \cdot AC \cdot \sin \mathbf{S}C$$
$$S_{\Delta ABC} = 0.5 \cdot 1.0528 \cdot (\sqrt{3}+\sqrt{2}) \cdot \sin 45°$$
$$\boxed{S_{\Delta ABC} = 11.71}$$

תשובה: $S_{\Delta ABC} = 11.71$

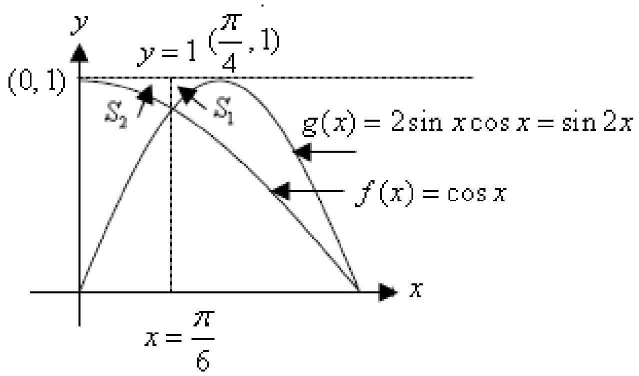
נתונות שתי פונקציות: $g(x)=2\sin x\cos x=\sin 2x \quad , \quad f(x)=\cos x$ **בתחום** $0\le x\le \frac{p}{2}$

נזהה את הפונקציות:

$g(0)=\sin(2\cdot 0)=0 \quad , \quad f(0)=\cos 0=1$

ומכאן ש- $f(x)=\cos x$ **עוברת בנקודה** $(0,1)$ **בה עובר גם הישר** $y=1$

ו- $g(x)=\sin 2x$ **עוברת בראשית הצירים.**



נמצא את נקודת החיתוך של הישר $y=1$ **עם** $g(x)=\sin 2x$ **.**

$$\sin 2x=1$$

$$2x=\frac{p}{2}+2p k$$

$$x=\frac{p}{4}+p k$$

ועבור $k=0$ **-** $(\frac{p}{4},1)$ **נקודת החיתוך הראשונה, עבור** $x>0$

נמצא את שיעור ה- x **של נקודת החיתוך בין הפונקציות** $f(x)=\cos x$ **עם** $g(x)=2\sin x\cos x$ **.**

$$\cos x=2\sin x\cos x$$

$$\cos x-2\sin x\cos x=0$$

$$\cos x(1-2\sin x)=0$$

$$\cos x=0 \qquad \sin x=0.5=\sin\frac{p}{6}$$

$$x=\frac{p}{2}+p k \qquad x=\frac{p}{6}+2p k \qquad x=\frac{5p}{6}+2p k$$

ועבור $k=0$ **נקבל את שיעור ה-** x **של נקודת החיתוך הראשונה, עבור** $x>0$ **והוא** $x=\frac{p}{6}$

נחלק את השטח המבוקש לשני שטחים: S_1 **ו-** S_2 **כמתואר בסרטוט.**

$$S_1=\int_{\frac{p}{6}}^{\frac{p}{4}}(1-\sin 2x)dx$$

$$S_1=x+\frac{\cos 2x}{2}\Big]_{\frac{p}{6}}^{\frac{p}{4}}$$

$$S_1=(\frac{p}{4}+\frac{\cos(2\cdot\frac{p}{4}))}{2})-(\frac{p}{6}+\frac{\cos(2\cdot\frac{p}{6}))}{2})$$

$$\boxed{S_1=\frac{p}{4}-\frac{p}{6}-\frac{1}{4}}$$

$$S_2=\int_0^{\frac{p}{6}}(1-\cos x)dx$$

$$S_2=x-\sin x\Big]_0^{\frac{p}{6}}$$

$$S_2=(\frac{p}{6}-\sin\frac{p}{6})-(0-\sin 0)$$

$$\boxed{S_2=\frac{p}{6}-0.5}$$

והשטח המבוקש: $S=S_1+S_2=\frac{p}{4}-\frac{p}{6}-\frac{1}{4}+\frac{p}{6}-0.5=\frac{p}{4}-\frac{3}{4}=0.0354$

תשובה: גודל השטח המקווקו $\frac{p}{4}-\frac{3}{4}=0.0354$ **יח"ר.**

א. נתונה הפונקציה $f(x)=ae^{2-2x}$, a פרמטר חיובי

הפונקציה שיש להביא *למקסימום* היא *שטח המלבן*.

הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)=ae^{2-2x}$ ולכן נסמנה $\text{A}(t,\, ae^{2-2t})$.

כיוון שנתון שהצורה המתקבלת היא מלבן, והזווית בין הצירים היא ישרה,

הרי שגם הצלעות המחברות את הנקודה $\text{A}(t,\, ae^{2-2t})$ לצירים מאונכות אליהם,

ובהתאם מימדי המלבן הם: t ו- ae^{2-2t} .

$$\boxed{s(t)=t\cdot ae^{2-2t}}$$
$$s'(t)=a(1\cdot e^{2-2t}-2te^{2-2t})$$
$$\boxed{s'(t)=ae^{2-2t}(1-2t)}$$
$$0=1-2t \qquad ae^{2-2t}>0 \quad \leftarrow a>0,\quad e^{2-2t}>0$$
$$2t=1$$
$$\boxed{t=0.5}$$
$$\left.\begin{array}{l} s'(0.4)=+\cdot(1-2\cdot 0.4)>0 \\ s'(0.6)=+\cdot(1-2\cdot 0.6)<0 \end{array}\right\} x=0.5, \max$$

ובהתאם שיעורי הנקודה $\boxed{\text{A}(0.5,\, ae)} \rightarrow \text{A}(0.5,\, ae^{2-2\cdot 0.5})$

תשובה: $\text{A}(0.5,\, ae)$ **, עבורו שטח המלבן מקסימלי.**

ב. נמצא את a כאשר נתון כי המלבן ששטחו מקסימלי הוא ריבוע, כלומר מימדיו שווים זה לזה.

$$0.5=ae$$
$$a=\frac{0.5}{e}$$
$$\boxed{a=\frac{1}{2e}}$$

תשובה: $a=\frac{1}{2e}$.

נוסחת הגידול והדעיכה: $M_t = M_0 \cdot a^t$ **, כאשר** M_0 **- הכמות ההתחלתית**

a **הוא גורם הגידול,** M_t **הכמות לאחר זמן** t**.**

א. מחודש ינואר בשנת 2001 **עד חודש ינואר בשנת** 2004 **קטנה כמות החומר ב-** 14%**.**

כמות החומר M_0 **ירדה לכמות** $0.86M_0$ **במשך** 3 **שנים**

$$0.86M_0 = M_0 \cdot a^3 \quad / : M_0$$
$$0.86 = a^3$$
$$\sqrt[3]{0.86} = a$$
$$\boxed{a = 0.951}$$

נמצא את P **אחוז ירידת הערך השנתי.**

$$\frac{100-\mathrm{P}}{100} = 0.951$$
$$100 - \mathrm{P} = 95.1$$
$$\boxed{\mathrm{P} = 4.9\%}$$

תשובה: כמות החומר הרדיואקטיבי יורדת ב- 4.9% **לשנה.**

ב. נמצא כעבור כמה שנים תקטן ב- 40% **כמות החומר הרדיואקטיבי שנמדדה בשנת** 2001

$$0.6 \cdot M_0 = M_0 \cdot 0.951^t \quad / : M_0$$
$$0.6 = 0.951^t$$
$$\ln 0.6 = \ln 0.951^t$$
$$\ln 0.6 = t \ln 0.951$$
$$\frac{\ln 0.6}{\ln 0.951} = t$$
$$\boxed{t = 10.17}$$

תשובה: כעבור 10.17 **שנים.**

ג. נמצא כמה גרם מהחומר יישארו בינואר 2012**, כאשר בינואר** 2001 **היו** 220 **גרם.**

$$M_{11} = 220 \cdot 0.951^{11}$$
$$\boxed{M_{11} = 126.59}$$

תשובה: בינואר 2012 **יישארו מהחומר** 126.59 **גרם**

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\dfrac{\ln(x^2)}{x}$.

נמצא את תחום ההגדרה: (1) עקב פונקציית ה- $\ln$: $x^2\neq 0 \quad \to x\neq 0$ **(2) עקב המכנה:** $x\neq 0$

תשובה: $x\neq 0$

ב. בנקודת החיתוך עם ציר ה- x **מתקיים**

$$0=\frac{\ln(x^2)}{x} \quad \to 0=\ln(x^2) \quad \to \ln 1=\ln(x^2)$$

$$1=x^2 \to x=\pm 1$$

$$\boxed{(1,0)} \qquad \boxed{(-1,0)}$$

תשובה: $(1,0)$, $(-1,0)$

ג. נמצא נקודות קיצון וסוגן:

$$f(x)=\frac{\ln(x^2)}{x}$$

$$f'(x)=\frac{\frac{2x\cdot x}{x^2}-\ln(x^2)}{x^2} \quad \to \boxed{f'(x)=\frac{2-\ln(x^2)}{x^2}}$$

$$0=2-\ln(x^2) \quad \to \ln(x^2)=2 \quad \to \ln(x^2)=\ln(e^2)$$

$$x^2=e^2 \to x=\pm e$$

$$f(e)=\frac{\ln(e^2)}{e}=\frac{2}{e}$$

$$f(-e)=\frac{\ln((-e)^2)}{-e}=-\frac{2}{e}$$

$$\boxed{(e,\frac{2}{e})} \qquad \boxed{(-e,-\frac{2}{e})}$$

$$f'(3)=\frac{2-\ln(3^2)}{3^2}=-0.02<0,\ f'(-3)=\frac{2-\ln((-3)^2)}{(-3)^2}=-0.02<0$$

x	-3	$-e$	-1	0	1	e	3
$f(x)$		$-\frac{2}{e}$	0		0	$\frac{2}{e}$	0
$f'(x)$	-		0			0	-
מסקנה	↘	Min	↗		↗	Max	↘

תשובה: $(e,\frac{2}{e})$ **מקסימום ,** $(-e,-\frac{2}{e})$ **מינימום**

ד. הסקיצה המתאימה משמאל

ה. ערכי הפונקציה חיוביים עבור $x>1$ **או** $-1<x<0$

ערכי הנגזרת חיוביים, כאשר הפונקציה עולה,

עבור $0<x<e$ **או** $-e<x<0$

תשובה: $1<x<e$ **או** $-1<x<0$